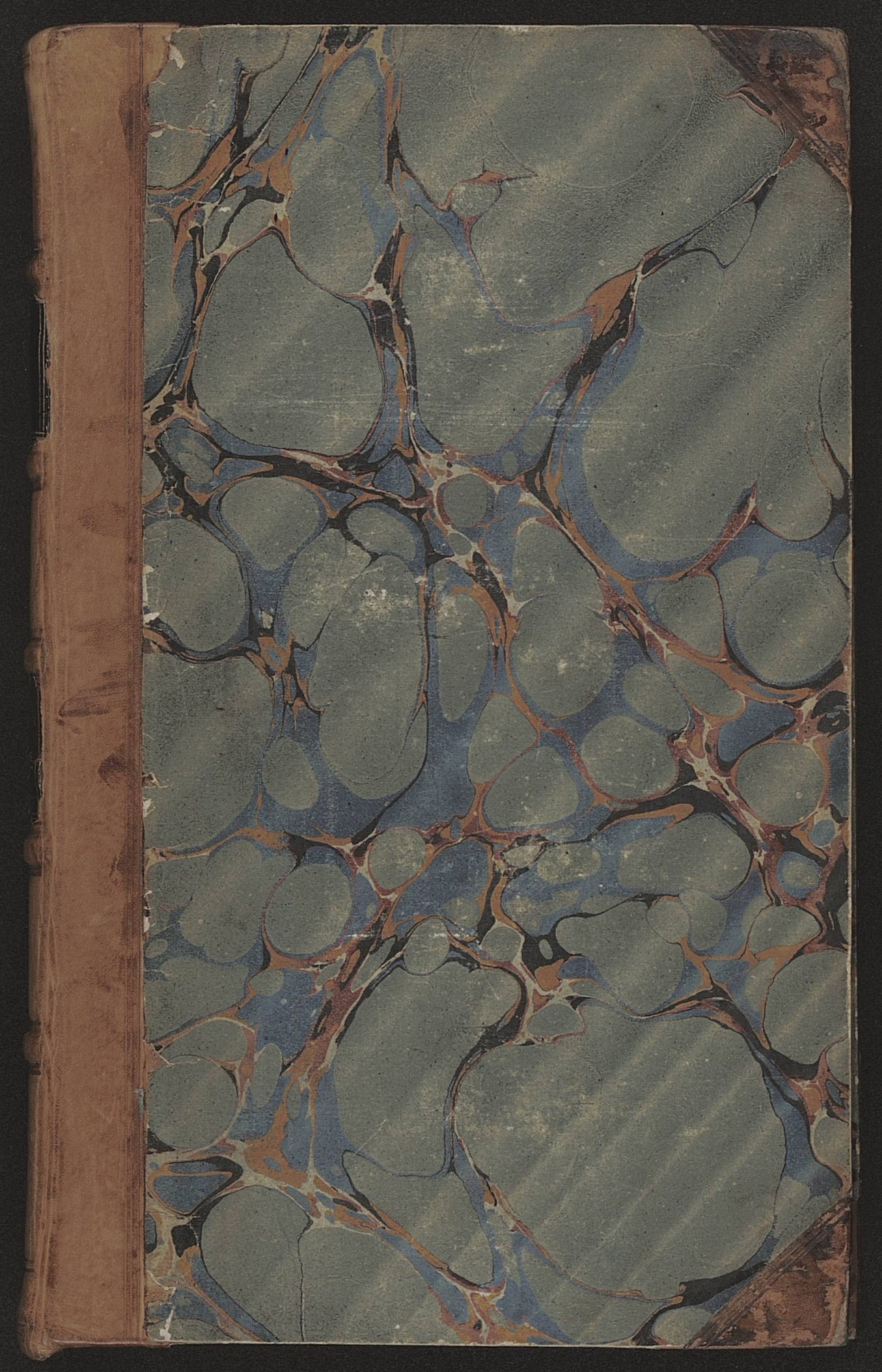
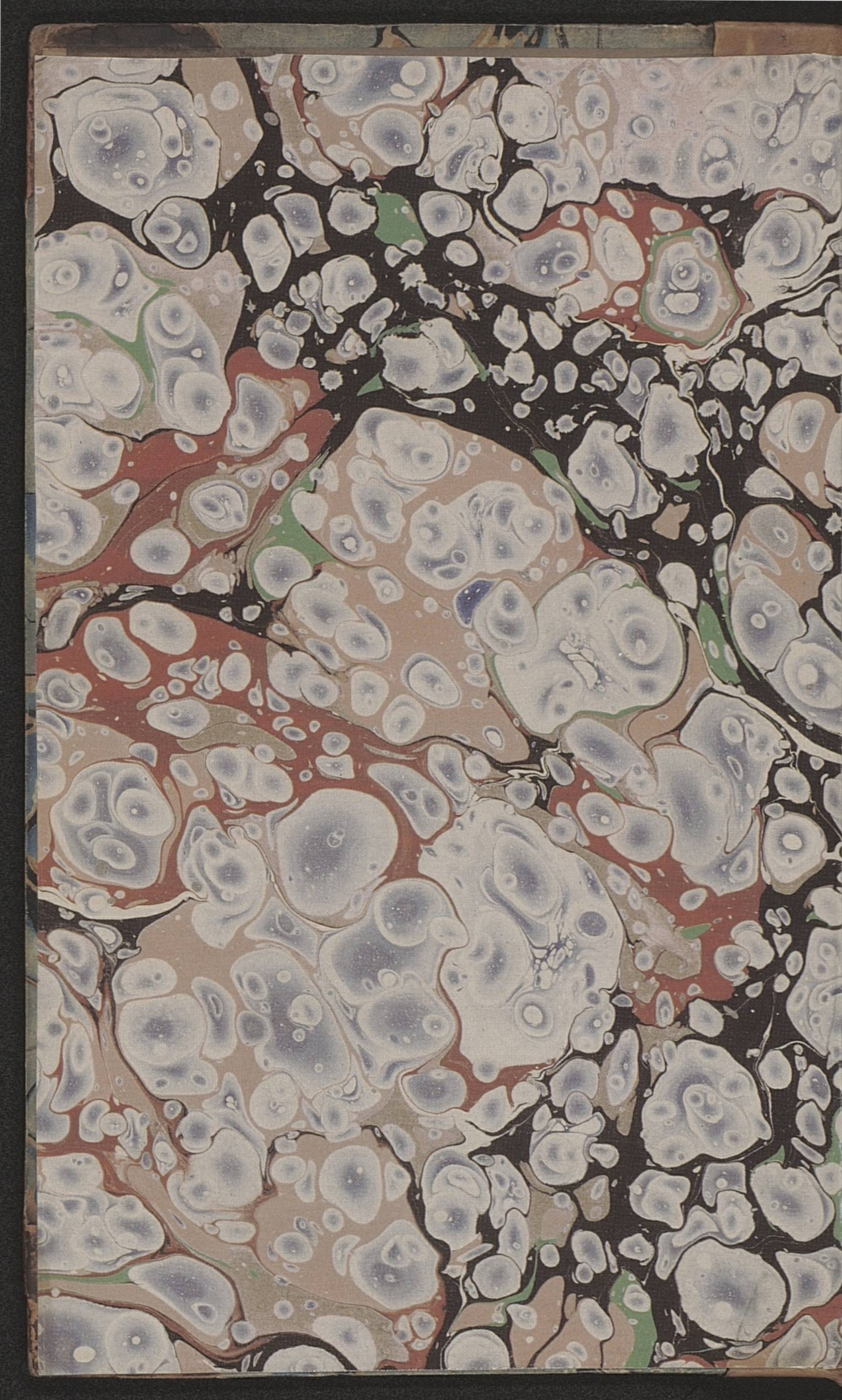








TRAITÉ

DE LA LUMIÈRE.

DE L'IMPRIMERIE DE GUIRAUDET,

RUE SAINT-HONORÉ, Nº 315.



TRAITÉ

DE

LA LUMIÈRE,

PAR J.-F.-W. HERSCHEL,

PRÉSIDENT DE LA SOCIÉTÉ ASTRONOMIQUE DE LONDRES,

TRADUIT DE L'ANGLAIS AVEC NOTES

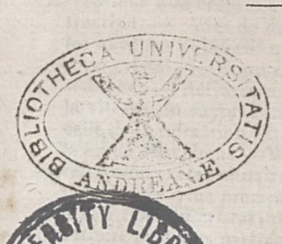
PAR MM.

P.-F. WERHULST, Docteur en Sciences,

ET

A. QUETELET, Directeur de l'Observatoire de Bruxelles.

TOME SECOND.





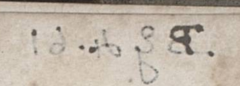
PARIS,

A LA LIBRAIRIE CLASSIQUE ET ÉLÉMENTAIRE,

DE L. HACHETTE,

RUE PIERRE-SARRASIN, N° 12.

M DCCC XXXIII. [1833]





TRAITÉ
DE LA LUMIÈRE.

QUATRIÈME PARTIE.

DE LA LUMIÈRE POLARISÉE.

---

§ Ier. — *De la double réfraction.*

Exceptions nombreuses à la loi de la réfraction ordinaire. — Double réfraction. — Axes de double réfraction. — Les rayons dirigés suivant les axes ne subissent que la réfraction simple. — Axes ou lignes fixes d'un cristal. — Énumération des classes de cristaux qui n'ont qu'un seul axe. — Réfraction du rayon ordinaire. — Loi de Huyghens pour la vitesse du rayon extraordinaire. — Connexion de cette loi avec celle de la réfraction extraordinaire. — Comment celle-ci se déduit de la loi de Huyghens. — Valeur du rayon du sphéroïde qui représente la réfraction extraordinaire. — Application du principe de moindre action ou de plus prompte propagation. — Etant donné la route du rayon hors du cristal, déterminer la route dans l'intérieur. — Applications à des cas particuliers. — 1° Quand l'axe est perpendiculaire à la surface. — 2° Quand l'axe se trouve à la surface. — Cas de réfraction dans la section principale. — Cas de réfraction dans un plan perpendiculaire à la section principale. — Méthode pour déterminer par l'expérience le sphéroïde de double réfraction. — Loi de l'accroissement de la vitesse. — Division des cristaux en positifs et en négatifs. — Les ondulations se propagent en formant des surfaces ellipsoïdales. — Recherches de Malus. — Foyers d'une lentille biréfringente. — Construction de Huyghens pour la réfraction extraordinaire. — Démonstration fondée sur le principe des ondulations sphéroïdales. —

Propagation oblique du rayon extraordinaire. — Forme et position du rayon extraordinaire. — Distinction entre la vitesse des ondes lumineuses et celle des rayons de lumière.

779. — Quand un rayon de lumière tombe sur la surface d'un milieu transparent, une partie de ce rayon se réfléchit sous un angle égal à l'angle d'incidence; une autre, très petite (assez du moins pour qu'on puisse la négliger), se dissémine dans toutes les directions, et sert à rendre la surface visible; le reste entre dans le milieu où il se réfracte. Dans le premier volume nous avons fait connaître la *loi* de cette réfraction, ou les règles auxquelles est assujettie la route de cette dernière partie du rayon. Jusqu'ici nous avons regardé cette loi comme générale; mais elle n'a réellement lieu que pour les milieux réfringents, qui appartiennent aux classes suivantes :

1° Les gaz et vapeurs.

2° Les fluides.

3° Les substances dans lesquelles un passage trop prompt de l'état liquide à l'état solide ne permet pas aux molécules de prendre un arrangement cristallin régulier, comme le verre, la colle, etc.; les gommes, les résines, etc.; la viscosité qu'elles acquièrent durant le refroidissement y faisant obstacle.

4° Les cristaux, dont la forme primitive est le cube, l'octaèdre régulier, le dodécaèdre rhomboïdal, ou qui appartiennent au système *tessulaire* de Mohs. Cette classe offre très peu d'exceptions; encore est-il probable qu'elles ne proviennent que de l'imperfection de nos connaissances en cristallographie.

Cependant les corps solides qui appartiennent à ces classes cessent d'en faire partie lorsqu'ils sont soumis à une compression ou à une dilatation violente, produite par une force mécanique ou par l'action inégale de la chaleur, qui distend leurs molécules avec assez de violence pour causer dans certains cas la rupture de ces corps. C'est ainsi qu'on voit souvent un morceau de verre se briser par l'échauffement subit d'une de

ses parties. Les fluides offrent bien aussi quelques exceptions, lorsqu'on les examine de très près ; mais la déviation n'étant apercevable qu'au microscope, nous n'y aurons pas égard pour le moment.

780. — Tous les autres corps, tels que les sels, les pierres précieuses, les cristaux, qui ne font point partie des classes rapportées plus haut ; tous les corps, tant du règne animal que du règne végétal, dans lesquels il existe quelque disposition à un arrangement régulier de molécules, comme la corne, la nacre, la plume, etc., et en général tous les corps inégalement comprimés ou dilatés, partagent la lumière qu'ils réfractent *en deux faisceaux distincts*, dont chacun poursuit sa route en ligne droite, suivant des lois particulières, et sans éprouver de nouvelle subdivision tant qu'il ne sort pas du milieu. Ce phénomène est très sensible dans le *spath d'Islande*, qui n'est, au fond, que du carbonate de chaux cristallisé régulièrement. Ce minéral se trouve ordinairement sous la forme de parallélipipèdes obliques, que l'on réduit par le clivage à des rhomboïdes réguliers obtus. On le rencontre quelquefois à un état de transparence parfaite, ce qui suffit pour le rendre remarquable, indépendamment de ses propriétés optiques.

Le premier qui ait parlé de la double réfraction paraît être Bartholin, en 1669. Ce phénomène fut examiné depuis avec la plus grande attention par Huyghens, à qui l'on doit le système des ondulations de la lumière. Ses recherches sur ce sujet font époque dans l'histoire de l'optique, et sont comparables à la fameuse découverte de l'inégale réfrangibilité des rayons colorés, dont l'honneur appartient à Newton. C'est Huyghens qui découvrit la véritable loi de la double réfraction dans les cristaux.

Trompé par quelques mesures inexactes (ce qui lui arrivait très rarement), Newton proposa une autre loi ; mais les raisonnements de Huyghens, tombés depuis long-temps dans un

inexplicable oubli, furent enfin appuyés par des expériences incontestables, que l'on doit au docteur Wollaston.

Depuis lors une impulsion nouvelle a été donnée à cette partie de l'optique par les travaux successifs de Laplace, Malus, Brewster, Biot, Arago et Fresnel. L'histoire des recherches de ces savants, qui semblaient animés d'une heureuse émulation, est une des plus belles pages que puissent offrir les annales des sciences physiques depuis le développement du véritable système de l'univers. Cependant il n'entre point dans notre plan de la retracer ici, ni d'assigner à chacun de ces hommes célèbres la part qui lui revient de tant de brillantes découvertes. La perte de plusieurs d'entre eux est encore trop récente pour que nous osions porter un jugement sur une matière aussi délicate, et balancer la science profonde du mathématicien avec l'adresse et la sagacité du physicien, ou le génie subtil du philosophe investigateur.

Nous proposant de laisser de côté tout ce qui est purement historique, excepté dans des cas particuliers où nous serions forcés de nous écarter de cette règle, nous nous contenterons de mettre sous les yeux du lecteur l'exposé systématique des connaissances actuelles sur la théorie de la double réfraction. Comme il a été démontré que la loi de Huyghens s'applique rigoureusement au cas pour lequel elle a été imaginée, ainsi qu'à une classe de corps très nombreuse, nous nous occuperons d'abord de cette classe, pour passer ensuite à des cas plus difficiles.

781. — On a remarqué que, dans tous les cristaux doués de la double réfraction, la lumière qui traverse la surface se divise en deux *faisceaux égaux* qui suivent des routes rectilignes en formant ensemble un angle dont la grandeur varie avec l'inclinaison du rayon incident par rapport à la surface et à certaines lignes fixes ou axes dans l'intérieur du cristal. Ces lignes ont des relations invariables avec les plans de clivage ou avec d'autres plans et lignes fixes qui appartiennent

à la forme primitive. Or on sait que dans chaque cristal il y a au moins une de ces lignes fixes qui jouit de la propriété de faire coïncider les rayons transmis dans sa direction, et par conséquent de faire évanouir l'angle entre les deux faisceaux.

En outre, jusqu'à présent on n'a pas encore trouvé de cristal dans lequel il y ait plus de deux semblables lignes ; on les appelle les *axes optiques*. Tous les cristaux *biréfringents* (doués de la double réfraction) peuvent donc être divisés en deux classes : ceux qui ont un axe optique et ceux qui en ont deux.

782. — Tout rayon qui traverse un cristal le long de l'axe optique, sans se diviser, suit la loi de réfraction ordinaire, tant à son entrée qu'à sa sortie du cristal, quel que soit d'ailleurs son angle d'incidence ou d'émergence. Dans ce cas particulier le cristal agit exactement comme un milieu ordinaire. Il y a cependant quelques exceptions, dont nous parlerons plus tard.

783. — Dans tous les autres cas la loi est très différente et singulièrement compliquée, du moins quant à l'un des faisceaux. Nous l'expliquerons d'abord dans l'hypothèse d'un seul axe optique ; mais il convient auparavant de bien définir ce que l'on entend par les axes ou lignes fixes d'un cristal. Qu'on se figure un bloc de maçonnerie, aussi grand que l'on voudra, bâti en briques disposées par assises parallèles, et d'une forme quelconque, cubique, pyramidale, etc. Ce bloc, en séchant, devient une masse compacte, qu'on peut tailler à volonté en sphère, en cône, en cylindre, etc. ; mais les arêtes des briques n'en restent pas moins parallèles entre elles, et leurs directions, aussi bien que celles des diagonales des surfaces et des volumes des briques, peuvent être regardées comme autant d'axes, c'est-à-dire de lignes ayant une position déterminée dans l'espace, aussi long-temps que celle du cristal reste la même. Ces axes sont donc tout-à-fait indépendants

de la surface extérieure ou des lignes qui limitent le bloc, que l'on peut couper par un plan incliné d'une manière quelconque par rapport aux arêtes des briques. Chaque fois qu'il sera question de lignes fixes ou d'axes d'un cristal, il faudra toujours les concevoir comme des directions, dans l'espace, parallèles à un système de droites menées dans chaque molécule, suivant des lois géométriques données, et d'une manière déterminée, par rapport aux côtés et aux angles des molécules mêmes. Ainsi l'on doit regarder l'axe d'une masse cristallisée non comme une simple droite ayant une *place* déterminée, mais comme une droite arbitraire ayant seulement une *direction* fixe dans l'espace. Cette direction est parallèle à *l'axe de chaque molécule*, c'est-à-dire à une ligne entièrement déterminée dans l'intérieur de la molécule.

784. — Dorénavant nous dirons les *axes* d'un cristal pour désigner les directions des axes de ses molécules, ou des molécules d'un cristal semblable et semblablement placé.

De la loi de double réfraction dans les cristaux qui n'ont qu'un seul axe optique.

785. — Cette classe de cristaux comprend tous ceux qui appartiennent au système rhomboèdral de Mohs, c'est-à-dire ceux qui ont pour forme primitive le rhomboïde aigu ou obtus, ou le prisme hexagonal, aussi bien que ceux dont la forme primitive est l'octaèdre à base carrée, le prisme droit à base carrée, ou le dodécaèdre bipyramidal. Le docteur Brewster a démontré que tous ces cristaux n'ont qu'un seul axe, qui est celui de symétrie de leur forme primitive.

Dans le rhomboïde c'est l'axe de la figure ou la droite qui joint les deux angles formés par trois angles plans égaux; dans le prisme hexagonal c'est l'axe géométrique; dans l'octaèdre, ou le prisme à base carrée, c'est une droite qui passe par le centre de la base perpendiculairement à son plan. Cette

règle s'applique à un si grand nombre de cas, et les exceptions (si toutefois on croit devoir en admettre) sont si rares et ont si souvent disparu dès que l'on a mieux connu la forme cristalline des minéraux exceptés, que, si l'on rencontre quelque anomalie, il est plus raisonnable de l'attribuer à l'inexactitude des données qu'à un défaut de généralité dans la règle.

786. — Dans tous les cristaux de cette classe l'un des faisceaux suit la loi ordinaire de Snellius et de Descartes, ayant un indice de réfraction (μ) invariable, c'est-à-dire qu'il existe un rapport constant entre les sinus d'incidence et de réfraction, quelle que soit l'inclinaison de la surface. Ainsi la vitesse de ce faisceau dans le milieu est la même, dans quelque sens qu'il traverse les molécules, et le cristal se comporte comme un milieu non cristallisé à l'égard de cette partie de la lumière réfractée que l'on nomme pour cette raison le faisceau *ordinaire*.

787. — Pour nous rendre compte de la loi que suit le faisceau *extraordinaire*, concevons-le plongé librement dans le milieu, et poursuivant son chemin à travers les molécules. La vitesse ne sera pas la même dans toutes les directions, comme dans le cas du rayon ordinaire, mais elle dépendra de l'angle entre l'axe et la route du faisceau, sa valeur minimum correspondant au cas de parallélisme et son maximum au cas de perpendicularité. Dans les positions intermédiaires elle prendra des valeurs moyennes assujetties à la loi suivante : Supposons un ellipsoïde de révolution, allongé ou aplati suivant les circonstances, dont l'axe de révolution coïncide avec celui du cristal, et dont le rapport du rayon polaire au rayon équatorial soit celui des vitesses maximum et minimum mentionnées plus haut, c'est-à-dire celui de la vitesse du faisceau qui se meut parallèlement à l'axe, à la vitesse du faisceau qui se meut suivant une perpendiculaire à ce même axe. Alors,

dans toutes les positions intermédiaires, le rayon de ce sphéroïde, parallèle au faisceau, représentera la vitesse de celui-ci, dans le même rapport que les rayons polaire et équatorial représentent, par hypothèse, les vitesses parallèles à leurs directions respectives.

788. — Telle est la loi de Huyghens sous sa forme la plus simple et la plus générale. On ne voit pas d'abord ce qu'elle a de commun avec la loi de la réfraction extraordinaire; mais, si l'on se rappelle ce qui a été démontré aux art. 539, 540, et qu'on en fasse l'application au cas actuel, on concevra facilement que la détermination de la seconde au moyen de la première est un problème de pure géométrie, soit qu'adoptant le système corpusculaire, on emploie, avec Laplace, le principe de moindre action, comme dans les articles précités; soit que, donnant la préférence à l'hypothèse ondulatoire, on substitue à ce principe celui de plus prompte propagation, expliqué aux art. 587 et 588.

Nous remarquerons cependant que la loi de Huyghens est énoncée plus haut conformément à la doctrine ondulatoire, qui suppose la vitesse de la lumière *plus faible* dans un milieu dense que dans un milieu rare. Mais, si l'on fait usage du principe de moindre action, il faut supposer le contraire, ou, ce qui revient au même, regarder la vitesse dans le milieu comme *inversement* proportionnelle au rayon de l'ellipsoïde. Comme les résultats sont nécessairement les mêmes dans les deux hypothèses, nous nous servirons du langage propre au système corpusculaire.

789. — Conservant la notation de l'art. 540, on fera dériver la loi de réfraction de l'équation

$$V\,S + V'\,S' = \text{minimum},$$

dans laquelle V est la vitesse hors du milieu et V′ la vitesse dans le milieu; S et S′ sont les espaces correspondants décrits

par le rayon, en passant de point en point. Soient a et b les demi-axes équatorial et polaire de l'ellipsoïde mentionné plus haut (que nous appellerons l'ellipsoïde de double réfraction); α, β, γ, les coordonnées du point (A) hors du cristal; α', β', γ', les coordonnées d'un point (B) dans l'intérieur, par lequel le rayon est censé passer; x, y, z, les coordonnées d'un point à la surface du cristal, tel que le rayon qui y tombe de (A) passe par (B) de la manière prescrite par la loi de la réfraction extraordinaire; φ l'angle entre la route intérieure S' et l'axe du cristal: le rayon (de l'ellipsoïde) parallèle à cette route aura pour expression

$$r = \frac{a\,b}{\sqrt{b^2 \sin^2 \varphi + a^2 \cos^2 \varphi}} = \frac{a\,b}{W}, \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

a désignant toujours le rayon équatorial et b le rayon polaire du sphéroïde. Or, puisqu'on a généralement

$$V' = \frac{\text{const}}{r},$$

et qu'à l'instant où $r = b$, les faisceaux ordinaire et extraordinaire coïncident, si l'on dénote par μ l'indice de réfraction ordinaire,

$$V' = \mu\, V,$$

et par conséquent

$$\mu\, V = \frac{\text{const}}{b}$$

et

$$b\, \mu\, V = \text{const};$$

d'où l'on tire

$$V' = \mu\, V \,.\, \frac{b}{r}$$

et

$$\frac{V'}{V} = \mu \,.\, \frac{b}{r}.$$

790. — En général la condition de moindre action est exprimée par

$$d(VS + V'S') = o, \text{ ou } V . dS + V' . dS' + S' . dV' = o. \quad (2)$$

Mais, pour faire usage de cette équation, il faut exprimer V', S et S', en fonction de quantités variables relatives à un point quelconque de la surface du cristal. A cet effet l'on peut employer indifféremment des coordonnées rectangulaires ou polaires; cependant ces dernières conviennent davantage. Soit donc C (fig. 169) le point d'incidence du rayon A C sur la surface H a O b, et de ce point, comme centre, décrivons une sphère. Soit Z C z la perpendiculaire à la surface et P C p la direction de l'axe du cristal. Le plan Z P H z p O Z, perpendiculaire à la surface et passant par l'axe, se nomme la *section principale* de la surface. Soient Z A a, z B b, des plans verticaux contenant les rayons incident et réfracté. Joignons B p par un arc de grand cercle : cet arc sera visiblement égal à φ.

791. — Supposons maintenant l'axe des x parallèle à H C, projection de l'axe du cristal; et, puisqu'il nous est permis de prendre à volonté le plan des $x\,y$, faisons-le coïncider avec la surface réfractante, de manière que $z = o$. Abaissant alors les perpendiculaires A M, M m, B N, N n, et posant

$\lambda = ZP = zp =$ l'angle entre l'axe et la perpendiculaire,

$\pi = Oa =$ l'inclinaison du plan d'incidence sur la section principale,

$\pi' = Ob =$ l'inclinaison du plan de réfraction sur la section principale,

$\theta =$ l'angle $ZCA = ZA =$ l'angle d'incidence,

$\theta' = zCB = zB =$ l'angle de réfraction,

nous aurons les relations suivantes :

$$A\,C = S,$$

$$A\,M = \gamma,$$

$$\overline{C\,m}^2 = (\alpha - x)^2,$$

$$\overline{M\,m}^2 = (\beta - y)^2,$$

par conséquent

$$\left.\begin{array}{l} \alpha - x = \gamma \,.\, \text{tang}\, \theta \,.\, \cos \pi, \\ \beta - y = \gamma \,.\, \text{tang}\, \theta \,.\, \sin \pi, \\ S = \dfrac{\gamma}{\cos \theta}, \\ \text{et pareillement} \\ \alpha' - x = \gamma' \,.\, \text{tang}\, \theta' \,.\, \cos \pi', \\ \beta' - y = \gamma' \,.\, \text{tang}\, \theta' \,.\, \sin \pi', \\ S' = \dfrac{\gamma'}{\cos \theta'}. \end{array}\right\} \;.\;.\;.\;,\;.\;.\quad (5)$$

Si l'on différentie ces équations en faisant attention que

$$d\,(\alpha - x) = d\,(\alpha' - x),$$

$$d\,(\beta - y) = d\,(\beta' - y),$$

il viendra

$$d\,(\text{tang}\,\theta \,.\, \cos \pi) = \frac{\gamma'}{\gamma} \,.\, d\,(\text{tang}\,\theta' \,.\, \cos \pi'),$$

$$d\,(\text{tang}\,\theta \,.\, \sin \pi) = \frac{\gamma'}{\gamma} \,.\, d\,(\text{tang}\,\theta' \,.\, \sin \pi').$$

Ces équations, développées et réduites, prennent la forme suivante :

$$\left.\begin{aligned}
\frac{d\,\theta}{d\,\theta'} &= \frac{\gamma'}{\gamma} \cdot \left(\frac{\cos\,\theta}{\cos\,\theta'}\right)^2 . \cos\,(\pi - \pi'),\\
\frac{d\,\theta}{d\,\pi'} &= \frac{\gamma'}{\gamma} . \cos^2\theta \,.\, \text{tang}\,\theta' \,.\, \sin\,(\pi - \pi'),\\
\frac{d\,\pi}{d\,\theta'} &= \frac{\gamma'}{\gamma} . \frac{\sin\,(\pi' - \pi)}{\text{tang}\,\theta \,.\, \cos^2\theta'},\\
\frac{d\,\pi}{d\,\pi'} &= \frac{\gamma'}{\gamma} . \frac{\text{tang}\,\theta'}{\text{tang}\,\theta} . \cos\,(\pi' - \pi).
\end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Telles sont les conditions nécessaires pour que le point C reste sur la surface.

792. — Puisque S, S′, V′, peuvent être regardées comme des fonctions des coordonnées polaires θ' et π', que nous nous proposons de prendre pour variables indépendantes, nous avons

$$d\,V' = \frac{d\,V'}{d\,\theta'}\,d\,\theta' + \frac{d\,V'}{d\,\pi'}\,d\,\pi'.$$

D'ailleurs

$$d\,S = \frac{\gamma \,.\, \sin\,\theta}{\cos^2\,\theta}\left(\frac{d\,\theta}{d\,\theta'}\,d\,\theta' + \frac{d\,\theta}{d\pi'}\,d\,\pi'\right) d\,S' = \frac{\gamma'\sin\,\theta'}{\cos^2\,\theta'}\,d\,\theta';$$

de manière qu'en substituant ces valeurs dans l'équation (2), il viendra

$$o = \left\{\begin{aligned}
&\left[V . \frac{\gamma \,.\, \sin\,\theta}{\cos^2\,\theta} . \frac{d\,\theta}{d\,\theta'} + V' . \frac{\gamma' \,.\, \sin\,\theta'}{\cos^2\,\theta'} + \frac{\gamma'}{\cos\,\theta'} . \frac{dV'}{d\,\theta'}\right] d\theta'\\
&+ \left[V . \frac{\gamma \,.\, \sin\,\theta}{\cos^2\,\theta} . \frac{d\,\theta}{d\,\pi'} + \frac{\gamma'}{\cos\,\theta'} . \frac{d\,V'}{d\,\pi'}\right] d\pi';
\end{aligned}\right\} (5)$$

ce qui donne, en faisant évanouir séparément les coefficients des deux différentielles indépendantes,

$$\left.\begin{aligned}\frac{dV'}{d\theta'} &= -V\,.\,\frac{\gamma}{\gamma'}\,.\,\frac{\sin\theta\,.\,\cos\theta'}{\cos^2\theta}\,.\,\frac{d\theta}{d\theta'} - V\,.\,\text{tang}\,\theta',\\ \frac{dV'}{d\pi'} &= -V\,.\,\frac{\gamma}{\gamma'}\,.\,\frac{\sin\theta\,.\,\cos\theta'}{\cos^2\theta}\,.\,\frac{d\theta}{d\pi'}.\end{aligned}\right\}\quad(6)$$

Remplaçant dans ces équations les rapports $\frac{d\theta}{d\theta'}$, $\frac{d\theta}{d\pi'}$, par leurs valeurs tirées de l'équation (4), l'on obtient

$$\left.\begin{aligned}\frac{dV'}{d\theta'} &= -V\,.\,\frac{\sin\theta}{\cos\theta'}\,.\,\cos(\pi-\pi') - V'\,.\,\text{tang}\,\theta',\\ \frac{dV'}{d\pi'} &= -V\,.\,\sin\theta\,.\,\sin\theta'\,.\,\sin(\pi-\pi').\end{aligned}\right\}\quad(7)$$

Ces formules sont les mêmes que celles déduites, par Laplace et Malus, des relations dynamiques du problème, en employant une analyse difficile et laborieuse. Par leur moyen il est aisé d'exprimer la loi de réfraction correspondante à une loi des vitesses quelconque : car il suffit de les écrire sous la forme

$$V\,.\,\sin\theta\,.\,\cos\pi\,.\,\cos\pi' + V\,.\,\sin\theta\,.\,\sin\pi\,.\,\sin\pi'$$
$$= -V'\,.\,\sin\theta'\,.\,-\cos\theta'\,.\,\frac{dV'}{d\theta'},$$

$$V\,.\,\sin\theta\,.\,\cos\pi\,.\,\sin\pi' - V\,.\,\sin\theta\,.\,\sin\pi\,.\,\cos\pi'$$
$$= \frac{1}{\sin\theta'}\,.\,\frac{dV'}{d\pi'}.$$

En multipliant la première équation par $\cos\pi'$ et la seconde par $\sin\pi'$, l'on a, en faisant la somme,

$$\left.\begin{aligned}V\,.\,\sin\theta\,.\,\cos\pi &= \frac{\sin\pi'}{\sin\theta'}\,.\,\frac{dV'}{d\pi'} - \cos\theta'\,.\,\cos\pi'\,\frac{dV'}{d\theta'}\\ &\quad - \sin\theta'\,.\,\cos\pi'\,.\,V'.\end{aligned}\right\}\quad(8)$$

Multipliant de nouveau la première par sin π' et la seconde par — cos π', on trouve, en additionnant,

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{V}.\sin\theta.\sin\pi = & -\frac{\cos\pi'}{\sin\theta'}.\frac{d\mathrm{V}'}{d\pi'} - \cos\theta'.\sin\pi'.\frac{d\mathrm{V}'}{d\theta'} \\ & - \sin\theta'.\sin\pi'.\mathrm{V}'. \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

Lorsque V', vitesse du faisceau extraordinaire, est une fonction quelconque de l'angle (φ) entre ce faisceau et l'axe, ou lorsqu'elle dépend de la position de ce même faisceau, le second membre de ces équations est toujours une fonction explicite de θ' et π' : ainsi, en nommant P et Q les valeurs de ces seconds membres, l'on a à la fois

$$\tang\pi = \frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{P}},$$

$$\cos\pi = \frac{\mathrm{P}}{\sqrt{\mathrm{P}^2 + \mathrm{Q}^2}},$$

$$\sin\theta = \sqrt{\mathrm{P}^2 + \mathrm{Q}^2};$$

de manière que π et θ sont exprimés directement en fonction de π' et de θ', ce qui fait connaître la direction dans laquelle doit émerger un rayon qui se meut d'une manière quelconque dans l'intérieur du cristal.

793. — Il ne s'agit plus que d'appliquer au cas actuel les règles que nous venons d'énoncer. A cet effet nous poserons (pour simplifier)

$$\mathrm{V} = 1,$$

et (puisque a et b, demi-axes du sphéroïde, sont arbitraires)

$$b = \frac{1}{\mu} \quad \text{ou} \quad \mu = \frac{1}{b}.$$

Nous désignerons en outre par W le radical

$$\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}.$$

Nous aurons alors

$$V' = \frac{W}{a\, b},$$

$$d\, V' = \frac{a^2 - b^2}{a\, b} \cdot \frac{\cos \varphi}{W}\, d\, (\cos \varphi).$$

Or, dans le triangle sphérique Z B p, l'on a

$$\text{Z}\, p = \lambda,$$
$$\text{Z B} = \theta';$$

$$\text{l'angle } p\, \text{Z B} = \pi',$$
$$p\, \text{B} = \varphi;$$

d'où, par les formules de la trigonométrie sphérique,

$$\cos \varphi = \cos \lambda \,.\, \cos \theta' + \sin \lambda \,.\, \sin \theta' \,.\, \cos \pi'. \qquad (10)$$

Différentiant séparément par rapport à θ' et par rapport à π',

$$\frac{d \cos \varphi}{d\, \theta'} = - \cos \lambda \,.\, \sin \theta' + \sin \lambda \,.\, \cos \theta' \,.\, \cos \pi',$$

$$\frac{d \cos \varphi}{d\, \pi'} = - \sin \lambda \,.\, \sin \theta' \,.\, \sin \pi'.$$

Substituant alors ces valeurs dans les différentielles partielles de V' qui se trouvent dans les équations (8) et (9), il vient

$$\sin \theta \,.\, \cos \pi =$$

$$- \frac{1}{abW} \begin{bmatrix} W^2 . \sin \theta' . \cos \pi' + (a^2 - b^2) \cos \varphi . \sin \lambda (1 - \cos^2 \pi' . \sin^2 \theta') \\ - (a^2 - b^2) \cos \varphi \,.\, \cos \lambda \,.\, \sin \theta' \,.\, \cos \theta' \,.\, \cos \pi' \end{bmatrix}$$

$$\sin \theta \,.\, \sin \pi =$$

$$- \frac{1}{abW} \begin{bmatrix} W^2 . \sin \theta' . \sin \pi' - (a^2 - b^2) \cos \varphi . \sin \lambda . \sin \pi' . \cos \pi' . \sin^2 \theta' \\ - (a^2 - b^2) \cos \varphi \,.\, \cos \lambda \,.\, \sin \theta' \,.\, \cos \theta' .\, \sin \pi' \end{bmatrix}.$$

Remplaçons W^2 par sa valeur $b^2 + (a^2 - b^2)\cos^2\varphi$, en nous rappelant que la valeur de $\cos\varphi$ est donnée par l'équation (10) : nous trouverons alors que les équations précédentes se réduisent respectivement à

$$\sin\theta \,.\, \cos\pi =$$

$$-\frac{1}{abW}\left[b^2 . \sin\theta' . \cos\pi' + (a^2 - b^2)\sin\lambda \,.\, \cos\varphi \right],$$

ou, à cause de (10),

$$\left\{\begin{array}{l} -\sin\theta.\cos\pi = \dfrac{1}{abW}\left[\begin{array}{l}(a^2-b^2)\cos\lambda\,.\,\sin\lambda\,.\,\cos\theta' \\ +(a^2.\sin^2\lambda + b^2.\cos^2\lambda)\cos\pi'.\sin\theta'\end{array}\right] \\ \text{et} \\ -\sin\theta.\sin\pi = \dfrac{1}{abW}[b^2.\sin\theta'.\sin\pi']. \end{array}\right\} \quad (11)$$

794. — Ces équations, jointes à celles qui donnent W en $\cos\varphi$, et $\cos\varphi$ en θ' et π', fournissent la solution complète du problème dans le cas d'un rayon qui passe d'un cristal dans l'air, et suffisent pour déterminer l'inclinaison du rayon réfracté par rapport à la surface, et celle du plan de ce rayon par rapport à la section principale.

Posons pour abréger

$$\left\{\begin{array}{l} a^2\sin^2\lambda + b^2\cos^2\lambda = A, \\ a^2\cos^2\lambda + b^2\sin^2\lambda = B, \\ (a^2-b^2)\sin\lambda \,.\, \cos\lambda = C. \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

En divisant la seconde des équations (11) par la première, il vient

$$\tan\pi = \frac{b^2 \,.\, \tan\theta' \,.\, \sin\pi'}{A \,.\, \tan\theta' \,.\, \cos\pi' + C} \quad . \quad . \quad (13)$$

ce qui donne immédiatement l'inclinaison du plan d'émer-

gence sur la section principale, ou, comme on l'appelle quelquefois, l'*azimuth* du rayon émergent.

795. — Réciproquement, si l'on voulait trouver l'angle de réfraction et l'azimuth du rayon extraordinaire qui a pénétré dans le cristal, au moyen de l'angle d'incidence et de l'azimuth du rayon au moment où il touche la surface, on exprimerait θ' et π' en fonction de θ et de π; ce qui peut se faire comme il suit :

Prenons

$$x = \text{tang}\,\theta' \,.\, \cos\pi', \quad y = \text{tang}\,\theta' \,.\, \sin\pi';$$

d'où

$$x^2 + y^2 = \text{tang}^2\,\theta' \quad \text{et} \quad \cos^2\theta' = \frac{1}{1 + x^2 + y^2};$$

$$\text{tang}\,\pi = \frac{b^2\, y}{\text{A}\, x + \text{C}}.$$

Or, puisque

$$\text{W}^2 = b^2 + (a^2 - b^2)\cos^2\varphi$$

$$= \cos^2\theta' \left[\frac{b^2}{\cos^2\theta'} + (a^2 - b^2)(\cos\lambda + \sin\lambda \,.\, \text{tang}\,\theta' \,.\, \cos\pi')^2\right],$$

la seconde des équations (11) devient, en élevant tout à la seconde puissance,

$$(\sin\theta \,.\, \sin\pi)^2 \left[\frac{b^2}{\cos^2\theta'} + (a^2 - b^2)(\cos\lambda + \sin\lambda \,.\, \text{tang}\,\theta' \,.\, \cos\pi')^2\right]$$

$$= \frac{b^2}{a^2}(\text{tang}\,\theta' \,.\, \sin\pi')^2;$$

ce qui donne

$$a^2(\sin\theta \,.\, \sin\pi)^2 \begin{bmatrix} b^2(1 + x^2 + y^2) \\ + (a^2 - b^2)(\cos\lambda + x \,.\, \sin\lambda)^2 \end{bmatrix} = b^2 y^2,$$

ou, en développant,

$$a^2(\sin\theta \,.\, \sin\pi)^2\,[\text{A}\,x^2 + 2\,\text{C}\,x + \text{B} + b^2 y^2] = b^2 y^2.$$

Or l'on a

$$A\,x + C = \frac{b^2\,y}{\text{tang}\,\pi};$$

d'où

$$x = \frac{b^2\,y}{A\,\text{tang}\,\pi} - \frac{C}{A}.$$

En substituant, on verra que cette équation est de la forme

$$p\,y^2 + q = 0,$$

et donne par sa résolution

$$y = \text{tang}\,\theta' . \sin\pi' = \frac{a^2 . \sin\theta . \sin\pi}{\sqrt{A - a^2 . \sin^2\theta\,(A\sin^2\pi + b^2\cos^2\pi)}}. \quad (14)$$

Reportant cette valeur de y dans celle de x, il vient

$$x = \text{tang}\,\theta' . \cos\pi'$$

$$= \frac{a^2\,b^2}{A} . \frac{\sin\theta . \cos\pi}{\sqrt{A - a^2 . \sin^2\theta\,(A\sin^2\pi + b^2\cos^2\pi)}} - \frac{C}{A}. \quad (15)$$

Ces équations sont identiques avec celles qu'a démontrées Malus dans sa *Théorie de la double réfraction*, si ce n'est quelques légères différences dans la notation provenant de ce que nous avons compté les arcs π et π' d'un point dans le cercle, opposé à celui que Malus a pris pour point de départ.

796. — Les valeurs de A, B, C, dépendent uniquement de a, b, λ, c'est-à-dire de la nature même du cristal, qui détermine le rapport des axes du sphéroïde de double réfraction et l'inclinaison de l'axe sur la surface qui reçoit le rayon incident. Les deux premières quantités sont constantes pour chaque espèce de cristal, la dernière est constante pour une surface donnée : il en résulte que la loi générale de la réfraction extraordinaire, en ne considérant que la position de la

surface par rapport à l'axe du cristal, se subdivise en plusieurs lois particulières, dont nous allons discuter les plus importantes.

797. — *Premier cas.* Quand $\lambda = o$, la surface est perpendiculaire à l'axe, $A = b^2$, $B = a^2$, $C = o$, et les équations (14) et (15) deviennent

$$\tang \theta' . \sin \pi' = \frac{a^2}{b} . \frac{\sin \theta . \sin \pi}{\sqrt{1 - a^2 . \sin^2 \theta}},$$

$$\tang \theta' . \cos \pi' = \frac{a^2}{b} . \frac{\sin \theta . \cos \pi}{\sqrt{1 - a^2 . \sin^2 \theta}}.$$

Ces équations [ainsi que (13)] donnent $\pi' = \pi$: de sorte que, dans ce cas, le plan de réfraction est le même que le plan d'incidence, et le rayon extraordinaire ne sort point du plan vertical. Ainsi l'on a simplement

$$\tang \theta' = \frac{a^2}{b} . \frac{\sin \theta}{\sqrt{1 - a^2 \sin^2 \theta}} . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

Telle est la formule qui exprime dans ce cas la loi de la réfraction extraordinaire. Si $\theta = o$, on a $\theta' = o$, c'est-à-dire que le rayon incident perpendiculaire glisse le long de l'axe sans se réfracter.

Si $\theta = 90°$, on a

$$\tang \theta' = \frac{a^2}{b\sqrt{1 - a^2}};$$

ce qui devient, en posant

$$b = \frac{1}{\mu}, \quad a = \frac{1}{\mu'},$$

$$\tang \theta' = \frac{\mu}{\mu' \sqrt{\mu'^2 - 1}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

Résultat toujours réel, puisque μ et μ' surpassent nécessaire-

ment l'unité : ainsi le rayon peut entrer dans le cristal, quelque oblique que soit son incidence.

798. — *Deuxième cas.* Lorsque l'axe se trouve à la surface,

$$\lambda = 90^o,\ A = a^2,\ B = b^2,\ C = o,$$

et les équations deviennent

$$\tang \theta' . \sin \pi' = \frac{a \sin \theta . \sin \pi}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta (a^2 \sin^2 \pi + b^2 \cos^2 \pi)}}, \quad (18)$$

$$\tang \theta' . \cos \pi' = \frac{b^2}{a} . \frac{\sin \theta . \cos \pi}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta (a^2 \sin^2 \pi + b^2 \cos^2 \pi)}}, \quad (19)$$

$$\tang \pi' = \frac{a^2}{b^2} . \tang \pi = \left(\frac{\mu}{\mu'}\right)^2 . \tang \pi \quad . \quad . \quad (20)$$

La dernière nous apprend que le rayon extraordinaire s'écarte du plan d'incidence. Cette déviation est nulle lorsque le plan d'incidence coïncide avec la section principale ; mais elle augmente des deux côtés jusqu'à ce qu'elle atteigne une certaine limite. Elle a lieu à partir de l'axe, le plan de réfraction faisant alors avec cette ligne un angle plus grand que le plan d'incidence. Ensuite les deux plans se rapprochent; et quand $\pi = 90^o$, $\tang \pi = \infty$, $\tang \pi' = \infty$, et par conséquent $\pi' = 90^o$, c'est-à-dire que le plan de réfraction coïncide avec le plan d'incidence.

799. — Les équations (18) et (19) montrent que, dans le cas précédent, le rayon réfracté ne décrit pas une surface conique autour de la perpendiculaire lorsque le rayon incident décrit une semblable surface : d'où il suit que la loi de réfraction varie pour chaque azimuth. Deux cas méritent une attention particulière : celui où le plan d'incidence et la section principale se confondent, et celui où ils se coupent à angles droits.

Dans le premier,

$$\pi = 0,\ \pi' = 0,$$

et

$$\tang \theta' = \frac{b^2}{a} \cdot \frac{\sin \theta}{\sqrt{1 - b^2 \sin^2 \theta}} \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

Il existe alors entre les angles de réfraction ordinaire et de réfraction extraordinaire une relation remarquable : c'est que leurs tangentes sont dans un rapport constant.

En effet, si (θ') désigne l'angle de réfraction pour le rayon ordinaire, on a

$$\sin (\theta') = \frac{1}{\mu} \cdot \sin \theta = b \sin \theta,$$

et conséquemment

$$\tang \theta' = \frac{b}{a} \cdot \frac{\sin (\theta)}{\sqrt{1 - \sin^2 (\theta)}} = \frac{b}{a} \tang (\theta). \quad (22)$$

800. — Dans le dernier cas,

$$\pi = \pi' = 90°,$$

et

$$\tang \theta' = \frac{a \sin \theta}{\sqrt{1 - a^2 \sin^2 \theta}}, \quad \sin \theta' = a \cdot \sin \theta. \quad (23)$$

Par conséquent le sinus d'incidence et le sinus de réfraction sont dans un rapport donné, et la réfraction extraordinaire a lieu suivant la même loi que la réfraction ordinaire ; seulement elle a pour indice $\mu' = \frac{1}{a}$ à la place de μ ou $\frac{1}{b}$. En ne considérant que ce cas particulier, le milieu paraît donc avoir deux indices, l'un de réfraction ordinaire et l'autre de réfraction extraordinaire.

801. — C'est en examinant avec soin les deux cas précédents que le docteur Wollaston fut à même de vérifier la loi de Huyghens. La circonstance mentionnée en dernier lieu nous permet d'assigner pour un cristal quelconque les deux axes du sphéroïde de double réfraction. Nous n'avons qu'à tailler un prisme de manière que l'arête de son angle réfringent soit parallèle à l'axe du cristal, et déterminer, par l'une ou l'autre des méthodes connues, les deux indices de réfraction, que l'on nommera μ et μ'.

Les deux demi-axes de l'ellipsoïde seront alors respectivement $\frac{1}{\mu}$ et $\frac{1}{\mu'}$: ainsi, pour le carbonate de chaux,

$$a = 0.67417, \quad b = 0.60449.$$

Ces valeurs ont été calculées par Malus, qui a déterminé avec le plus grand soin les indices de réfraction

$$\mu' = 1.4833 \quad \text{et} \quad \mu = 1.6543.$$

(*Théorie de la double réfraction*, p. 199.)

802. — Lorsqu'on fait usage de la méthode précédente, on ne voit pas d'abord comment on peut distinguer le rayon ordinaire du rayon extraordinaire. Cependant nous verrons bientôt qu'il y a pour cela des signes infaillibles et d'un emploi facile. Pour le moment nous nous contenterons de remarquer qu'une légère déviation de l'azimuth exact $\pi = 90^\circ$ écarte du plan d'incidence le rayon extraordinaire. Comme il n'en est pas de même du rayon ordinaire, cette observation peut servir de criterium dans certains cas.

803. — Le carré de la vitesse du rayon ordinaire dans le milieu est

$$\mu^2 V^2 = \mu^2 = \frac{1}{b^2},$$

quantité constante.

Celui du rayon extraordinaire est

$$V'^2 = \frac{W^2}{a^2 b^2} = \frac{\cos^2 \varphi}{b^2} + \frac{\sin^2 \varphi}{a^2},$$

$$V'^2 = \frac{1}{b^2} - \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}\right) \sin^2 \varphi.$$

Selon la doctrine corpusculaire, le carré de la vitesse du rayon extraordinaire est donc diminué d'une quantité proportionnelle au carré du sinus de l'inclinaison de ce rayon par rapport à l'axe. Nous prenons ici le mot *diminué* dans son acception algébrique, qui est d'accord avec le langage ordinaire lorsque $a > b$; mais, si $a < b$, il est véritablement augmenté. Cette remarque sert de base à la subdivision des cristaux biréfringents en deux classes, que les uns ont nommées classe attractive et classe répulsive, les autres classe positive et classe négative. La dernière dénomination nous semble préférable, parce qu'elle ne repose point sur des considérations théoriques. Les cristaux *positifs* sont ceux pour lesquels $a < b$, c'est-à-dire que leur ellipsoïde de double réfraction est *alongé*. Le coëfficient

$$-\left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}\right)$$

(que nous appellerons k) est alors positif, et le carré de la vitesse, ou

$$v^2 + k^2 \sin^2 \theta$$

(en posant $v = \frac{1}{b} =$ la vitesse du rayon ordinaire dans le milieu), s'accroît par l'action du milieu et a son minimum sur l'axe. Pour les cristaux négatifs, le coëfficient k est négatif, $a > b$, c'est-à-dire que le sphéroïde est *aplati*, et la vitesse du rayon extraordinaire a son maximum dans la direction de l'axe : conséquemment dans les cristaux positifs l'indice de réfraction ordinaire (μ) est moindre que celui de réfraction extraordinaire ; c'est le contraire dans les autres. A la pre-

mière classe appartiennent le quartz, la glace, le zircon, l'apophyllite uniaxiale; à la seconde, le spath d'Islande, la tourmaline, le béril, l'émeraude, l'apatite, etc. La classe négative est, jusqu'à présent, beaucoup plus nombreuse que la classe positive. On doit à M. Biot cette division des cristaux, tant naturels qu'artificiels, en positifs et en négatifs.

804. — Dans la doctrine ondulatoire la vitesse de la lumière a une valeur inverse de celle qu'on lui attribue dans le système corpusculaire : elle est par conséquent *directement* proportionnelle au rayon du sphéroïde de double réfraction. Ainsi une onde propagée dans un cristal, à partir d'un point quelconque, doit parcourir, dans tous les sens et dans le même temps, des espaces proportionnels aux rayons du sphéroïde parallèles à ces espaces, et par conséquent, à un instant donné, la surface de l'onde entière sera semblable à l'ellipsoïde de double réfraction. Telle est l'idée de Huyghens : elle suppose que le cristal, ou l'éther dont il est pénétré, est doué d'une élasticité variable suivant les directions. Cette hypothèse n'est rien moins qu'impossible ou improbable quand on attribue cette différence d'élasticité aux molécules mêmes du corps solide; mais, si l'on fait dépendre la propagation de la lumière de l'élasticité de l'éther seulement, il faut supposer que, dans les cristaux, les molécules de ce fluide sont dans un état différent de celui où elles se trouvent dans l'espace libre. On peut les concevoir liées en quelque sorte avec les particules solides (comme dans le cas où elles formeraient des atmosphères autour de celles-ci) ou soumises à des lois d'action mutuelle analogues à celles qui régissent les molécules matérielles dont elles partageraient la disposition cristalline et la dépendance réciproque.

805. — Pour ne point dépasser par de nouvelles applications les limites que nous nous sommes fixées, nous renverrons le lecteur qui désirerait approfondir cette partie de l'optique à

l'ouvrage de Malus intitulé *Théorie de la double réfraction*, que nous avons déjà cité souvent et qui a remporté le prix de mathématiques à l'Institut de France, en 1810. L'analyse la plus profonde s'y trouve jointe à d'excellentes expériences, et sous ce rapport, il mérite d'être regardé comme un modèle dans ce genre. On y verra la théorie de la réflexion du rayon extraordinaire à l'intérieur du cristal, phénomène qui offre plusieurs particularités remarquables, et la recherche des foyers de lentilles construites avec des milieux biréfringents. Nous nous contenterons de donner ici les résultats des calculs de Malus dans le cas d'une lentille biconvexe dont l'axe de double réfraction est le même que celui de la lentille.

Soient :

r, r', les rayons des surfaces antérieure et postérieure de la lentille ;

d la distance entre l'axe et le point rayonnant ;

a, b, les rayons équatorial et polaire du sphéroïde de double réfraction ;

D la distance du foyer conjugué des rayons extraordinaires derrière la lentille ;

Δ la longueur focale extraordinaire dans le cas des rayons parallèles ;

F la longueur focale ordinaire dans le même cas.

L'expression générale de D est alors

$$D = -\frac{a^2\, b\, d\, r\, r'}{d\,(r + r')\,(2\,b^2 - a^2 - a^2\, b) - a^2\, b\, r\, r'},$$

$$F = \frac{-\,b\, r\, r'}{(r + r')\,(1 - b)}.$$

Si la lentille est équiconvexe, $r = r'$, et

$$D = -\frac{a^2 b r d}{2(2b^2 - a^2 - a^2 b) d - a^2 b r},$$

$$\Delta = -\frac{a^2 b r}{2(2b^2 - a^2 - a^2 b)},$$

$$F = \frac{-b r}{2(1-b)},$$

$$\Delta - F = -2F \cdot \frac{a^2 - b^2}{2b^2 - a^2 - a^2 b}.$$

Pour le spath d'Islande, ces dernières équations deviennent

$$D = -r \times 88.2286,$$

$$F = -r \times 0.7642,$$

$$D - F = -F \times 114.4546.$$

Pour le cristal de roche (quartz),

$$D = -r \times 0.9628,$$

$$F = -r \times 0.8958,$$

$$D - F = -F \times 0.0748.$$

806. — Huyghens a donné la construction suivante (fig. 170) pour représenter généralement la route d'un rayon extraordinaire quelconque.

Soit HED la section elliptique du sphéroïde de double réfraction par la surface du cristal, RC le rayon incident qui passe par le centre C, BCK la projection orthogonale du rayon RC sur la surface. Soit HME une portion du sphéroïde inclinée d'une manière quelconque par rapport à la surface du cristal dont l'axe est censé contenir le point C. La surface de ce sphéroïde sera alors la limite de l'onde propagée autour de C comme centre, après un temps déterminé. Menons CO dans le plan RCK perpendiculaire à RC et prenons OK (perpendicu-

laire à CK ou parallèle à RC) égal à l'espace parcouru par la lumière, pendant le même temps que ci-dessus, dans le milieu extérieur au cristal. Cette construction déterminera le point K sur la ligne BCK. Par K menons KT perpendiculaire à BK, et autour de KT, comme axe, faisons tourner un plan jusqu'à ce qu'il touche la surface du sphéroïde en I. Joignons C et I, et CI sera le rayon réfracté extraordinaire.

807. — Il est aisé de justifier cette construction en partant du principe des ondulations sphéroïdales, si l'on considère que l'onde générale (dont chaque normale constitue ce qu'on appelle un rayon de lumière, du moins dans les milieux uniréfringents) se compose de la réunion de toutes les ondes élémentaires émanées de chaque point de la surface (art. 586). Dans la construction précédente, on peut imaginer une onde plane, provenant d'un luminaire infiniment éloigné, qui se meuve le long de RC, perpendiculaire à cette onde. Tous les points de la ligne CK deviendront *successivement* des centres de vibrations, tandis que tous les points de la droite CD, perpendiculaire à CK ou parallèle à KT, le deviendront *simultanément*. L'onde générale doit donc être la surface-enveloppe de tous les ellipsoïdes décrits autour de chaque point de la surface du cristal, dont les axes sont parallèles, les ellipses génératrices semblables et les dimensions linéaires proportionnelles à la distance de leur centre à la ligne KT. Cette surface-enveloppe ne peut donc être autre que le plan tangent IKT.

808. Nous connaissons maintenant la forme et la position de l'onde générale dans l'intérieur du cristal.

Or, si l'on n'a égard qu'à la petite partie de cette onde qui émane de C, il est évident que le point I doit être celui qui correspond à C dans l'onde générale, et que CI est nécessairement la direction du rayon; car I est le point où viendrait

tomber la partie de l'onde principale transmise par une petite ouverture en C.

809. — Ainsi, quand il s'agit du rayon extraordinaire, il ne faut plus regarder le rayon comme perpendiculaire à la surface de l'onde ; il se propage dans une direction oblique par rapport à cette surface. Cependant, aussitôt que l'onde émerge dans le milieu ambiant, la loi de propagation suivant la normale s'observe de nouveau.

810. — Pour démontrer l'identité de la loi de réfraction extraordinaire, qui résulte de la construction indiquée plus haut, avec celle qu'expriment les formules générales (13), (14) et (15), nous n'avons qu'à traduire cette construction dans le langage analytique. C'est ce qu'a fait Malus dans l'ouvrage cité précédemment. On peut aussi consulter le *Traité général de physique* de M. Biot, qui y donne une exposition élémentaire des calculs de Malus. Ceux-ci étant d'une complication excessive, on nous permettra de ne pas les rapporter ici.

811. — Cette manière d'envisager le sujet donne lieu à une foule de conséquences importantes. On voit ainsi que, si une onde plane tombe sur une surface biréfringente, *l'onde extraordinaire* transmise est également plane et se meut avec une vitesse uniforme, dans une direction oblique par rapport à son plan. Conséquemment la vitesse est aussi uniforme dans la direction perpendiculaire à ce plan. De plus, son intersection avec la surface du cristal est toujours parallèle à KT, c'est-à-dire à l'intersection de l'onde incidente avec cette même surface. Il en résulte clairement que le mouvement de cette onde est le même que celui d'une onde transmise à la manière ordinaire, et qu'elle a, à chaque instant, la même position que prendrait cette dernière onde en donnant à l'indice de réfraction une valeur convenable. Toute la différence consiste en ce que les mouvements des molécules vibrantes

qui composent les deux ondes ont lieu dans des plans différents. Quand l'onde en question sort du milieu, elle suit les mêmes lois qu'en y entrant; seulement les modifications qu'elle éprouve sont dans un ordre de succession inverse. Elle conserve sa figure plane, et son intersection avec la surface d'émergence ne subit aucun changement.

812.—Il suit de ce que nous venons de voir que, si l'on construit un prisme avec un cristal biréfringent et à un seul axe, et qu'on fasse passer au travers un rayon de lumière situé dans un plan perpendiculaire à l'arête du prisme, les rayons ordinaire et extraordinaire émergeront tous deux dans ce plan, et leur séparation se fera dans le plan qui contiendra le rayon incident et le rayon réfracté ordinaire.

On remarquera le même effet que si le milieu était doué de deux pouvoirs réfringents. Ce n'est que dans le cas où l'arête est oblique, par rapport au plan d'incidence, que le rayon extraordinaire peut s'écarter du plan qui contient le rayon incident et le rayon réfracté ordinaire.

813.—Dans la théorie de la réfraction extraordinaire, il faut donc distinguer deux choses qu'on regarde comme identiques dans celle de la réfraction ordinaire, savoir: la vitesse des *ondes lumineuses* et la vitesse des *rayons de lumière*. Cette distinction sera soigneusement observée plus tard, lorsque nous parlerons de la loi de réfraction dans les cristaux biréfringents à deux axes. Comme cette dernière loi suppose la connaissance de plusieurs faits relatifs à la polarisation de la lumière (phénomène dont il n'a pas encore été question jusqu'à présent), nous nous contenterons de dire que la doctrine entière de la double réfraction a subi récemment une grande révolution due au célèbre Fresnel, dont les travaux ont entièrement changé la face de l'optique.

On croyait depuis long-temps que, dans les cristaux doués de la double réfraction, l'un des faisceaux suivait la loi ordi-

naire des sinus. De plus on s'était assuré, par des expériences que nous rapporterons bientôt, que la différence des carrés des vitesses des deux faisceaux est toujours proportionnelle au produit des sinus des angles entre le rayon extraordinaire et les deux axes, ou les deux droites dans le cristal suivant lesquelles la réfraction est simple. D'où l'on avait conclu que la vitesse du rayon extraordinaire était toujours représentée par

$$\sqrt{v^2 + k \,.\, \sin \varphi \,.\, \sin \varphi'},$$

v étant celle du rayon ordinaire, k une constante dépendante de la nature du cristal, et φ et φ' les angles en question. Ceci une fois admis, il n'était plus difficile d'assigner la surface à double courbure qu'il fallait substituer à l'ellipsoïde de Huyghens, pour rendre applicables au cas actuel les formules générales de l'art. 792 ou les procédés géométriques de l'art. 806. En effet, si l'on nomme α la moitié de l'angle entre les deux axes et que l'on conçoive trois coordonnées x, y, z, telles que le plan des x, y, contienne cet angle que x partage en deux parties égales, il est aisé de voir que l'on a, par la trigonométrie sphérique,

$$\cos \varphi = \frac{x \cos \alpha + y \sin \alpha}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}},$$

$$\cos \varphi' = \frac{x \cos \alpha - y \sin \alpha}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}};$$

et, comme r, rayon de la surface de l'onde, ou

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2},$$

est toujours égal à

$$\frac{1}{V'} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{\sqrt{v^2 + k^2 \,.\, \sin \varphi \,.\, \sin \varphi'}},$$

une simple substitution donne sur-le-champ l'équation de

cette surface exprimée au moyen des trois coordonnées x, y, z : cette équation est

$$o = (k^2 - v^4)(x^2 + y^2 + z^2)^2$$
$$+ 2(x^2 + y^2 + z^2)(v^2 - k^2 x^2 . \cos^2 \alpha - k^2 y^2 . \sin^2 \alpha)$$
$$+ k^2 (x^2 . \cos^2 \alpha + y^2 . \sin^2 \alpha)^2 - 1,$$

qu'on transformera facilement en fonction de r, π et θ, pour y appliquer les formules analytiques ordinaires, à l'aide des relations suivantes :

$$z = r . \sin \theta ;$$
$$y = r . \sin \theta . \sin \pi ,$$
$$x = r . \sin \theta . \cos \pi .$$

Mais, comme nous l'avons déjà remarqué, Fresnel a sapé cette théorie par la base en prouvant qu'il n'y a pas de rayon réfracté ordinaire pour les cristaux à deux axes. Cependant il nous est impossible de regarder la théorie qu'il a voulu substituer à l'ancienne autrement que comme une des plus belles *généralisations* de l'analyse moderne. Nous la développerons en son lieu.

De la polarisation de la lumière.

814. — Les phénomènes qui appartiennent à cette partie de l'optique sont si nombreux et si singuliers, que celui qui ne connaîtrait que les propriétés de la lumière exposées dans les livres précédents croirait apprendre une science nouvelle.

Déjà intéressantes par elles-mêmes, les expériences sur la lumière polarisée le deviennent encore davantage en fournissant de nouvelles données sur la constitution intime des corps et le mécanisme que la nature emploie pour les former. Si l'importance de la théorie de la polarisation l'a fait mettre au premier rang parmi les sciences physico-mathématiques, elle

mérite de conserver sa place par sa rigueur géométrique. La complication et la multitude des phénomènes qu'elle présente, la rapidité sans exemple avec laquelle les découvertes se sont succédé, n'ont pas permis jusqu'à présent de la rédiger en corps de doctrine. Quoique l'on ne puisse pas encore déduire successivement chaque phénomène d'une cause générale, néanmoins, en rejetant un grand nombre de généralisations incomplètes, elle paraît enfin avoir atteint le degré de consistance nécessaire pour offrir quelque enchaînement dans les propositions et laisser apercevoir la dépendance mutuelle des différentes classes de phénomènes : ce qui est déjà un pas de fait vers un système régulier. Par là nous sommes dispensés d'entrer dans le détail fastidieux d'une multitude de faits isolés qui ont servi comme moyens d'induction quand il s'agissait de découvrir les lois dont ils découlent, mais qui depuis ne présentent plus d'autre intérêt que celui qui se rattache à ces lois mêmes.

§ II. — *Distinction générale entre la lumière polarisée et la lumière non polarisée.*

Les rayons polarisés ont des relations déterminées avec l'espace extérieur. — Propriété de la tourmaline et d'autres cristaux. — Choix de tourmalines convenables. — Différentes manières de polariser la lumière. — Caractères distinctifs du rayon polarisé ; — ils sont relatifs à son intensité, et non à sa direction.

815. — Dans toutes les propriétés de la lumière que nous avons considérées jusqu'à présent, nous avons regardé les phénomènes de la réflexion et de la réfraction, sous le rapport de l'intensité et de la direction du rayon réfléchi ou réfracté, comme invariables aussi long-temps que l'angle et le plan d'incidence ne changeaient pas de position. Cette invariabilité a réellement lieu quand la lumière émane directement du soleil ou d'autres corps lumineux par eux-mêmes.

Un rayon de semblable lumière qui tombe sous un angle donné, sur une surface donnée, peut être considéré comme tournant autour d'un axe coïncidant avec sa direction ; ou, ce qui revient au même, la surface réfléchissante ou réfractante peut tourner autour du rayon comme autour d'un axe, en gardant toujours la même situation relative à son égard, sans qu'on remarque le moindre changement dans les phénomènes.

Supposons, par exemple, que dans un long tube cylindrique on fixe une plaque de verre, ou de tout autre milieu, qui forme un angle quelconque avec l'axe : si l'on dirige le tube vers le soleil, et qu'on fasse tourner l'appareil entier autour de son axe, l'intensité du rayon réfléchi ou réfracté restera constamment la même, et sa direction (dans le cas où il aurait dévié) suivra les tours de l'appareil, de manière que, dans tous les moments de sa rotation, il viendra tomber exactement au même point d'un écran faisant corps avec le tube. En recevant, sur un milieu quelconque, la lumière d'un fer chauffé à blanc, les phénomènes que l'on observe seront identiquement les mêmes si le fer reste en repos, ou s'il tourne autour du rayon considéré comme axe.

816. — Mais si, au lieu d'un rayon provenant d'une source lumineuse par elle-même, on soumet à la même expérience un rayon qui a déjà subi quelques réflexions ou réfractions, ou qui a été soumis à certains modes d'action de la part des corps, on ne trouve plus cette parfaite uniformité dans les résultats. Le plan selon lequel la surface réfléchissante ou réfractante est présentée au rayon ne peut plus être pris indifféremment. Le rayon paraît avoir acquis un *côté* gauche et un *côté* droit, une partie antérieure et une partie postérieure. *L'intensité* de la portion réfléchie ou transmise (mais non la *direction* cependant) dépend surtout de la situation du plan d'incidence par rapport à ces *côtés*, quoique le reste du phénomène soit le même que dans le cas ordinaire. Dans cet état le rayon est dit *polarisé*. La différence entre le rayon polarisé

et celui qui ne l'est pas ne pourrait guère être mieux exprimée qu'en comparant celui-ci à un cylindre, et l'autre à une verge équarrie, telle qu'une latte, une règle ou toute autre lame droite, longue et plate. Il est évident que le cylindre incliné d'une manière invariable, dans un plan donné, sur une surface quelconque, peut tourner autour de son axe sans changer ses relations à l'égard de ce plan, tandis que celles du prisme varieront avec la position de ses arêtes. Que le lecteur nous passe une comparaison que nous donnons comme telle, sans prétendre établir la moindre analogie entre ceci et ce que nous verrons plus tard. Imaginons une verge semblable à celle que nous venons de décrire, et supposons qu'on veuille l'enfoncer dans une surface composée de fibres détachées, rangées toutes dans la même direction, ou d'une série de lames parallèles : la verge pénétrera bien plus facilement si son côté le plus large est enfoncé dans la direction des fibres que s'il l'était perpendiculairement à cette direction.

Une feuille de papier glisse facilement dans un sens à travers des barreaux très rapprochés qui lui présenteraient un obstacle insurmontable dans le sens contraire.

817. — Essayons de donner une idée plus claire de la distinction entre la lumière polarisée et la lumière non polarisée. Plusieurs cristaux laissent passer la lumière en abondance et avec une parfaite régularité lorsqu'ils sont partagés en tranches ; et néanmoins les rayons émergents ont éprouvé la modification particulière qui nous occupe en ce moment. Un de ces cristaux les plus remarquables est la tourmaline. Ce minéral cristallise en longs prismes. Sa forme primitive est le rhomboïde obtusangle, dont l'axe est parallèle à celui du prisme. Souvent les faces latérales de ces prismes sont en si grand nombre, que le cristal a une forme cylindrique ou cylindroïdale.

Quand, à l'aide d'une roue de lapidaire, on a clivé un de ces cristaux en lames parallèles à l'axe du prisme, et d'une

épaisseur uniforme d'environ un vingtième de pouce, on donne à ces lames le poli convenable. Alors les objets lumineux paraissent au travers comme si on les regardait avec un verre coloré. Concevons une de ces lames interposée perpendiculairement entre l'œil et une chandelle : celle-ci sera vue avec avec une égale facilité dans toutes les positions de l'axe de la lame à l'égard de l'horizon (1). Si l'on fait tourner la lame dans son propre plan, on ne remarque aucun changement dans l'image de la chandelle. Donnant alors à cette première lame une position fixe (en plaçant son axe verticalement par exemple), on interposera entre elle et l'œil une seconde lame qu'on fera tourner lentement dans son propre plan ; ce qui produira un phénomène très curieux. La chandelle deviendra successivement visible et invisible à chaque quart de révolution de la lame, en passant par tous les degrés de clarté depuis un certain maximun jusqu'à une obscurité totale ou presque totale; après quoi la clarté augmentera de la même manière qu'elle aura décru. Or, si l'on fait attention à la position de la seconde lame par rapport à la première, on trouvera que les maxima de clarté ont lieu lorsque les axes sont parallèles, c'est-à-dire lorsqu'ils sont disposés comme ils l'étaient originairement dans le cristal, ou lorsque leurs positions diffèrent de 180°. Les minima ont lieu au contraire lorsque les axes se croisent exactement à angles droits. Dans cette dernière situation, la lumière est totalement arrêtée si la tourmaline est d'une bonne couleur, et, quoique chaque lame en particulier soit d'une transparence parfaite, leur combinaison est tout-à-fait opaque. Dans quelques tourmalines cette opacité n'est que partielle. Mais quels que soient les échantillons dont on a fait choix, il y a toujours une diminution de lumière très marquée quand les axes sont croi-

---

(1) On entend par axe de la lame une droite quelconque parallèle aux axes des molécules ou à l'axe du noyau du cristal.

sés. Nous supposons pour le moment que l'on emploie une tourmaline possédant la propriété en question au plus haut degré. Il est évident que le rayon acquiert, en traversant la première lame, des propriétés bien distinctes de celles de la lumière primitive. Celle-ci pénétrerait au travers de la seconde lame avec une égale facilité dans *toutes* les positions, tandis que la première ne pourrait le faire que dans des positions déterminées, correspondantes à certains *côtés* acquis par le rayon, et respectivement parallèles et perpendiculaires à l'axe de la première lame. En outre, le rayon conserve ces côtés pendant tout le reste de sa route, pourvu qu'il ne soit pas modifié de nouveau par le contact d'un autre corps. En effet, que les lames soient éloignées ou qu'elles se touchent, qu'elles se trouvent à plusieurs pouces, pieds ou milles l'une de l'autre, on n'aperçoit pas le plus léger changement dans le phénomène. Si l'on change la position de la première lame, les côtés du rayon transmis changeront en même temps et de la même quantité angulaire; la seconde lame n'éteindra plus la lumière comme auparavant, jusqu'à ce qu'on l'ait écartée de sa position primitive d'un nombre de degrés égal à la variation angulaire de la première lame.

818.—Outre la tourmaline, une foule de cristaux sont doués de la propriété que nous venons de signaler. Plusieurs même approchent de la perfection à cet égard. Cependant, la tourmaline étant assez commune et d'un emploi très fréquent dans les expériences sur la lumière, nous recommanderons au lecteur qui aimerait à se familiariser avec les manipulations de l'optique expérimentale de se procurer une bonne paire de lames de ce minéral, taillées et polies de la manière indiquée plus haut. La couleur est un point de grande importance. Les tourmalines bleues ou vertes donnent des résultats très imparfaits; les jaunes sont également impropres, à moins qu'elles ne tirent sur le brun verdâtre. La meilleure couleur est le brun châtain ou le brun pourpre. On

peut faire débiter et polir la pierre par le premier lapidaire venu.

819. — Les moyens décrits plus haut ne sont pas les seuls qui puissent opérer le phénomène de la polarisation, et les caractères que nous avons reconnus au rayon polarisé ne sont pas non plus les seuls qui le distinguent. C'est pourquoi nous allons exposer successivement les différents modes de polarisation et l'ensemble des caractères que l'on a constamment trouvés appartenir à la lumière polarisée.

Les modes de polarisation principaux sont :

1° La réflexion, sous un angle convenable, à la surface d'un milieu diaphane ;

2° La transmission au travers d'un milieu biréfringent régulièrement cristallisé ;

3° La transmission, sous des angles convenables, au travers de lames transparentes non cristallisées, mais en nombre suffisant ;

4° La transmission au travers d'une foule de corps, tels que l'agathe, la nacre de perle, qui ont une structure lamellée plus ou moins régulière, et qui se trouvent dans un état de cristallisation imparfaite.

820. — Les caractères qui distinguent toujours le rayon polarisé, et auxquels on peut le reconnaître le plus facilement, sont :

1° L'impossibilité d'être transmis, dans certaines positions, par une lame de tourmaline sur laquelle il tombe perpendiculairement, et la facilité de sa transmission dans d'autres positions perpendiculaires aux précédentes ;

2° L'impossibilité d'être réfléchi, par des milieux diaphanes polis, sous certains angles d'incidence et dans certaines positions du plan d'incidence ;

3° L'impossibilité d'être partagé en deux faisceaux égaux par la double réfraction, dans des positions où un rayon ordinaire subirait un tel partage.

On pourrait énumérer encore plusieurs caractères, mais on doit plutôt les regarder comme des *propriétés* qui appartiennent à la lumière polarisée et aux milieux qui la modifient. On a déjà dû remarquer que tous les caractères précédents sont *négatifs*, étant fondés sur l'absence de propriétés que possède la lumière ordinaire, et qu'ils ne concernent que l'intensité et non la direction du rayon polarisé. Ainsi la direction que prend un rayon polarisé soumis à l'action d'un milieu n'est jamais différente de celle que prendrait un rayon ordinaire dans les mêmes circonstances, ou du moins de celle que prendrait une partie de ce rayon.

Par exemple, tandis qu'un rayon ordinaire serait divisé en deux faisceaux égaux par la double réfraction, un rayon polarisé le serait en deux faisceaux inégaux, dont l'un pourrait même s'évanouir entièrement; mais leurs directions seraient exactement les mêmes que celles des faisceaux qui composaient le rayon non polarisé. De là nous pouvons conclure, comme principe général, que la *direction* que prend un rayon polarisé ou les parties qui peuvent en être séparées par des réflexions, réfractions ou autres causes modificatives, peut toujours être déterminée par les règles qui s'appliquent à la lumière ordinaire; mais que les *intensités* rélatives des parties séparées du rayon polarisé ne sont pas les mêmes que celles des parties analogues prises dans un rayon non polarisé. Leurs différences sont soumises à certaines lois dont il importe aux physiciens de s'assurer.

§ III. — *De la polarisation de la lumière par réflexion.*

La lumière est polarisée par réflexion : ce fait est découvert par Malus.— Expérience. — La lumière polarisée n'est plus susceptible d'une seconde réflexion. — Expérience. — Autre manière de faire l'expérience précédente. — Côtés d'un rayon polarisé. — Loi de la polarisation par réflexion. — Loi des tangentes découverte par le docteur Brewster. —Toutes les couleurs ne sont point polarisées sous la même incidence : expérience qui le prouve. — Cas dans lesquels le rayon polarisé n'est pas susceptible de réflexion. — Conséquences de la loi de polarisation.

— Polarisation par réflexion à l'intérieur. — Manière d'obtenir un rayon polarisé très intense. — Méthode pour déterminer les indices de réfraction au moyen de la lumière polarisée. — Polarisation irrégulière par la surface du verre. — Action des surfaces métalliques. — Polarisation partielle. — Polarisation par des réflexions répétées dans le même plan.

821. — Quand un rayon, venant directement du soleil, est reçu sur une lame de verre poli ou de toute autre matière, il s'en réfléchit toujours une partie plus ou moins considérable. L'intensité de cette partie dépend uniquement de la nature du milieu et de l'angle d'incidence : car elle est d'autant plus grande que le milieu est plus réfringent, et que le rayon incident est plus oblique par rapport à la surface. On a trouvé de plus que, sous un certain angle (nommé, pour cette raison, *angle de polarisation*), le rayon réfléchi possède tous les caractères précédemment énoncés, et que, par conséquent, il est polarisé.

822. — Ce fait remarquable fut découvert par Malus, en 1808, en regardant, par hasard, au travers d'un prisme doué de la double réfraction, l'image du soleil couchant réfléchie par les vitres du palais du Luxembourg à Paris. En faisant tourner le prisme, il fut surpris de trouver une différence d'intensité notable entre les deux images, la plus réfractée étant alternativement plus et moins brillante que l'autre à chaque quart de révolution. Ce fait curieux, qui se rattachait dans son esprit à des phénomènes analogues manifestés par des rayons qui avaient subi la double réfraction (phénomènes que les recherches dont il s'occupait alors lui avaient rendus familiers), le conduisit à examiner toutes les circonstances nécessaires à sa production avec le soin le plus scrupuleux. Le résultat de ses travaux fut la création d'une nouvelle branche de l'optique. Tant il est vrai que mille phénomènes se passent tous les jours sous nos yeux sans être remarqués, tandis qu'on en pourrait tirer les conséquences les plus importantes. Ainsi, l'air qui nous environne porte dans son sein

les semences les plus précieuses, mais elles tombent en vain sur une terre inculte. Elles ne germent que là où le sol est préparé à les recevoir, et ne fructifient que lorsque des mains habiles ont favorisé leur développement.

823. — Pour rendre sensible, par l'expérience, la nouvelle propriété acquise par le rayon réfléchi, on pose devant une fenêtre ouverte, sur une table recouverte d'un drap noir, un grand plateau de verre; puis on se place obliquement, de manière à voir, par réflexion, sur le plateau, la lumière du ciel ou mieux, des nuages, s'ils ne sont pas trop sombres. Il faut que la lumière soit réfléchie par la surface entière du plateau, qui paraît ainsi d'un éclat uniforme. Ayant fermé un œil, on applique devant l'autre une lame de tourmaline taillée comme nous l'avons dit, de manière à ce que son axe soit vertical. Alors on observera que la surface du verre cesse d'être également éclairée partout, mais qu'elle se couvre d'une espèce de nuage obscur, comme une grande tache dont le centre est entièrement noir.

Si on ne l'apercevait pas d'abord, il suffirait, pour le voir, d'élever ou d'abaisser l'œil. L'inclinaison, par rapport au plateau, de la droite menée de l'œil au centre de la tache, est d'environ 33°. Maintenant, l'œil restant toujours dans la même position, si l'on fait tourner avec lenteur, dans son propre plan, la lame de tourmaline, la tache devient de moins en moins obscure; et lorsque l'axe de la tourmaline est enfin parallèle au plateau (c'est-à-dire horizontale), elle disparaît complétement, et reparaît ensuite pour disparaître de nouveau, si l'on continue le mouvement de rotation. Pour faire cette expérience avec facilité, il convient que la tourmaline soit munie d'une garniture circulaire.

824. — Il résulte de cette expérience qu'en se réfléchissant à la surface du verre, sous une inclinaison de 33° ou une

incidence de 57°, le rayon a été privé du pouvoir de pénétrer une tourmaline dont l'axe se trouve dans le plan d'incidence. Par là il a donc acquis le même caractère, et, jusqu'à un certain point, subi la même modification que s'il avait été transmis au travers d'une lame de tourmaline dont l'axe fût perpendiculaire au plan de réflexion.

D'ailleurs il a acquis tous les caractères propres à la lumière polarisée. Par exemple, il n'est plus susceptible de réflexion à la surface d'un verre ou de tout autre corps transparent, sous certains angles et dans certaines positions du plan d'incidence.

825. — Pour le démontrer par l'expérience, on prend une plaque de verre polie d'un côté, et dont l'autre surface est enduite de poix fondue ou de vernis noir, afin d'éviter toute réflexion intérieure. On monte la plaque sur un pied construit de manière qu'on peut à volonté changer l'inclinaison de la surface polie par rapport à l'horizon, et faire varier son azimuth en la faisant tourner sur un axe vertical. L'appareil représenté fig. 171 remplit parfaitement le but proposé. Il se compose d'un support cylindrique A glissant dans un tube vertical B, fixé par une base ronde F comme le dessous d'un chandelier, et portant un bras C, que l'on peut incliner à volonté au moyen d'une charnière un peu dure D. Ce bras tient le verre noirci E, dont le plan est parallèle à l'axe de la charnière D. On pose le tout sur une table, de manière que les rayons réfléchis par une assez grande plaque de verre G, sous un angle d'incidence d'environ 57°, viennent tomber sur le verre E, qui doit être incliné de telle sorte que sa surface polie fasse, avec l'horizon, un angle d'environ 73°. (Voy. art. 842.) L'instrument ainsi disposé, l'observateur applique son œil près du verre E, de manière à y voir par réflexion le verre G, et fait tourner lentement le pied F dans un plan horizontal, en ne perdant pas de vue l'image de G. Il remarquera alors qu'au moment où le pied se trouvera dans une

certaine position, l'éclairement de l'image éprouvera une diminution rapide ; qu'à la fin l'image même disparaîtra totalement, et paraîtra couverte d'une large tache obscure, comme un nuage, pourvu que la plaque G soit d'une grandeur suffisante. Si le bras CP est convenablement incliné, il est facile de trouver une position telle que le centre de la tache disparaisse entièrement : il suffit pour cela de reporter le pied un peu en avant ou en arrière. Sinon, il faut commencer par rendre la tache aussi obscure que possible par le mouvement horizontal ; puis, tenant d'une main le pied, changer un peu, d'une manière ou d'autre, l'inclinaison du réflecteur E. L'on obtiendra ainsi une obscurité complète.

826. — Une autre méthode de produire le même phénomène mérite quelquefois la préférence sur celle qui précède, suivant les expériences qu'on se propose de faire. On prend deux tubes de carton ou de métal ouverts aux deux bouts et ajustés l'un dans l'autre, de manière à tourner à frottement ferme. A chaque bout de ce tube composé on fixe, avec de la cire ou dans un encadrement, une lame de verre noircie par derrière, comme dans l'article précédent, de manière à ce qu'elle forme un angle de 33° avec l'axe du tube (fig. 172). Ayant placé le tube qui porte l'une des lames A de telle façon que la lumière d'un luminaire quelconque réfléchie par A passe par l'axe du tube, on le fixera dans cette position, et le rayon sera réfléchi de nouveau en B, d'où on pourra le faire tomber soit sur l'œil, soit sur un écran. Maintenant on fera tourner, dans le premier tube, celui qui porte B. Par là, ce réflecteur tournera autour du rayon comme autour d'un axe, en conservant toujours la même inclinaison relative. Le rayon deux fois réfléchi suivra le mouvement angulaire du réflecteur, et décrira la surface d'un cône. On observera ainsi que la lumière varie d'intensité, et qu'à deux époques de la révolution du tube B, elle disparaîtra entièrement. Or, si l'on note la position des réflecteurs à chacune de ces époques, on

trouvera que *les plans de première et de seconde réflexion se coupent à angles droits*.

827. — Les expériences ont été répétées avec toutes sortes de milieux réfléchissants, et l'on a déterminé, par des mesures exactes, les angles sous lesquels doit tomber le rayon primitif pour que le polarisation puisse avoir lieu. On en a conclu les lois suivantes, dont l'énoncé nous paraît exiger une définition préalable.

828. — *Définition*. Le plan de polarisation est celui dans lequel le rayon a dû se réfléchir pour être polarisé. Ce plan, qui contient la route du rayon déjà réfléchi une fois, jouit de la propriété que le rayon n'est pas susceptible d'être réfléchi par la surface d'un milieu diaphane et sous l'angle de polarisation propre à ce milieu, dans un plan perpendiculaire à celui dont il s'agit. C'est encore un plan tel, qu'aucune lumière n'est transmise par une lame de tourmaline perpendiculaire aux rayons incidents s'il contient l'axe de ce cristal.

829. — Le plan de polarisation doit être regardé comme un des *côtés* du rayon polarisé. Ainsi, dans tout le reste de sa route, ce rayon conserve certaines relations avec l'espace environnant. Ces relations sont censées inhérentes au rayon, tant que les circonstances restent les mêmes, et doivent être considérées comme indépendantes de la manière dont elles ont été produites.

830. — Les lois de la polarisation par réflexion sont les suivantes :

Première loi. Toutes les surfaces réfléchissantes polarisent la lumière qui tombe sur elles sous des angles convenables. Seulement, les substances métalliques et les milieux très réfringents semblent ne posséder cette propriété que d'une manière imparfaite, le rayon réfléchi ne disparaissant pas entiè-

rement dans des circonstances où un rayon polarisé s'éteindrait tout-à-fait. Nous parlerons plus tard de ce cas d'exception.

831. — *Deuxième loi.* Les angles d'incidence sous lesquels la lumière est polarisée varient avec les milieux. On peut toujours les assigner au moyen de la règle suivante, remarquable par son élégance et sa simplicité :

La tangente de l'angle de polarisation d'un milieu quelconque est égale à l'indice de réfraction de ce milieu.

Cette loi est due au docteur Brewster, qui y est parvenu en comparant entre elles un très grand nombre de substances de toute espèce.

Ainsi, les indices de réfraction de l'eau, du crown-glass et du diamant ayant pour valeurs respectives 1.336, 1.535 et 2.487, les angles de polarisation de ces milieux sont de 53° 11′, 56° 55′ et 68° 6′. Néanmoins, à l'égard du diamant et de toutes les substances douées d'une très grande puissance réfractive, il faut entendre par angle de polarisation celui sous lequel le rayon réfléchi approche le plus de la polarisation complète.

832. — Il suit de la loi précédente qu'un milieu ne doit point polariser tous les rayons colorés sous la même incidence, et que, par conséquent, l'évanouissement du faisceau réfléchi ne saurait être total, à moins que la lumière incidente ne soit homogène. Ceci explique *jusqu'à un certain point* la polarisation incomplète de la lumière blanche réfléchie sous un angle quelconque par les milieux très réfringents, qui, en général, sont aussi très dispersifs. Il est aisé de s'assurer du fait dont il s'agit au moyen d'une expérience bien simple, que nous avons souvent répétée. On reçoit un rayon solaire sur un verre plan dépoli et noirci d'un côté, sous une incidence (θ) presque égale à l'angle de polarisation (a) ; puis on le fait passer dans une chambre obscure, où il tombe sur un verre semblable au pré-

cédent. On tient ce verre à la main de manière à ce qu'il réfléchisse le rayon dans un plan perpendiculaire à celui de la première réflexion, et sous un angle (θ') à peu près égal à l'angle de polarisation (a') du second verre. On trouve facilement une position telle que le rayon réfléchi (que l'on doit recevoir sur écran blan) soit extrêmement faible; mais aucune valeur donnée aux angles θ et θ' ne peut déterminer sa disparition *totale*. Lorsqu'il est presque entièrement éteint, la lumière réfléchie est d'un pourpre indécis, le jaune, c'est-à-dire la couleur la plus lumineuse, ayant disparu tout-à-fait. Dans cette position, si θ reste constant, et que l'on fasse varier un peu θ' (angle d'incidence sur le second verre) des deux côtés du plan de polarisation, le rayon réfléchi prendra une belle couleur bleu-verdâtre dans le premier cas, et rouge-de-prune ou rouge-améthyste dans le second. Voici le tableau des changements de teinte que nous avons observés et les variations d'incidence qui leur correspondent :

1° $\theta < a$.	*Couleur du rayon réfléchi.*
$\theta' < a'$ . . .	Vert très intense.
Intermédiaire .	Blanc.
$\theta' > a'$ . . .	Rouge pâle ou améthyste.
2° $\theta = a$.	
$\theta' < a'$ . . .	Bleu-verdâtre très intense.
$\theta' = a'$ . . .	Pourpre indécis
$\theta' > a'$ . . .	Rouge-de-prune très intense.
3° $\theta > a$.	
$\theta' < a'$ . . .	Bleu-verdâtre assez pâle.
Intermédiaire .	Blanc.
$\theta' > a'$ . . .	Rouge intense ou couleur de prune.

La raison de ces changements de couleur se voit clairement au moyen de la loi suivante, qui exprime un des caractères les plus généraux et les plus distinctifs de la lumière polarisée.

833. — *Troisième loi.* Quand un rayon polarisé d'une manière quelconque tombe sur la surface réfléchissante d'un milieu propre à polariser complétement la lumière, soit à cause de sa transparence ou autrement, si le plan d'incidence est perpendiculaire au plan de polarisation du rayon, et si l'angle d'incidence est égal à l'angle de polarisation du milieu, aucune partie du rayon ne sera réfléchie. Si le milieu est de nature à ne produire qu'une polarisation incomplète, il y aura un peu de lumière réfléchie; mais son intensité sera beaucoup moindre que si le rayon n'avait pas été polarisé.

Il est évident que cette propriété peut servir à distinguer la lumière polarisée d'avec la lumière ordinaire, aussi bien que l'extinction au moyen d'une lame de tourmaline. Cependant cette dernière méthode est plus commode, quoique moins avantageuse, quand il s'agit d'expériences délicates.

834. — L'angle de polarisation, dans le cas de la lumière blanche, n'est autre chose que l'angle de polarisation des rayons les plus lumineux, c'est-à-dire des rayons jaunes moyens. Lorsque les deux réflexions ont lieu sous cet angle, dans des plans réciproquement perpendiculaires, les rayons jaunes échappent seuls à la réflexion; tandis qu'une petite portion des extrémités rouge et bleue du spectre se réfléchit pour former la légère teinte pourpre dont nous avons parlé plus haut. L'angle de polarisation étant moindre pour le rouge que pour le violet, il est clair que, si θ ou θ' est égal à l'angle de polarisation pour le rouge, chacun de ces angles sera moindre que l'angle de polarisation pour le jaune et moindre encore que l'angle de polarisation pour le bleu et le violet.

Ainsi le rouge disparaît le plus complètement du rayon réfléchi dans les cas où θ et θ' sont moindres que a et a', et

laisse un excès de vert et de bleu ; la réciproque a lieu dans les cas inverses. De même, si $\theta < \alpha$ et qu'en même temps $\theta' < \alpha$, la couleur résultante sera un vert beaucoup plus intense que si les incidences s'écartaient des angles de polarisation dans le sens contraire.

Il est évident qu'il pourra s'établir ainsi une compensation entre les effets des écarts opposés qui donne un rayon blanc intermédiaire ; ce qui est absolument conforme à ce que nous avons déjà vu.

835. — La loi du docteur Brewster relativement à l'angle de polarisation offre plusieurs conséquences importantes, que l'on peut énoncer sous forme de théorèmes distincts :

836. — *Théorème* I. Quand un rayon de lumière tombe sur une surface diaphane, de manière que le faisceau qui se réfléchit soit entièrement polarisé, les faisceaux réfléchi et réfracté se coupent à angles droits.

En effet, θ étant l'angle d'incidence et ρ l'angle de réfraction, on a

$$\text{tang } \rho = \mu,$$

$$\sin \rho = \frac{\sin \theta}{\mu} = \frac{\sin \theta}{\text{tang } \theta} = \cos \theta :$$

conséquemment

$$\rho = 90^\circ - \theta.$$

Mais θ, étant l'angle d'incidence, est aussi l'angle de réflexion : ainsi $\rho + \theta$ est égal au supplément de l'angle entre le rayon réfléchi et le rayon réfracté, lequel est par conséquent un angle droit. — C. Q. F. D.

837. — *Théorème* II. Quand un rayon ordinaire tombe, sous l'angle de polarisation, sur une lame d'un milieu diaphane

dont les deux faces sont parallèles, non seulement le faisceau réfléchi par la première surface est polarisé, mais encore celui qui se réfléchit à la seconde surface, ainsi que le faisceau provenant de leur réunion.

Puisque $\sin \rho = \cos \theta$, et que ρ est aussi l'angle d'incidence à la seconde surface, on a

$$\tang \rho = \cot \theta = \frac{1}{\tang \theta} = \frac{1}{\mu}$$

$=$ l'indice de réfraction *à l'extérieur* du milieu.

Ainsi ρ est l'angle de polarisation relatif aux rayons qui tombent dans l'intérieur. Le faisceau de lumière incidente qui traverse le milieu, pour venir frapper la seconde surface sous son angle de polarisation, s'y réfléchit en partie en se polarisant, et vient frapper de nouveau la première surface dans son plan de polarisation. Là une partie du faisceau est transmise sans sortir de ce plan, comme nous le démontrerons plus tard, de manière que les faisceaux réfléchis par les deux surfaces se trouvent polarisés dans le même plan. C. Q. F. D.

838. — *Corollaire* 1. Pour obtenir un rayon polarisé plus intense, on peut donc se dispenser de dépolir ou de noircir la surface postérieure d'une lame transparente, pourvu que l'on soit sûr du parallélisme des deux surfaces.

839. — Si l'on superpose une série de lames parallèles, de manière à former un pile, les faisceaux réfléchis par chaque surface seront tous polarisés dans le même plan à leur sortie du milieu; ce qui produira un rayon polarisé très intense. Cependant, quel que soit le nombre des lames, il ne peut jamais se polariser plus que la moitié de la lumière incidente. Nous en donnerons bientôt la raison.

840. — On peut faire un grand nombre d'expériences avec une pile composée de dix ou douze carreaux de vitre encadrés.

Une telle pile, placée devant une fenêtre ouverte, produit un pinceau dispersé dont chaque rayon élémentaire est polarisé sous l'angle qui lui est propre. Ce pinceau, dont l'intensité est très grande, peut servir à la production de plusieurs phénomènes que nous décrirons plus bas.

841. — *Problème.* Un rayon complétement polarisé par réflexion, à la surface d'un milieu, est transmis ou absorbé tout entier à la surface d'un autre milieu : on demande l'inclinaison réciproque des deux surfaces.

Soient α et α' les angles de polarisation des deux milieux : puisque les plans de réflexion sont réciproquement perpendiculaires, et que α et α' sont les angles d'incidence, si l'on nomme I l'inclinaison demandée, on aura, d'après l'art. 104,

$$\cos I = \cos \alpha \,.\, \cos \alpha'.$$

μ et μ' désignant les indices de réfraction des milieux,

$$\text{tang } \alpha = \mu, \quad \text{tang } \alpha' = \mu',$$

et conséquemment

$$\text{tang } I = \sqrt{\mu^2 + \mu'^2 + \mu^2 \mu'^2}.$$

842. — *Corollaire* 1. Si les milieux sont les mêmes,

$$\text{tang } I = \mu \sqrt{2 + \mu^2}, \quad \text{ou} \quad \cos I = \frac{1}{1 + \mu^2}.$$

Ainsi, pour le crown-glass,

$$\mu = 1.535 \text{ et } I = 72^\circ.40',$$

comme à l'art. 825.

843. — A l'aide de cette loi, qui rattache l'angle de polarisation à l'indice de réfraction, on peut aisément déterminer l'un par l'autre; ce qui offre une ressource précieuse dans les

cas où les autres méthodes pour trouver les pouvoirs réfringents deviennent difficiles à appliquer, soit à cause de l'opacité des milieux, soit à cause de l'irrégularité de leur forme, qui ne permet pas de les tailler en prisme. Pour obtenir l'angle de polarisation, il suffit d'avoir une seule surface polie, et de recevoir un rayon réfléchi par cette surface sur une plaque de verre noircie (ou sur tout autre milieu d'une puissance réfractive connue), de manière que l'angle d'incidence à la surface de la plaque soit l'angle de polarisation du verre, et que le plan d'incidence soit perpendiculaire au plan dans lequel se fait la réflexion à la surface du milieu que l'on veut examiner. On peut se servir à cet effet, avec avantage, d'une lame de verre (ou, ce qui vaut mieux encore, d'une lame d'obsidienne ou quartz noir) placée diagonalement dans un tube, de manière à réfléchir latéralement le rayon qui traverse l'axe du tube. A l'extrémité opposée on fixe la substance dont on veut connaître le pouvoir réfringent, sur un axe de rotation perpendiculaire à l'axe du tube, en ajustant sa surface polie de manière qu'elle soit parallèle à la surface de la lame de verre ou d'obsidienne. On fait tourner alors la substance autour de son axe, jusqu'à ce que la lumière des nuées que réfléchit sa surface soit entièrement éteinte par la lame d'obsidienne. Dans cette position, on peut mesurer l'angle entre l'axe du tube et la surface réfléchissante, au moyen d'un cercle gradué adapté à l'axe de rotation.

Cette méthode donne les angles de polarisation, et par conséquent les indices de réfraction des plus petits cristaux, des pierres précieuses, etc., lorsque ces pierres sont montées de manière à ne pouvoir être examinées autrement. Pour fixer le point fiduciel ou le zéro du cercle gradué, on peut avoir recours à la méthode suivante :

On assujettit à demeure un réflecteur métallique ou un morceau de miroir à l'axe de rotation, de sorte que son plan soit perpendiculaire à l'axe du tube quand l'index du limbe marque 0°.0'. Ce plan ainsi disposé une fois pour toutes,

on attache la substance avec de la cire ou toute autre matière, non à l'axe même, mais à un anneau qui tourne autour de cet axe à frottement ferme. Alors, après avoir amené sur le réflecteur l'image du soleil ou d'un objet situé à une grande distance, d'un éclat suffisant ou nettement terminé, de manière qu'elle coïncide avec une autre image provenant aussi d'un objet bien terminé et très éloigné, on presse la cire et l'on fait tourner l'anneau jusqu'à ce qu'on observe la même coïncidence à la surface de la substance. S'étant ainsi assuré du parallélisme des surfaces, l'angle qu'on lira sur le cercle sera l'angle même entre l'axe du tube et la perpendiculaire, ou du moins il n'en différera que d'une quantité constante, que l'on pourra calculer à loisir. Cette manière de ramener une surface mobile à une position invariable par rapport aux points de division d'un instrument est applicable à un grand nombre de cas, et joint l'avantage de la précision à celui de la commodité.

844. — Le docteur Brewster a remarqué que la surface du verre s'écarte fréquemment de la loi générale d'une manière singulière et en apparence inexplicable : avec un peu d'attention il reconnut que cette matière est sujette à se ternir à sa surface, et à se couvrir d'une couche de filaments dont la puissance réfractive n'est pas la même que celle de la masse entière. Comme le rayon polarisé ne traverse jamais la surface, son angle de polarisation est déterminé par ces filaments seuls, dont l'excessive ténuité ne permet pas de mesurer directement l'indice de réfraction. Quand la ternissure a fait de grands progrès, le verre s'écaille, comme on le voit quelquefois à de très vieilles fenêtres (spécialement à celles des étables), et même à des bouteilles vertes qui ont séjourné long-temps dans des lieux humides, où elles se couvrent d'un enduit qu'on pourrait prendre pour de la dorure.

845. — Quand on examine des métaux ou des corps de la

nature du diamant, qui ne donnent qu'une polarisation imparfaite, on doit prendre pour angle de polarisation l'angle sous lequel le rayon réfléchi est le plus près d'être polarisé, et en déduire le pouvoir réfringent.

Les résultats obtenus de cette manière s'accordent avec ceux que l'on tire de la quantité de lumière réfléchie, en ce qu'ils assignent aux métaux des puissances réfractives très considérables : ainsi, pour l'acier, l'angle de polarisation a été trouvé surpasser 71°, et 76° $\frac{1}{2}$ pour le mercure; d'où l'on conclut que ces métaux ont pour indice de réfraction 2.85 et 4.16. Nous remarquerons que ce dernier résultat diffère beaucoup de celui de l'art. 594 ; mais les observations sont si incertaines, et l'angle de la plus grande polarisation est si mal arrêté, qu'on ne doit pas s'attendre à tomber sur des résultats bien concordants. Encore n'avons-nous pas égard aux erreurs que comporte la détermination même du pouvoir réfléchissant. Peut-être conviendrait-il de prendre 5.0 pour indice de réfraction du mercure.

846. — La loi de polarisation découverte par le docteur Brewster est générale, et applicable à la lumière polarisée par la surface commune de deux milieux en contact, aussi bien qu'à celle qui se polarise à la surface extérieure ou intérieure d'un seul milieu. Le docteur Brewster en a conclu plusieurs considérations théoriques relatives au mode et à l'étendue d'action des forces réfringentes et réfléchissantes; mais nous sommes forcés de renvoyer le lecteur au mémoire sur ce sujet inséré dans les *Transactions philosophiques de* 1816.

847. — Lorsqu'un rayon est réfléchi sous un angle plus grand ou plus petit que celui de polarisation, il est dit *polarisé partiellement*. Quand on le reçoit alors, sous l'angle de polarisation, sur une autre surface réfléchissante qui tourne autour du rayon réfléchi avec lequel elle conserve toujours la même inclinaison, le rayon réfléchi deux fois ne s'évanouit

jamais entièrement; mais il subit une série d'alternations d'éclat, et passe par plusieurs états de maximum et de minimum, d'autant mieux marqués que la première réflexion l'a polarisé davantage. On observe la même chose quand un rayon polarisé partiellement tombe sur une lame de tourmaline qui tourne dans son propre plan. Jamais il n'est complétement éteint dans ce cas; mais le faisceau transmis passe par des maxima et des minima d'intensité alternatifs, et son affaiblissement augmente en raison de l'égalité plus ou moins parfaite entre l'angle de réflexion et celui de polarisation.

Le rayon polarisé partiellement peut être regardé comme formé par deux faisceaux inégalement lumineux, dont l'un est polarisé en entier et l'autre pas du tout. Pendant la rotation de la tourmaline le premier passe périodiquement de l'extinction totale à son maximum d'éclat, tandis que l'autre reste le même dans toutes les positions. Tous les autres caractères du rayon polarisé partiellement venant à l'appui de l'explication précédente, nous admettrons en principe que, dans les cas où une surface ne polarise pas complétement un rayon, elle a pour effet d'en polariser complétement une partie, sans affecter le reste en aucune manière. Ainsi l'on doit concevoir la polarisation comme une propriété qui n'admet pas de *degrés*, et qui ne peut être tantôt plus, tantôt moins intense.

Un rayon élémentaire est polarisé complétement ou pas du tout. Un *faisceau* composé de plusieurs *rayons coïncidents* peut être polarisé partiellement; ce qui signifie qu'une partie seulement de ses rayons subit une polarisation complète. Cependant nous continuerons à parler du rayon polarisé *totalement* ou *partiellement*, pour ne point nous écarter du langage ordinaire. Mais nous allons bientôt prendre une idée plus juste de la lumière que nous avons appelée *non polarisée*; nous verrons même qu'il existe des raisons pour rejeter entièrement cette épithète.

848. — Le docteur Brewster a démontré que, si un faisceau

est polarisé partiellement par réflexion, une seconde réflexion *dans le même plan* le polarise davantage, c'est-à-dire qu'elle diminue le rapport de la lumière non polarisée à la lumière polarisée. En multipliant les réflexions le faisceau peut être complétement polarisé, quoique aucun de ses angles de réflexion ne soit égal à l'angle de polarisation. C'est ainsi que ce savant a trouvé qu'il faut pour le verre une réflexion sous l'incidence de 56° 45', deux sous les incidences de 62° 30' ou de 50° 20', trois sous les incidences de 65° 33' ou de 46° 30', quatre sous les incidences de 67° 35' ou de 43° 51', et ainsi de suite, pour opérer la polarisation complète du rayon réfléchi en dernier lieu, pourvu que toutes les réflexions se fassent dans le même plan. Sous des angles au-dessus de 82°, ou au-dessous de 18°, il faut plus de cent réflexions pour parvenir au même but.

§ IV. — *Des lois de la réflexion de la lumière polarisée.*

Intensité de réflexion d'un rayon polarisé qui tombe sur un plan quelconque sous l'angle de polarisation.— Un rayon non polarisé équivaut à deux rayons polarisés. — Loi de Fresnel relative à l'intensité du rayon réfléchi. — Discussion de divers cas particuliers; — cas de l'incidence perpendiculaire. — Intensité de réflexion de la lumière ordinaire. — Polarisation de la lumière du ciel. — Intensité du rayon polarisé partiellement. — Position du plan de polarisation de la lumière réfléchie. — Réflexion à la surface des milieux cristallisés.

849. — Quand la lumière polarisée est réfléchie par une surface diaphane ou non, la *direction* du faisceau réfléchi est exactement la même que pour la lumière ordinaire, l'angle de réflexion étant égal à l'angle d'incidence. Les lois que nous allons considérer sont relatives à l'intensité de la lumière réfléchie et au genre de polarisation qu'elle subit.

850. — Un des caractères essentiels du rayon polarisé est

d'être insusceptible de réflexion dans tout plan perpendiculaire à celui de polarisation. Si son angle d'incidence prend une certaine valeur (celle de l'angle de polarisation, propre à la surface réfléchissante), alors l'intensité I du rayon réfléchi est égale à zéro. Dans tous les autres cas, elle a une certaine valeur, que nous allons rechercher.

Supposons donc, pour commencer par le cas le plus simple, que le rayon polarisé tombe sur la surface réfléchissante, sous un angle d'incidence constant égal à celui de polarisation, et que la surface tourne autour du rayon incident comme autour d'un axe, de manière que le plan d'incidence fasse toujours avec le plan de polarisation un angle α d'une grandeur arbitraire. On a observé, comme nous l'avons déjà vu, qu'alors $I = 0$ lorsque $\alpha = 90^\circ$ ou 270°, et que I est à son maximum lorsque $\alpha = 0^\circ$ ou 180° : d'où il suit que I est une fonction périodique de α, à laquelle on ne saurait assigner de forme plus simple que

$$I = A \cdot \cos^2 \alpha ,$$

puisque les valeurs négatives sont inadmissibles.

Cette fonction, adoptée primitivement par Malus, sans autres motifs que ceux que nous venons d'indiquer, représente la variation d'intensité dans toute l'étendue du quadran, avec autant de précision qu'en peuvent comporter des expériences photométriques. Nous adopterons donc la formule rapportée plus haut, en attendant qu'une bonne théorie de la polarisation nous mette à même de la démontrer *a priori*.

851. — La loi précédente offre une conséquence bien remarquable : c'est qu'en n'ayant égard qu'à l'intensité de la lumière réfléchie, un faisceau de lumière ordinaire ou non polarisé peut être regardé comme formé par deux rayons polarisés de même intensité que lui, dont les plans de polarisation sont réciproquement perpendiculaires. Ce faisceau, venant à tomber sur une surface réfléchissante, se divise en

deux rayons qui se trouvent dans des plans de polarisation inclinés respectivement par rapport au plan d'incidence, l'un sous un angle α, et l'autre par conséquent sous un angle de $90^\circ - \alpha$.

Or

$$A \cdot \cos^2 \alpha + A \cdot \cos^2 (90^\circ - \alpha) = A. \quad . \quad . \quad (a)$$

D'où il suit que le faisceau réfléchi est indépendant de l'angle α, et qu'ainsi l'intensité ne peut varier par la révolution de la surface autour du rayon incident, ce qui est le caractère distinctif de la lumière non polarisée. Deux rayons tels que ceux que nous venons de décrire sont dits se trouver dans des *états de polarisation opposés*.

852. — Quand le rayon polarisé n'a pas pour angle d'incidence celui de polarisation, la loi qui règle l'intensité du rayon réfléchi est un peu moins simple. Fresnel a donné comme expression générale de cette loi la formule suivante :

Représentant par l'unité l'intensité du rayon incident; dénotant, comme ci-dessus, par α l'inclinaison du plan d'incidence sur celui de polarisation primitive, et par i et i' les angles d'incidence et de réfraction, l'intensité du rayon réfléchi sera exprimée par

$$I = \frac{\sin^2 (i - i')}{\sin^2 (i + i')} \cdot \cos^2 \alpha + \frac{\tang^2 (i - i')}{\tang^2 (i + i')} \cdot \sin^2 \alpha. \quad (b)$$

Cette formule, empirique jusqu'à un certain point, est due à des considérations théoriques dont nous parlerons bientôt. Elle n'a pas encore été complétement vérifiée par l'expérience, excepté dans quelques cas particuliers où M. Arago a trouvé qu'elle donnait des résultats exacts. Nous allons passer à la discussion de ces cas.

853. — *Premier cas.* $\alpha = 90^\circ$ et $i =$ l'angle de polarisation,

on a (art. 835 et 836)

$$i + i' = 90^\circ;$$

d'où

$$\text{tang}\,.\,(i + i') = \infty,$$

et conséquemment $I = 0$. Ainsi le rayon doit être entièrement éteint ; ce qui arrive en effet.

854. — *Deuxième cas.* Lorsque l'incidence est perpendiculaire, i et i' s'évanouissent à la fois, et chaque terme de la valeur de I devient $\frac{0}{0}$. Or, à la limite,

$i = \mu\, i'$ (μ désignant l'indice de réfraction) ;

et comme des arcs infiniment petits sont égaux à leurs sinus ou à leurs tangentes,

$$\sin\,(i - i') = i'\,(\mu - 1),$$

$$\sin\,(i + i') = i'\,(\mu + 1).$$

On a les mêmes valeurs pour les tangentes : par conséquent

$$I = \left(\frac{\mu - 1}{\mu + 1}\right)^2 . \,(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = \left(\frac{\mu - 1}{\mu + 1}\right)^2,$$

expression conforme à celle qu'ont trouvée le docteur Young et M. Poisson (art. 592) pour l'intensité du rayon réfléchi dans le cas de la lumière non polarisée. Si l'on conçoit le faisceau polarisé comme formé par la réunion de deux rayons d'égale intensité ($= \frac{1}{2}$ pour chacun), mais polarisés dans des plans opposés, la raison de cette conformité devient évidente.

855. — *Troisième cas.* Quand $\alpha = 0$, c'est-à-dire quand

les plans de polarisation et d'incidence coïncident, on a généralement

$$I = \frac{\sin^2 (i - i')}{\sin^2 (i + i')} \quad \ldots \ldots \ldots (c)$$

856. — *Quatrième cas.* Quand $\alpha = 90°$, c'est-à-dire quand les plans de polarisation et d'incidence sont à angles droits,

$$I = \frac{\text{tang}^2 (i - i')}{\text{tang}^2 (i + i')} \quad \ldots \ldots \ldots (d)$$

857. — *Cinquième cas.* Quand $\alpha = 45°$,

$$I = \tfrac{1}{2} \left[\frac{\sin^2 (i - i')}{\sin^2 (i + i')} + \frac{\text{tang}^2 (i - i')}{\text{tang}^2 (i + i')} \right] \quad \ldots (e)$$

Cette valeur est la même que celle qui résulterait de l'hypothèse de deux rayons égaux, polarisés l'un dans le plan d'incidence et l'autre perpendiculairement à ce plan, qui auraient tous deux une intensité égale à la moitié de celle de la lumière incidente : c'est par conséquent l'expression générale de l'intensité d'un rayon ordinaire ou non polarisé, réfléchi par une surface sous un angle i.

Les formules de l'art. 592 ne s'appliquent qu'aux incidences perpendiculaires. Ainsi nous venons de trouver une solution inattendue d'un des problèmes les plus difficiles et les plus délicats de l'optique expérimentale. Bouguer est le seul qui ait fait un assez grand nombre d'expériences photométriques sur l'intensité de la lumière réfléchie, sous différents angles, par des surfaces polies. Mais ses résultats ont été déclarés très fautifs par M. Arago ; ce qui n'est pas surprenant, puisqu'il ignorait le phénomène de la polarisation, qui a pu affecter d'une infinité de manières les circonstances particulières à chacune de ses expériences.

858. — Une cause d'erreurs graves, dont il est bon d'être

prévenu, c'est que la lumière d'un ciel bleu et sans nuage est toujours polarisée partiellement dans un plan qui passe par le soleil et par le point d'où nous vient la lumière. La polarisation la plus forte a lieu dans un petit cercle ayant le soleil pour pôle et un arc d'environ 78° (1) pour rayon. La moitié du supplément de cet arc (ce qui est la mesure de l'angle de polarisation) est 51°, valeur assez approchante de celle de l'angle de polarisation relatif à l'eau (52° 45′). Ce résultat vient à l'appui de la théorie de Newton sur la couleur bleue du ciel : ce grand physicien regardait cette couleur comme du bleu du premier ordre réfléchi par les particules d'eau suspendues dans l'air. Nous croyons que le docteur Brewster est le premier qui ait remarqué ce fait intéressant.

859. — Lorsque le rayon incident n'est polarisé qu'en partie, on peut le décomposer en deux autres : l'un, que nous désignerons par a, polarisé complétement dans un plan qui fait, avec le plan d'incidence, un angle α; l'autre, $= 1 - a$, à l'état naturel, ou, si l'on veut, composé de deux parties égales $\left(\frac{1-a}{2}\right)$ polarisées respectivement dans le plan d'incidence et dans un plan perpendiculaire à ce dernier. L'intensité du rayon a égale

$$a \cdot \frac{\sin^2(i-i')}{\sin^2(i+i')} \cdot \cos^2\alpha + a \cdot \frac{\tang^2(i-i')}{\tang^2(i+i')} \cdot \sin^2\alpha,$$

et celle du rayon $1 - a$ est représentée par

$$\frac{1-a}{2}\left(\frac{\sin^2(i-i')}{\sin^2(i+i')} + \frac{\tang^2(i-i')}{\tang^2(i+i')}\right).$$

---

(1) Cette valeur est le résultat d'une expérience faite avec assez peu de précision.

Leur somme donnera donc pour valeur de l'intensité du rayon total

$$\frac{\sin^2(i-i')}{\sin^2(i+i')}\cdot\frac{1+a\,.\,\cos 2\alpha}{2}+\frac{\tang^2(i-i')}{\tang^2(i+i')}\cdot\frac{1-a\cos 2\alpha}{2}.$$

Les formules précédentes sont applicables au seul cas de la réflexion à la surface des milieux non cristallisés. Nous ne pouvons encore faire connaître celles qui concernent la réflexion à la surface des cristaux.

860. — Quand le plan de réflexion coïncide avec celui de polarisation primitive, la réflexion ne change rien à la polarisation : le rayon reste donc le même dans le cas de l'incidence perpendiculaire. Mais il en est autrement lorsque les deux plans précités ont une position relative différente, et il devient nécessaire alors de rechercher les changements que produit la réflexion quant à l'état du rayon et à la situation de son plan de polarisation. Or on a trouvé, comme nous l'avons déjà vu, que, si la réflexion se fait dans le plan de polarisation primitive, et si le rayon incident est polarisé partiellement, le rayon réfléchi sera polarisé davantage dans ce même plan; mais, si le rayon incident est entièrement polarisé, il garde ce caractère après sa réflexion (excepté dans un seul cas), et il n'y a de changé que le plan de polarisation.

D'après Fresnel, le nouveau plan de polarisation doit faire, avec celui de réflexion, un angle β, tel que

$$\tang \beta=\frac{\cos(i+i')}{\cos(i-i')}\,.\,\tang \alpha.$$

Cette formule fait coïncider le plan de polarisation avec celui d'incidence quand

$$i+i'=90^\circ.$$

Or c'est précisément le cas où le rayon tombe sur la surface réfléchissante sous l'angle de polarisation. Si $\alpha = 90^\circ$, c'est-à-dire si le rayon est polarisé avant l'incidence dans un plan perpendiculaire à celui d'incidence, il le sera encore après la réflexion, puisqu'on a dans ce cas

$$\text{tang}\ \beta = \infty \quad \text{ou} \quad \beta = 90^\circ.$$

861. — La formule de Fresnel a été vérifiée par M. Arago pour une seule valeur intermédiaire de α, savoir :

$$\alpha = 45^\circ ;$$

mais pour un grand nombre d'incidences à la surface de l'eau et du verre, et des valeurs de β depuis $+ 38^\circ$ jusqu'à -44°. La conformité des résultats du calcul avec ceux de l'expérience a été aussi satisfaisante que possible. Les détails de cette intéressante comparaison sont rapportés dans les *Annales de chimie*, t. XVII, page 314. Nous ferons observer aussi que les résultats de la formule dépendent l'un de l'autre, le dernier étant conclu du premier par des considérations purement théoriques ; de manière que la vérification d'un seul résultat entraîne celle de tous les autres.

862. — Quand le rayon polarisé est réfléchi par la surface d'un cristal, l'intensité de la lumière réfléchie n'est plus la même que dans les cas précédents ; mais elle se lie aux lois de la double réfraction d'une manière que nous ferons bientôt connaître. Quant aux surfaces métalliques, on ne sait pas encore si les lois exposées plus haut leur sont applicables.

§ V. — *De la polarisation par réfraction, et des lois que suit la lumière polarisée quand elle vient à se réfracter.*

Polarisation par réfraction. — Loi de M. Arago. — Polarisation par une suite de transmissions obliques. — Théorie de la polarisation imparfaite, proposée par le docteur Brewster. — Réflexions intérieures entre plusieurs lames. — Phénomènes manifestés par des piles de lames exposées à la lumière polarisée. — Comparaison des phénomènes manifestés par des piles de lames de verre avec ceux que produisent des lames de tourmaline.

863. — Quand un rayon de lumière non polarisé est transmis au travers d'une lame de verre sous l'incidence perpendiculaire, il ne donne à son émergence aucun signe de polarisation ; mais, si la lame est inclinée par rapport au rayon incident, le rayon transmis est polarisé partiellement dans un plan perpendiculaire à celui de réfraction, et conséquemment au plan de polarisation de la partie du rayon réfléchi qui a été polarisée.

La connexion entre les parties polarisées des faisceaux réfléchis et réfractés doit être bien intime, puisque M. Arago a démontré, par une expérience ingénieuse et décisive, que ces parties ont toujours la même intensité. La loi découverte par ce physicien peut être énoncée comme il suit :

« Quand un rayon non polarisé est en partie réfléchi et en « partie transmis par un milieu diaphane, les faisceaux ré- « fléchis et transmis contiennent une égale quantité de lu- « mière polarisée, et leurs plans de polarisation se coupent à « angles droits. »

864. — Ainsi le faisceau transmis contient le maximum de lumière polarisée lorsque la lumière incidente tombe sous un angle égal à celui de polarisation du milieu, et ce maximum est la quantité de lumière que la surface peut polariser com-

plétement par réflexion. Or, pour tous les milieux connus, cette quantité est toujours beaucoup au-dessous de la moitié de la lumière incidente : par conséquent le faisceau transmis ne peut jamais être polarisé en entier par une simple transmission.

865. — Dans le cas de réflexion totale à la surface intérieure d'un milieu il n'y a point de lumière transmise : aussi remarque-t-on que le rayon réfléchi n'est pas du tout polarisé ; ce qui s'accorde parfaitement avec la loi précédente.

866. — Quant à la lumière qui traverse la surface sans se polariser, M. Arago soutient qu'elle reste à l'état naturel, c'est-à-dire absolument non polarisée. Le docteur Brewster, au contraire, conclut de ses expériences que cette lumière, quoique non polarisée, éprouve un changement physique qui la rend bien plus susceptible de polarisation quand on la transmet ensuite sous le même angle. Considérée sous le rapport de la théorie, la question est purement de fait et semble facile à décider ; mais cette facilité n'est qu'apparente. Ne pouvant en juger d'après nos propres expériences, nous nous contenterons d'exposer les conséquences des deux doctrines.

Soit 1 la lumière qui tombe sur la première surface d'une lame de verre, sous l'angle de polarisation. Soit $a + b$ la quantité de lumière du faisceau transmis qui a traversé les deux surfaces, et conséquemment $1 - a - b$ celle du faisceau réfléchi, a désignant la partie polarisée et b celle qui ne l'est point. Quand $a + b$ tombe sur une autre lame, sous le même angle, la partie a étant polarisée dans un plan perpendiculaire au plan d'incidence, et tombant sous l'angle de polarisation, elle sera entièrement transmise *sans que son plan de polarisation éprouve le moindre changement*, comme on le prouve par des expériences directes. Ainsi la partie a traversera sans s'affaiblir (en ne supposant pas d'absorption) un nombre quelconque de lames qui se suivent. Quant à la partie b, si elle est semblable en tout à la lumière commune, elle doit se partager

par réflexion à la surface de la seconde lame en deux faisceaux, dont l'un,

$$= b\,(1 - a - b),$$

sera complétement polarisé, et dont l'autre,

$$= b\,(a + b),$$

sera transmis. La portion $b\,a$ de ce dernier sera polarisée dans un plan perpendiculaire au plan de réfraction, et sera transmise sans perte de lumière au travers de toutes les lames suivantes. Mais la portion b^2 sera de la lumière ordinaire, et séparable par conséquent à la surface de la troisième lame, et ainsi de suite. A la fin un faisceau serait transmis qui se composerait d'une quantité de lumière polarisée égale à

$$a + b\,a + b^2\,a + \ldots\ldots + b^{n-1}\,a = a.\frac{1 - b^n}{1 - b},$$

et d'une quantité de lumière non polarisée $= b^n$; de sorte qu'un nombre fini de lames ne saurait jamais polariser parfaitement tout le faisceau transmis.

867. — Si l'on admet, avec le docteur Brewster, que la partie non polarisée (b) du rayon transmis ($a + b$) est plus disposée à une polarisation subséquente, la progression de l'article précédent devient une série beaucoup plus convergente, qui même se termine subitement dans certaines circonstances.

Or le docteur Brewster donne comme une loi générale, déduite de ses expériences, que,

« Si un rayon lumineux tombe sur plusieurs lames de ma-
« tière non cristallisée, inclinées entre elles sous le même an-
« gle ou sous des angles différents, mais ayant toutes leurs
« surfaces perpendiculaires au plan de première incidence,

« la polarisation totale du faisceau transmis a lieu lorsque la
« somme des tangentes des angles d'incidence sur chaque la-
« me égale une certaine quantité constante provenant du
« pouvoir réfringent des lames et de l'intensité du rayon in-
« cident. »

Cette dernière phrase, qui établit une dépendance entre le nombre et la position des lames nécessaires pour opérer la polarisation, et l'intensité de la lumière incidente, prouve à l'évidence que le mot *polarisation totale* ne doit pas être pris ici dans son acception rigoureuse, et qu'il ne s'agit que d'une polarisation *à peu près* complète. En effet, le docteur Brewster donne pour valeur de la quantité constante dont il vient d'être fait mention le nombre 41.84, en supposant des lames de crown-glass et une *bougie allumée placée à une distance de dix pieds*. Un tel éclairement rend insensible le peu de lumière qui échappe à la polarisation. Considérées de cette manière, les expériences de ce physicien ne nous paraissent aucunement incompatibles avec la loi de décroissement suivant une progression géométrique (art. 866). Nous pensons aussi que, dans sa critique de la loi rapportée plus haut (*Supplément à l'Encyclopédie britannique*, vol. VI, 2e partie, Polarisation de la lumière), M. Arago, ou son commentateur, a été beaucoup trop sévère.

Ne trouvant point d'incompatibilité absolue entre les deux opinions que nous venons de discuter, nous devons reconnaître l'avantage de la simplicité à celle qui n'admet aucun changement dans les propriétés physiques de la partie non polarisée du faisceau réfléchi ou transmis. (Voy. art. 848.)

868. — Dans tout ce qui a été dit jusqu'à présent sur la polarisation du faisceau transmis, on n'a pas eu égard à la lumière qui se réfléchit à chaque surface, et revient en arrière en traversant (en partie du moins) toutes les lames pour venir se mêler au rayon transmis et diminuer sa polarisation.

869. — Si l'on expose au rayon polarisé une pile de lames de verre dont les surfaces sont parallèles, de manière que l'angle d'incidence soit égal à l'angle de polarisation, et qu'on la fasse tourner autour du rayon comme autour d'un axe, en conservant la même inclinaison, on observe les phénomènes suivants :

1° Quand le plan d'incidence est perpendiculaire à celui de polarisation, *toute la lumière incidente est transmise*, à l'exception de celle qui est absorbée par le verre, ou perdue par les réflexions irrégulières provenant des aspérités des surfaces : cette propriété est indépendante du nombre des lames. La polarisation du faisceau transmis ne subit aucun changement.

2° Comme la pile tourne autour du rayon incident, pris pour axe, une partie de la lumière qu'elle reçoit est réfléchie. Cette partie va toujours en augmentant jusqu'à ce que le plan d'incidence coïncide avec celui de polarisation primitive : alors la lumière réfléchie atteint son maximum. Or M. Arago assure que la quantité de lumière polarisée réfléchie par chaque lame est dans une proportion plus forte avec l'intensité du rayon incident que si ce dernier était de la lumière ordinaire. Quelle que soit l'intensité de la lumière incidente, la même proportion ayant lieu pour chaque lame, le rayon transmis doit s'affaiblir en progression géométrique à chaque lame qu'il traverse, au point de devenir, à la longue, absolument insensible, et de donner à la pile une opacité apparente. Dans ce raisonnement on fait abstraction de la lumière qui se réfléchit en arrière et en avant entre les lames ; mais tous ses rayons étant polarisés dans un même plan (lequel est invariable dans ce cas, quelle que soit la fréquence des réflexions), tous les rayons réfléchis se trouvent dans la même catégorie : ces réflexions intérieures ne peuvent donc avoir d'autre effet que de retarder l'extinction totale de la lumière transmise.

870. — On voit, par ce qui précède, que, si une pile est formée par un grand nombre de lames de verre, inclinées sous un angle égal au complément de l'angle de polarisation (35° ±), par rapport au rayon polarisé, elle doit offrir les mêmes phénomènes qu'une lame de tourmaline taillée parallèlement à l'axe de son rhomboïde primitif, c'est-à-dire qu'elle doit transmettre et éteindre alternativement toute la lumière à chaque quart de rotation, et paraître ainsi tantôt opaque et tantôt diaphane, suivant sa position.

Cependant l'analogie ne peut être portée plus loin sans manquer de justesse, et l'on ne saurait déduire des expériences avec les piles une explication satisfaisante des phénomènes que présente la tourmaline. En effet, bien qu'il soit vrai qu'une lame de tourmaline est composée de feuilles inclinées par rapport à la surface, ces feuilles sont dans le contact le plus parfait; d'ailleurs leur position relativement à la surface n'est pas la même pour des lames taillées d'une manière arbitraire par rapport à la direction de l'axe. On peut tailler, à la vérité, une infinité de lames dont les plans contiennent l'*axe* d'un rhomboïde; mais trois seulement peuvent avoir la même relation avec ces différentes *faces*, auxquelles les feuilles sont parallèles. En outre, les phénomènes n'ont lieu qu'autant que la tourmaline est colorée. L'analogie entre des piles de verre et des lames d'agathe nous paraît aussi plus spécieuse que réelle.

871. — Une pile de lames semblable à celle que nous venons de décrire offre la même différence entre les phénomènes qu'elle produit qu'une lame de tourmaline, puisque dans le dernier cas dont nous nous sommes occupés, en supposant un nombre de lames suffisant, la moitié de la lumière incidente est transmise dans un état de polarisation complète, dans un plan perpendiculaire au plan d'incidence.

872. — On attend encore de l'expérience de nouvelles don-

nées sur les lois qui règlent la polarisation d'un faisceau transmis au travers d'une surface transparente, en supposant quelconques son inclinaison par rapport au rayon incident et son plan de transmission par rapport à celui de polarisation primitive.

§ VI. — *De la polarisation de la lumière par la double réfraction.*

La lumière est polarisée par la double réfraction en deux faisceaux opposés : expériences qui le prouvent. — Transmission de la lumière polarisée au travers d'un milieu biréfringent. — Partage inégal de la lumière entre les deux faisceaux réfractés. — Expérience de Huyghens. — Usage d'un prisme achromatique biréfringent. — Méthode du docteur Wollaston pour doubler l'écart des images. — Action des cristaux qui ne possèdent pas la double réfraction.

873. — Quand un rayon de lumière ordinaire se divise par la double réfraction en deux faisceaux distincts à leur émergence, et susceptibles d'être examinés séparément, ces faisceaux sont tous deux entièrement polarisés dans des plans différents, exactement ou à très peu près perpendiculaires. Pour le démontrer on prend un rhomboïde de spath d'Islande d'une grosseur convenable ; et, après avoir couvert une de ses faces avec une carte noircie et percée d'un trou d'épingle, on le tient devant la lumière d'une fenêtre ou d'une chandelle. En plaçant l'œil du côté opposé au trou, on verra deux images de ce dernier : l'une suivant la droite qui joint l'œil et le trou, produite par les rayons réfractés ordinaires ; l'autre suivant une direction qui s'écarte de cette droite, dans un plan parallèle à la section principale de la surface d'incidence. Cette seconde image est due à la réfraction extraordinaire. A la vue simple ces images paraissent également brillantes ; mais, si l'on interpose une lame de tourmaline, que l'on fait tourner dans son propre plan, l'inégalité devient sensible, et les images disparaissent et reparaissent alternativement à

chaque quart de révolution de la tourmaline. L'image ordinaire a toujours son maximum d'éclat, et l'image *extraordinaire* s'éteint, au moment où l'axe de la tourmaline est perpendiculaire à la section principale de la surface d'incidence. Le cas inverse a lieu au moment où l'axe est parallèle à cette même section.

874. — La même chose arrive lorsqu'au lieu de regarder les deux images au travers d'une lame de tourmaline, on les reçoit sur une plaque de verre inclinée par rapport à la direction de leur lumière sous un angle égal à l'angle de polarisation, et qu'on fait tourner cette plaque autour du rayon ordinaire pris pour axe. La révolution du réflecteur produit dans les images les variations de lumière décrites à l'article précédent.

875. — Ainsi les deux faisceaux sont polarisés complétement et en sens contraire, le faisceau ordinaire dans un plan qui contient l'axe du rhomboïde, le faisceau extraordinaire dans un plan perpendiculaire à celui dont il vient d'être fait mention.

876. — Le même phénomène est beaucoup plus facile à observer si l'on fait usage d'un prisme d'un cristal quelconque doué de la double réfraction, dont l'angle réfringent donne à la fois deux images distinctes d'un objet éloigné, tel qu'une chandelle. Ces images disparaissent et reparaissent alternativement à chaque quart de révolution d'une lame de tourmaline ou d'un réflecteur de verre, et ont le moins d'éclat à chaque demi-quart.

877. — Toutes ces expériences nous prouvent que la double réfraction polarise en sens contraire les deux faisceaux dont la réunion formait le rayon incident non polarisé. Voyons maintenant ce qui arrive lorsque ce rayon est déjà

polarisé. A cet effet, mettons un plateau de verre devant une fenêtre ouverte, de manière à polariser la lumière réfléchie, et répétons l'expérience de l'art. 873, en dirigeant le rayon visuel qui traverse le trou d'épingle, non vers le ciel, comme dans cette expérience, mais vers la lumière réfléchie par le plateau de verre : alors on verra communément deux images du trou, mais leur éclat sera différent. En outre :

« Si l'on fait tourner le rhomboïde dans le plan de sa face « couverte, ces images varieront continuellement et d'une « manière semblable, l'éclat de l'une augmentant jusqu'à un « certain maximum, et celui de l'autre diminuant jusqu'à « zéro. »

Quand la section principale du rhomboïde se trouve dans le plan de réflexion (qui est le même que celui de polarisation) du rayon incident, l'image ordinaire a son maximum d'éclat, tandis que l'image extraordinaire est éteinte, et réciproquement si les plans de réflexion et de polarisation sont à angle droit. On peut varier l'expérience avec avantage en employant un prisme biréfringent, que l'on fait tourner dans le plan qui partage son angle en deux parties, pendant que l'on regarde au travers l'image polarisée d'une chandelle.

878. — Les phénomènes précédents nous font connaître la loi suivante :

« Quand un rayon qui tombe sur une surface biréfringente « est polarisé dans un plan parallèle à la section principale, « il ne subit plus de bifurcation, mais il passe tout entier dans « l'image ordinaire. Si, au contraire, son plan de polarisa- « tion est perpendiculaire à cette section, il passe entière- « ment dans l'image extraordinaire. Dans les positions inter- « médiaires du plan de polarisation primitive, la bifurcation « a lieu et la lumière est partagée inégalement entre les deux

« faisceaux, excepté dans le cas où le plan dont il s'agit fait « un angle de 45° avec la section principale. En général, « soient α l'angle entre le plan de polarisation et la section « principale, et A la lumière incidente (en ne supposant au- « cune perte de lumière par l'effet des réflexions) : $A . \cos^2 \alpha$ « et $A . \sin^2 \alpha$ seront les intensités respectives des faisceaux « ordinaire et extraordinaire, la somme de ces intensités « étant égale à A. »

879. — Tous les changements éprouvés par la lumière incidente se manifestent dans la belle expérience de Huyghens, que nous allons décrire. Cette expérience, dont Huyghens et Newton firent l'objet de leurs méditations, leur suggéra l'idée de la *polarité* ou de la distinction des *côtés* dans le rayon modifié de certaines manières. On prend deux rhomboïdes de spath d'Islande, d'une grosseur raisonnable et bien transparents (ce qui n'est pas difficile à trouver), et on les pose l'un sur l'autre de manière que leurs faces homologues soient parallèles, ou que les molécules des deux rhomboïdes se trouvent dans la même situation relative que si les deux solides étaient deux fragments contigus d'un même cristal; on les met ensuite sur une feuille de papier au milieu de laquelle on a marqué une tache noire, petite, mais très distincte : cette tache paraîtra double en la regardant au travers des deux cristaux réunis, de même que s'il n'y en avait qu'un (*a*, fig. 173), et la ligne qui joint les images sera parallèle à la section principale. Maintenant on fait tourner lentement le cristal supérieur dans un plan horizontal sur le cristal inférieur, et l'on obtient ainsi deux nouvelles images entre les premières, avec lesquelles elles forment un losange très allongé, comme en *b*, fig. 173. Leur éclat, d'abord très faible, augmente par degrés; tandis que celui de l'autre couple diminue jusqu'à ce que l'angle de rotation égale 45°, auquel cas les images sont telles qu'on les voit en *c*. La rotation continuant, le losange se change en carré comme en *d*, et les deux images primitives

s'affaiblissent extrêmement jusqu'à ce que l'angle de rotation soit droit : alors elles s'évanouissent tout-à-fait, en laissant les autres diagonalement placées, comme en *e*. Si l'on tourne encore davantage, elles reparaissent et brillent d'un éclat progressif, jusqu'à ce que l'angle de rotation $=90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$, auquel cas les image sont toutes égales, comme en *f*. Les deux images primitives deviennent ensuite de plus en plus lucides, et les autres, au contraire, devenant plus pâles, elles offrent l'apparence représentée en *g*. La demi-révolution étant enfin achevée, il ne reste plus qu'une tache noire *h*, produite par la coïncidence des deux images primitives et par la disparition des autres : alors il paraît que la réfraction est devenue simple, ou plutôt que, les doubles réfractions des deux rhomboïdes ayant lieu dans des directions opposées et avec la même intensité, elles ont dû nécessairement se compenser. Cependant cette compensation ne s'effectue pas avec une parfaite exactitude si les rhomboïdes ne sont pas précisément de même épaisseur, et les images restent visibles quoique leurs distances respectives soient des minima. On peut représenter les quatre images de la manière suivante :

O *o* l'image réfractée *ordinairement* par les deux rhomboïdes ;

O *e* l'image réfractée ordinairement par le premier et *extraordinairement* par le second ;

E *o* l'image réfractée extraordinairement par le premier et ordinairement par le second ;

E *e* l'image réfractée extraordinairement par tous les deux.

En dénotant par A l'intensité du rayon incident, et en ne supposant aucune perte de lumière par suite de la réflexion ou de l'absorption, l'on a

$$O\,o = \tfrac{1}{2}A \cdot \cos^2\alpha = E\,e,$$

$$O\,e = \tfrac{1}{2}A \cdot \sin^2\alpha = E\,o,$$

et la somme des quantités de lumière des quatre images $= A$.

880. — On observe les mêmes phénomènes (à quelques légères différences près) quand on place l'un derrière l'autre deux prismes biréfringents, au travers desquels on regarde un objet éloigné, en tenant l'œil très près du cristal pendant qu'on les fait tourner l'un sur l'autre. La raison de ces phénomènes est une conséquence si directe des lois énoncées aux art. 875 et 878, que nous croyons superflu de la rapporter ici.

881. — La propriété dont jouissent les cristaux biréfringents, de partager inégalement la lumière polarisée entre les deux images, est le principe fondamental d'un instrument très commode qui sert à reconnaître la polarisation d'une lumière donnée, et à une multitude d'expériences d'optique. C'est tout simplement un prisme biréfringent achromatisé au moyen d'un prisme de verre, ou plutôt au moyen d'un prisme de même matière convenablement taillé. L'effet de cet instrument est d'augmenter l'écart des deux faisceaux. Si l'achromatisme est produit par des prismes de verre, et si les angles réfringents ne sont pas très grands, la coloration de l'une des images est si faible qu'elle n'incommode aucunement. L'angle réfringent le plus avantageux est celui qui donne un écart d'environ deux degrés entre les deux images. Soit donc A B C G F (fig. 174) un prisme de spath d'Islande, taillé de manière que son arête C G contienne l'axe du cristal, et supposons-le achromtisé autant que possible par le prisme de verre C D E F G.

Soit maintenant Q un petit cercle lumineux et incolore d'un degré ou deux de diamètre apparent par rapport à l'œil placé en O : l'interposition des prismes réunis fera paraître deux cercles, l'un en Q et l'autre en *q*. Si la lumière incidente n'est pas du tout polarisée, ces deux images conserveront exactement la même intensité pendant que le prisme A B G G tournera dans un plan perpendiculaire au rayon visuel. Mais, si cette lumière a la moindre polarité, la rotation du prisme rendra successivement chacune de ces deux images plus brillante que l'autre : comme on les voit toujours ensemble, la moindre inégalité, et par conséquent le moindre mélange de lumière polarisée, sera facile à reconnaître.

882. — Les prismes dont nous venons de parler sont ordinairement de spath d'Islande, à cause de la propriété de la double réfraction, que ce minéral possède à un très haut degré; mais, d'un autre côté, il est si tendre et sa structure est si lamellée, qu'il est difficile de lui donner le poli nécessaire, et encore plus de le lui conserver. Nous l'avons remplacé par le quartz et la topaze blanche, qui ont répondu parfaitement à notre attente.

La méthode suivante, due au docteur Wollaston, pour augmenter le pouvoir biréfringent du quartz, est extrêmement utile et ingénieuse. Soient

A B C D *a b c d*, E F G H *e f g h* (fig. 175),

les deux moitiés d'un prisme de quartz hexagonal (1), produites par une section parallèle à deux arêtes. Dans la face verticale A D *d a* menons une droite quelconque L K

(1) C'est la forme affectée par ce minéral.

parallèle aux arêtes, et conséquemment à l'axe du prisme (qui est aussi l'axe de double réfraction), et joignons C et L, *c* et K : le plan C L K *c* détachera un prisme C L K *d c* D, ayant pour arêtes réfringentes L K, D *d* et C *c*, toutes parallèles à l'axe. Maintenant, dans l'autre moitié du solide, menons E *f* et H *g*, par lesquelles nous ferons passer un plan qui partagera le polyèdre en deux prismes biréfringents, dont les arêtes E H et *f g* seront *perpendiculaires* à l'axe de double réfraction.

Ayant eu soin de donner à l'angle C L D du prisme C L K *d c* D la même ouverture qu'à l'angle qui a pour arête H E dans le prisme H E *e f g h*, on colle ensemble avec du mastic ou du baume de Canada les surfaces D L K *d* et H E *e h*, de manière que l'arête H E se trouve à l'opposite de D *d*, et l'arête *h e* à l'opposite de K L. Alors il est évident que les deux prismes doivent agir en sens contraire, puisque leurs sections principales se coupent à angles droits : il ne peut donc se former que deux images, tous les rayons extraordinaires de l'un des prismes éclairant l'image ordinaire de l'autre, et *vice versa*.

Quant à la duplication de l'écart des images, soit *m n* une ligne lumineuse, vue au travers de l'un des prismes, dont l'arête est horizontale et au-dessous de la face opposée : cette ligne aura deux images, l'une plus élevée que l'autre. Supposons que l'image ordinaire soit la plus réfractée : si l'on interpose alors le second prisme, dont l'arête est au-dessus de la face opposée, les deux images seront réfractées et abaissées ; mais l'image ordinaire *o*, naguère *la plus élevée*, subira une réfraction extraordinaire qui la rendra *la moins basse*, et prendra la position *o e* ; tandis que l'image extraordinaire *e*, naguère *la moins élevée*, deviendra *la plus basse* et viendra en *e o*. La double réfraction et les angles réfringents étant les mêmes dans les deux prismes, il est clair que la ligne *e o* doit tomber autant au-dessous de *m n* que *o e* au-dessus, c'est-à-dire à une distance égale à celle entre les deux images

primitives *o* et *e*. Ainsi l'intervalle entre les images deux fois réfractées est double de celui qui les séparait à la première réfraction : nous avons trouvé cette méthode extrêmement avantageuse à cause de la dureté du quartz, qui le rend susceptible d'un poli parfait et durable.

883. — La propriété de réfraction simple peut être considérée comme la limite de celle de réfraction double, c'est-à-dire que, dans les cristaux qui la possèdent, les deux rayons sont propagés avec la même vitesse, et par conséquent ne se séparent point, ou, en d'autres termes, que les deux images coïncident. Dans ce cas on ne doit pas s'attendre à ce que la lumière émergente soit polarisée, puisque les deux faisceaux, étant polarisés à angles droits, forment un rayon unique qui a tous les caractères de la lumière non polarisée. L'expérience confirme ce jugement. La lumière transmise par le spath-fluor, par exemple, n'offre aucune trace de polarisation, du moins quand la surface n'agit que de la manière ordinaire. Nous ne connaissons aucune expérience qui indique jusqu'à quel point l'action des *surfaces* des cristaux très peu biréfringents peut modifier les forces polarisatrices, ou plutôt quels effets ces surfaces peuvent produire sur le rayon qui les traverse; en d'autres termes, jusqu'à quel point l'action d'une pile de lames cristallisées peut différer de celle d'un pile ordinaire (art. 869). Cependant le docteur Brewster a trouvé que les piles de feuilles de mica polarisent la lumière par transmission, comme des piles de verre. Le champ est ouvert aux recherches des physiciens.

§ VII. — *Des couleurs que présentent les lames cristallisées quand on les expose à la lumière polarisée, et des anneaux qui entourent leurs axes optiques.*

Première méthode pour faire paraître les couleurs des lames cristallisées.

884. — La partie de l'optique que nous allons traiter est entièrement moderne et même d'origine récente. La première mention des couleurs produites par des lames cristallisées a été faite à l'Institut de France en 1811 par M. Arago. Depuis cette époque, les recherches de ce savant, du docteur Brew-

ster, de M. Biot, de Fresnel, de M. Mitscherlich et d'autres, ont donné à cette théorie un développement considérable qui la place au rang des branches de l'optique les plus importantes et les plus complètes sous le rapport de la théorie. Comme on pouvait s'y attendre, il est résulté de la rapidité avec laquelle les découvertes se succédaient, jointe aux embarras politiques qui rendaient les communications extrêmement difficiles entre la Grande-Bretagne et le continent, qu'une immense série de résultats a été obtenue des deux côtés de la Manche, séparément et presqu'en même temps. Le véritable philosophe, qui aime la science pour elle-même, se félicite de pareilles rencontres ; mais celui qui ne s'attache qu'à discuter les droits de ses compétiteurs pour établir l'antériorité de ses propres travaux doit nécessairement y trouver un grand nombre de sujets de critique, dont il s'empresse de s'emparer, et qui deviennent ainsi une source de disputes et de récriminations. Ne voyant dans la science qu'un refuge honorable contre les orages et les chagrins de la vie, nous regardons de semblables discussions comme absolument contraires à ses intérêts et à sa dignité, dès qu'on y est poussé par un esprit de rivalité et de nationalité malentendue : c'est pourquoi nous éviterons d'y prendre part, préférant exposer le sujet tel qu'il est, en nous gardant, autant que possible, de nous en rapporter à des observations douteuses ou à des généralisations trop promptes, qui ont jeté pendant quelque temps une certaine obscurité sur cette théorie encore imparfaitement connue. Le but que nous nous proposons, et que nous tâcherons de remplir avec toute la concision compatible avec la clarté, est de ne rapporter que les faits, et les lois générales qui paraissent assez solidement établies pour ne point avoir à craindre d'être renversées par des découvertes subséquentes, lors même qu'elles ne seraient que des conséquences d'autres lois plus générales ; ce qui serait, du reste, vivement à désirer.

885. — Le phénomène des couleurs, auquel ce paragraphe

est consacré, s'obtient d'une manière aussi simple que facile. Devant une fenêtre ouverte, d'où l'on découvre le ciel en plein, on place une surface d'une étendue considérable, comme une table d'acajou poli, ou, ce qui vaut encore mieux, une pile de dix ou douze panneaux de verre couchés horizontalement. S'étant procuré une lame de mica d'un trentième de pouce environ d'épaisseur (ce que l'on trouve facilement dans le commerce), on l'interpose entre l'œil et la table (ou la pile) de manière à recevoir et à transmettre la lumière réfléchie par cette dernière, sous l'angle qu'on jugera approcher le plus de celui de polarisation. Dans cet état de choses on n'aperçoit rien de particulier, quelle que soit l'inclinaison de la lame de mica; mais, si l'on arme l'œil d'une lame de tourmaline dont l'axe se trouve vertical, les apparences sont bien différentes. Si l'on ôte la lame de mica, la tourmaline éteint le faisceau réfléchi, et la surface de la table (ou de la pile) paraît obscure et mate, du moins en un point vers lequel nous supposerons l'œil constamment dirigé; mais, aussitôt que l'on remet la lame de mica, la surface paraît reprendre son pouvoir réfléchissant. Si l'on incline le mica sous divers angles, et qu'on le fasse tourner dans son propre plan, on le verra bientôt briller des plus magnifiques couleurs, dont les nuances varient au moindre changement de position de la lame, passant avec rapidité du rouge le plus chargé aux teintes les plus riches de vert, de bleu et de pourpre.

Si l'on tient la lame de mica perpendiculaire au rayon réfléchi, et qu'on la fasse tourner dans son propre plan, on trouvera deux positions dans lesquelles toute lumière et toute couleur s'évanouiront : de sorte que le rayon réfléchi s'éteindra comme s'il n'y avait point de mica. Or, si l'on grave sur la lame avec une pointe d'acier deux droites qui marquent les intersections de son plan avec les plans verticaux qui passent par l'œil dans les deux positions, on reconnaîtra que ces droites font entre elles un angle parfaitement droit.

Nommons pour un moment A et B les deux droites en ques-

tion : le plan perpendiculaire à la lame et contenant la droite A sera dit la section A, et le plan mené de la même manière par la droite B sera la section B.

886. — Si l'on continue à faire tourner le mica, on observera qu'à chaque écart de 45° de l'une ou de l'autre de ces positions (c'est-à-dire chaque fois que les sections A et B feront des angles de 45° avec le plan de réflexion ou de polarisation du rayon incident), la lumière transmise atteindra son maximum et il se produira des couleurs, pourvu que la lame n'excède pas un trentième de pouce d'épaisseur. Si elle surpasse cette limite, elle restera incolore ; si elle tombe au-dessous, ses couleurs n'en seront que plus vives et se suivront dans le même ordre que celles des lames minces. Plus l'épaisseur diminuera, plus les couleurs approcheront de la tache centrale (qui est noire), et par conséquent plus leur ordre s'élèvera. L'analogie avec les anneaux colorés est complète à cet égard, malgré l'énorme différence entre l'épaisseur nécessaire à la production de ces derniers et celle de la lame de mica. Il résulte de mesures obtenues par une méthode que nous décrirons plus loin, qu'une lame de mica exposée perpendiculairement au rayon réfléchi (art. 885) offre la même couleur qu'une couche d'air 408 fois plus mince.

887. — Si le mica, toujours exposé perpendiculairement au rayon, vient à tourner dans son propre plan, sa teinte ne change pas, mais elle diminue d'intensité quand l'une des sections A ou B s'approche du plan de polarisation de la lumière incidente. Cependant cette invariabilité cesse avec l'exposition perpendiculaire. Les couleurs varient alors d'une manière si étrange, qu'il paraît impossible de les assujettir à des lois régulières. Dans deux situations de la lame, seulement, les phénomènes sont assez faciles à saisir : c'est lorsque les sections A et B sont toutes deux à 45° du plan de polarisation, et que la lame de mica est inclinée en avant ou en

arrière en restant perpendiculaire au plan de l'une de ces sections. Pour remplir cette condition, l'on tient d'abord la lame perpendiculaire au rayon polarisé, puis on la fait tourner dans son propre plan jusqu'à ce que les lignes A et B soient toutes deux à 45° du plan vertical : alors, si l'on fait tourner la lame autour d'une ces lignes (A, par exemple), comme axe, c'est-à-dire perpendiculairement à la section B, l'on observera que, si la teinte est blanche, elle restera telle dans toutes les inclinaisons; mais que, si elle est colorée, elle *descendra* dans l'ordre des couleurs, devenant de plus en plus pâle, jusqu'à ce qu'enfin elle passe au blanc après un nombre variable d'alternations. Une fois devenue blanche, la teinte ne change plus, quel que soit l'angle sous lequel on incline le mica.

D'un autre côté, si c'est autour de B que l'on fait tourner la lame, la teinte *monte* dans l'ordre des couleurs; et, si le mica est incliné d'environ 35° 3′, à droite ou à gauche du rayon incident, elle atteint son maximum, qui correspond à la tache noire au centre dans les anneaux colorés de Newton. Dans cette position de la lame, le rayon réfléchi est entièrement éteint par la tourmaline, comme si les sections A et B étaient verticales. Mais, si l'angle d'incidence devient plus grand, les couleurs reparaissent et *descendent* de nouveau, en passant par tous les ordres jusqu'au blanc. Nous n'avons pas égard ici à une légère interversion qui a lieu dans les ordres les plus élevés, les teintes du mica ne suivant pas toujours rigoureusement l'ordre des couleurs produites par les lames minces : nous aurons bientôt occasion d'en parler.

888. — Ainsi les deux sections A et B, quoique offrant les mêmes phénomènes dans le cas d'exposition perpendiculaire de la lame de mica, produisent des effets bien différents dans le cas d'exposition oblique. Si l'incidence a lieu dans le plan de la section B, la teinte descend jusqu'à l'infini dans l'ordre des couleurs, des deux côtés de la perpendiculaire; tandis

que, si l'incidence a lieu dans la section A, la teinte s'élève dans ce même ordre en s'approchant de la tache noire qu'elle atteint lorsque l'incidence est de 35° 3', de l'un ou de l'autre côté de la perpendiculaire, pour redescendre jusqu'à l'infini, c'est-à-dire pour se rapprocher du blanc composé des ordres inférieurs.

889. — La section A est donc caractérisée par deux droites remarquables qu'elle contient, inclinées sous des angles égaux sur la surface de la lame, et jouissant de la propriété qu'un rayon polarisé qui tombe dans leurs directions n'éprouve aucun changement, quant à sa polarisation, par l'influence de la lame. Pour nous en assurer, il ne s'agit que de fixer le mica à l'extrémité d'un tube, en sorte que l'axe du tube fasse avec la perpendiculaire un angle de 35° 3' (ou de 54° 57' avec la lame) dans le plan de la section A. Dirigeant alors ce même axe vers le centre de la tache à la surface du corps réfléchissant, cette tache restera obscure pendant toute la révolution du tube autour de son axe ; ce qui serait impossible si le mica faisait varier le plan de polarisation.

Nous en conclurons la propriété suivante :

« Quel que soit le plan de polarisation d'un faisceau lumi-
« neux qui tombe suivant une des droites précitées, ce plan
« reste le même après la transmission.

« Quoique dans l'expérience précédente on ait fait tour-
« ner le plan d'incidence sans toucher à celui de polarisation,
« il est visible qu'en faisant le contraire on serait parvenu au
« même résultat. »

890. — La propriété énoncée ci-dessus appartient *exclusivement* aux deux lignes que nous venons de signaler. Si l'on fixe la lame à l'extrémité du tube, sous tout autre angle ou dans un plan incliné d'une manière quelconque par rapport à l'axe du tube, on trouvera, à la vérité, en faisant tourner

l'instrument, *deux* positions dans lesquelles le rayon transmis disparaîtra, mais cette extinction ne sera jamais totale, ou presque totale, dans aucune autre position de la lame.

891. — L'indice de réfraction du mica étant 1.5, un angle d'incidence de 35° 3′ correspond à un angle de réfraction de 22° 31′ : ainsi la direction de chacune des deux lignes *dans l'intérieur* du mica, correspondantes à ces lignes extérieures, est inclinée, par rapport à la perpendiculaire, sous un angle de 22° $\frac{1}{2}$, et l'angle compris est de 45°. Ces lignes intérieures sont de véritables *axes* du cristal qui ont une relation déterminée avec ses molécules. Le docteur Brewster les a nommées *axes de non-polarisation* : le mot est un peu long. Fresnel et d'autres se sont servis de la dénomination d'*axes optiques*, qui nous semble préférable ; mais, comme elle a été employée précédemment pour désigner les axes suivant lesquels la double réfraction n'a pas lieu, le lecteur est averti que ces derniers axes et ceux de non-polarisation sont toujours identiques.

892. — Ayant déterminé la section principale au moyen des propriétés dont elle jouit, et reconnu la position des axes optiques, inclinons la lame, par rapport au rayon polarisé, de manière que celui-ci passe par l'un des axes optiques, la section principale faisant un angle de 45° avec le plan de polarisation. Cela disposé, supposons qu'on applique l'œil contre le mica, en regardant toujours au travers de la lame de tourmaline, dont l'axe est vertical : alors il se manifestera un brillant phénomène ; le point noir dans la direction de l'axe du mica paraîtra entouré d'une série de larges anneaux vivement colorés, d'une forme elliptique ou du moins ovale, partagés en deux portions inégales par une bande noire légèrement courbée (fig. 176) ; cette bande passe par le centre des anneaux, qui est en même temps le *pôle* de l'axe en question. Les anneaux sont plus larges du côté de sa convexité,

qui est tournée vers l'autre axe. Si ce dernier est amené dans une position semblable, on observe le même phénomène. Si la lame de mica est très épaisse, ces deux systèmes d'anneaux paraissent entièrement détachés et indépendants l'un de l'autre, et les anneaux se rapprochent et se rétrécissent; mais, si la lame est mince ($\frac{1}{30}$ ou $\frac{1}{40}$ de pouce d'épaisseur), tous les anneaux s'élargissent, principalement entre les pôles, se confondent, perdent entièrement leur figure elliptique, et se dilatent suivant une perpendiculaire à la droite qui joint les pôles, de manière à former un large espace coloré au-delà duquel les anneaux ne se montrent plus autour de chaque pôle séparément, mais en prenant la forme de courbes rentrantes qui embrassent les deux pôles. C'est ce que nous allons développer davantage.

893. — On peut, en conservant la même inclinaison par rapport au rayon visuel, faire tourner la lame de mica autour de cette droite comme axe : alors on verra la bande noire, qui passe par le pôle, changer de place, et tourner autour de ce pôle comme centre avec une vitesse angulaire double, de manière à couvrir successivement tous les points de l'espace occupé par les anneaux. Lorsque la lame a décrit un angle de 45°, et que sa section principale se trouve ainsi dans le plan de polarisation du rayon incident, la bande prend la direction de ce plan, et se prolonge visiblement jusqu'à ce qu'elle aille rejoindre la bande de l'autre pôle (fig. 177). Au point du milieu, entre les deux pôles, elle est croisée perpendiculairement par une autre bande noire qui se trouve dans la section B.

894. — Si l'on n'a pas de tourmaline à sa disposition, on peut observer les mêmes phénomènes (un peu moins commodément, à la vérité, à moins que la lame de mica ne soit très grande) en la remplaçant par un réflecteur tel que celui de la fig. 170, ou par une pile de lames de verre interposée obliquement entre l'œil et le mica. Les couleurs sont alors d'une

vivacité surprenante, les rayons rouges et violets n'étant pas plus absorbés que les autres; au lieu que les tourmalines exercent généralement un pouvoir absorbant très énergique sur ces deux espèces de rayons, et affaiblissent beaucoup le contraste des couleurs. En revanche, cette absorption rendant la lumière transmise plus homogène, les anneaux en sont plus nombreux et mieux terminés; ce qui rend l'emploi de la lumière homogène extrêmement avantageux.

895. — Nous avons choisi le mica parce qu'il est facile de s'en procurer de grands morceaux et de déterminer ses axes sans avoir recours à des divisions artificielles. Ce cristal convient admirablement quand on veut voir d'abord les phénomènes en gros avant de les étudier. Cependant, lorsqu'on l'emploie comme nous l'avons fait jusqu'ici, la grandeur de l'intervalle entre ses axes et la largeur des anneaux qu'il produit le rendent peu propre à donner une idée nette des changements compliqués que subissent les anneaux lorsque les circonstances viennent à varier. C'est pourquoi nous allons indiquer un moyen beaucoup plus commode d'examiner les systèmes d'anneaux croisés, produits par un cristal quelconque. Ce moyen a l'avantage de rendre les phénomènes si évidents qu'il suffit pour ainsi dire d'un simple coup-d'œil pour en prendre une entière connaissance.

896. — Il est évident que, si l'on applique l'œil contre une lame de mica ou de toute autre matière, chaque point de l'espace que l'on apercevra sera rendu visible au moyen d'un rayon lumineux qui aura traversé la lame dans une direction différente par rapport aux axes de ses molécules : on pourra donc regarder l'œil comme le centre d'une surface sphérique d'où émanent tous les rayons, modifiés par la polarisation primitive et par l'influence de forces particulières développées par le milieu avec une énergie dépendante de la direction du rayon et de l'épaisseur de la lame dans cette direction.

Ainsi l'on verra les anneaux, chaque fois que, par un moyen quelconque, on aura fait parvenir jusqu'à l'œil, au travers d'une lame de tourmaline, un cône de rayons polarisés complétement (ou à peu près), dans une direction commune ou d'après une loi régulière : les anneaux offriront alors un tableau fidèle des modifications éprouvées par une infinité de rayons polarisés d'une manière déterminée, qui traversent la lame dans toutes les directions. La propriété connue de la tourmaline permet d'obtenir cet effet à l'aide du petit appareil dont la figure 178 nous offre une coupe.

A B C D est un court cylindre de cuivre dont l'extrémité A C est terminée par une plaque de cuivre; *a b* est une ouverture formée par une lame de tourmaline taillée parallèlement à l'axe ; *h g i k* est un autre cylindre de cuivre semblable au précédent, ayant la même ouverture et une tourmaline de même grandeur. Ce cylindre est emboîté dans le premier, et peut y tourner librement au moyen des rebords B D, *hk*. Une lentille de court foyer H, enchâssée convenablement, est vissée en face de la tourmaline G, de telle sorte que celle-ci se trouve un peu devant le foyer (c'est-à-dire plus loin de l'œil). Entre les deux surfaces A C, *g i*, est un troisième cylindre assez mince, portant une plaque de cuivre percée d'une ouverture un peu plus petite que celles des autres cylindres, et dans laquelle on fait tenir avec un peu de cire la lame de cristal que l'on veut examiner. Cette lame, ainsi que le cylindre auquel elle est attachée, peut tourner à frottement doux dans le cylindre A B C D au moyen d'une petite broche *e* qui passe par la fente *f* ménagée dans la paroi A B. Cette fente a la figure d'un arc de cercle de 120°, ce qui permet d'imprimer à la lame cristallisée F un mouvement de rotation dans son propre plan, entre les tourmalines, depuis 0° jusqu'à 120°. La broche *e* peut être vissée dans le cylindre *c d*, de manière que ces deux pièces se démontent aisément quand on veut changer le cristal.

897. — La lentille H sert à répandre les rayons incidents sur un plus grand espace, et conséquemment à égaliser l'éclat du *champ* de la vision éclairé par une source de lumière quelconque, naturelle ou artificielle. Elle empêche aussi d'apercevoir distinctement les objets extérieurs, ce qui pourrait distraire l'attention ou même troubler les phénomènes. Ces rayons, rassemblés par la lentille au foyer qui se trouve dans la lame cristallisée F, divergent ensuite et viennent frapper l'œil O, en traversant cette lame dans toutes les directions comprises dans le champ de la vision. A la faveur de cet arrangement, ils ne doivent traverser qu'une petite partie du cristal, et par conséquent ils risquent moins de rencontrer des irrégularités qui troubleraient la formation des anneaux, puisqu'on peut choisir l'endroit de la lame le plus uniforme. Après leur passage par la lentille, les rayons sont tous polarisés par la tourmaline G, dans des plans parallèles à son axe. Sans l'interposition du cristal F, les rayons arriveraient jusqu'à l'œil en traversant la seconde tourmaline, ce qui ne pourrait avoir lieu que dans le cas où les axes des deux lames seraient parallèles; s'ils étaient perpendiculaires, les rayons s'éteindraient complétement : ainsi, lorsque le cylindre qui porte la première tourmaline tourne dans celui qui porte la seconde, le champ de la vision est alternativement lumineux et obscur.

898. — Quand on interpose la substance cristallisée F, on voit paraître les anneaux polarisés, pourvu qu'un des axes optiques du cristal soit enveloppé par le cône des rayons réfractés par la lentille, de manière qu'un de ces rayons parvienne jusqu'à l'œil le long de cet axe. Si les deux axes du cristal se trouvent dans le cône lumineux, chacun sera entouré d'une série d'anneaux que l'on pourra étudier à loisir. Il ne s'agit plus que de trouver des cristaux dont les axes soient assez peu écartés pour que les deux systèmes d'anneaux puissent être aperçus sans qu'on doive diriger la vue trop obliquement.

Dans le mica, les axes sont loin de remplir cette condition. Le cristal qui convient le mieux à ce but est le nitre (nitrate de potasse).

899. — Le nitre cristallise en longs prismes à six pans, dont la section perpendiculaire aux arêtes est un hexagone régulier. Ces prismes sont ordinairement fort altérés ; mais, en cherchant dans une grande quantité de salpêtre du commerce, il n'est pas rare d'en rencontrer des échantillons parfaitement diaphanes, du moins dans une partie de leur longueur. Ayant choisi un morceau convenable, on le taille avec un canif, dans le sens perpendiculaire aux axes, jusqu'à ce qu'il se réduise à une lame d'un quart de pouce d'épaisseur ; puis on l'use sur une lime mouillée, jusqu'à l'épaisseur d'un cinquième ou d'un sixième de pouce : on adoucit alors les surfaces sur une plaque de verre usée à l'émeri, et on les polit sur un morceau de soie bien uni qui recouvre une lame de verre, et que l'on a enduit d'un mélange de suif et d'oxide rouge de fer. Cette opération exige une certaine dextérité, qui s'acquiert par la pratique. Pour qu'elle réussisse, le nitre doit être mouillé quand on l'applique sur la soie, et on doit le frotter jusqu'à parfaite siccité, en augmentant la vitesse de la friction à mesure que l'humidité s'évapore. Il faut avoir les mains gantées, car la vapeur qui s'exhale des doigts ternirait le poli, et éviter, pour la même raison, de laisser échapper son haleine près de la surface. En prenant ces précautions il sera facile d'obtenir un poli parfait, comme celui d'une glace. Nous ferons observer que le même procédé convient à peine à deux sels différents : ainsi le sel de la Rochelle (tartrate de potasse et de soude) doit être encore humide quand on l'ôte de la soie pour le poser immédiatement sur un linge bien doux et bien sec ; il faut le frotter rapidement jusqu'à siccité.

L'expérience seule peut apprendre toutes ces particularités, ainsi que les moyens (souvent très étranges) auxquels on

est obligé d'avoir recours pour se procurer des sections bien polies de pierres tendres, surtout de pierres qui se dissolvent aisément dans l'eau.

900. — Le nitre étant poli comme nous venons de le dire, et ses deux surfaces étant aussi rigoureusement parallèles que possible, on le place en F : alors on fait tourner les lames de tourmaline jusqu'à ce que leurs axes se croisent à angles droits, et on les arrête dans cette position, qu'on marque sur les cylindres par un trait de repère. Si l'on applique l'œil en O, et qu'on expose l'appareil à une lumière assez forte, on aperçoit un double système d'anneaux de la plus grande beauté (fig. 179). Quand on fait tourner le cristal dans son propre plan, les tourmalines demeurent immobiles ; les phénomènes passent par une série de variations périodiques, qui se reproduisent après un quart de révolution.

La fig. 180 représente l'apparence des anneaux lorsque la rotation vient de commencer, la fig. 181 lorsque l'angle décrit est de 22° $\frac{1}{2}$ ou de 67° $\frac{1}{2}$, et la fig. 182 lorsque cet angle égale 45°. Si l'on fait varier en même temps l'angle entre les axes des tourmalines, on obtient des figures plus compliquées, dont nous traiterons plus loin. Pour le moment nous supposerons ces axes perpendiculaires entre eux, et nous passerons à l'examen des anneaux afin de bien connaître 1° leur forme et leur situation, 2° leurs dimensions pour une même lame et pour des lames différentes, 3° leurs couleurs, 4° l'intensité de la lumière en divers points de leur périphérie.

901. — La situation des anneaux est déterminée par celle de la section principale ou des axes optiques. Dans le nitre, ces axes se trouvent dans un plan parallèle à l'axe du prisme et perpendiculaire à l'un de ses pans. Il n'est pas très rare de rencontrer des morceaux de ce sel dont la section transversale se compose de deux parties distinctes, ce qui indique une agrégation dans le cristal. Ces deux parties ont leurs sections

principales inclinées l'une sur l'autre, sous un angle de 60°; elles sont séparées par des lames très minces, qui offrent les phénomènes les plus singuliers lorsque la lumière se réfléchit à l'intérieur; mais ce n'est pas ici le lieu d'en parler. Dans les parties où la structure n'est pas discontinue, les anneaux sont tels que les représentent les figures indiquées à l'article précédent, leurs pôles sous-tendant un angle de 8° qui a l'œil pour sommet. Si l'on fait tourner la lame entre les tourmalines, les courbes hyperboliques obscures qui passent par les pôles changent de place par rapport aux lignes colorées, et cachent successivement tous les points de ces courbes, formant d'abord une croix noire (fig. 179) par leur réunion, puis se séparant vers la droite et vers la gauche, comme dans la fig. 180. Mais, ce qui est bien remarquable, c'est que les anneaux conservent leur forme et leur disposition autour de leurs pôles respectifs, et qu'ainsi, à l'intensité près, ils n'éprouvent aucune altération, leur système entier tournant uniformément avec la lame cristallisée, de manière à conserver les mêmes relations avec les axes de ses molécules. Nous en conclurons que les anneaux colorés sont liés aux axes optiques par des lois qui ne dépendent que de la nature du cristal, et aucunement des circonstances accessoires, comme du plan de polarisation de la lumière incidente, etc.

902. — La forme générale des anneaux, abstraction faite de la croix noire, est représentée fig. 183. En regardant la forme d'un anneau quelconque comme un cas particulier d'une courbe géométrique dont le paramètre est variable, il est évident que l'équation de cette courbe doit représenter plusieurs espèces d'ovales symétriques qui rentrent les uns dans les autres.

Ceux de la première espèce sont uniformément concaves et environnent les deux pôles, comme A; ceux de la deuxième s'aplatissent des deux côtés et forment des *ventres*, comme B; ceux de la troisième ont un point multiple en O; enfin la

courbe se réduit à deux ovales conjugués P P′, entourant chacun un pôle. Cette variation de forme et l'aspect général de ces courbes leur donne une ressemblance parfaite avec celles que les géomètres connaissent sous le nom de *lemniscates*, dont l'équation générale est

$$(x^2 + y^2 + a^2)^2 = a^2(b^2 + 4x^2);$$

le paramètre b décroissant continuellement depuis l'infini jusqu'à zéro, et $2a$ dénotant la distance constante entre les pôles.

903. — L'appareil décrit à l'art. 896 fournit un moyen aussi exact que commode de comparer la forme réelle des anneaux avec celle que leur assignerait une hypothèse quelconque. Si l'on fixe l'instrument devant une ouverture percée dans le volet d'une chambre obscure, et que l'on fasse tomber un rayon solaire parallèle à l'axe de l'appareil sur la lentille H placée entre l'œil et l'ouverture, tout le système d'anneaux viendra se peindre sur un écran tenu à une petite distance du point E : or, si cet écran est une feuille de papier bien lisse fortement tendue sur un cadre, il est facile d'y marquer avec un pinceau les pôles et les contours des anneaux. On obtient ainsi une figure d'une fidélité parfaite, que l'on peut comparer à loisir avec un système de lemniscates ou d'autres courbes que l'on construit graphiquement en les assujettissant à passer par les points des anneaux où la teinte est la plus décidée. C'est par cette méthode que l'on s'est assuré que les lemniscates coïncident avec les anneaux dans toute leur étendue. La construction graphique de ces courbes devient aisée quand on profite de la propriété si connue que le rectangle des droites P A, P′ A, menées des pôles à un point quelconque A de leur périphérie, est toujours invariable : on déduit de l'équation, art. 902, que ce rectangle a pour valeur constante $a \times b$.

904. — Lorsqu'on passe d'un anneau à un autre, a reste le même, parce que les pôles appartiennent à tout le système. Pour déterminer la variation de b, supposons les anneaux éclairés par une lumière homogène ou vus au travers d'un verre rouge, et dessinons leur projection comme nous l'avons fait plus haut : si nous mesurons alors les longueurs des droites P A, P A', tirées de P et de P' à un point quelconque de la courbe, « leur produit (et par conséquent le paramètre b, « puisque a est constant) suivra la progression arithmétique « 0, 1, 2, 3, 4, etc., pour tous les intervalles obscurs entre « les anneaux, à partir du pôle, et la progression $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$, etc., « pour les intervalles intermédiaires les plus brillants. »

Pour être plus sûr du résultat et obvier aux défauts du cristal, on prend la moyenne entre un grand nombre de couleurs de P A $\times$ P' A calculées pour différents points de la périphérie.

905. — Les dimensions des anneaux varient avec l'épaisseur de la lame de nitre. En supposant les mêmes circonstances qu'à l'article précédent, on trouve que le produit $a\,b$ est en raison inverse de cette épaisseur.

906. — Les couleurs des anneaux polarisés ont une grande ressemblance avec celles que réfléchissent des couches d'air très minces, et même dans plusieurs cristaux elles sont absolument pareilles : cette conformité dépend d'une cause que nous allons faire connaître.

Lorsque les axes des tourmalines se croisent à angles droits (comme nous le supposons ici), les couleurs des anneaux polarisés sont celles des anneaux réfléchis, la tache noire au centre de ceux-ci occupant le pôle. Dans la position représentée fig. 179, la droite qui passe par l'un des pôles, perpendiculairement à la droite qui joint les centres des anneaux, a toutes ses couleurs disposées exactement dans l'ordre de l'échelle de Newton. Nous supposons, pour un instant, qu'il en est de

même dans toutes les directions : alors il est évident que chaque teinte (telle que le vert brillant du troisième ordre, par exemple) sera disposée en forme de lemniscate, et aura une valeur $a\ b$ qui lui sera propre et qu'on pourra regarder comme sa *mesure*. C'est pour cette raison qu'on a donné à ces lemniscates le nom de *lignes isochromatiques*. Or nous avons vu, à propos des lames minces, que les teintes proviennent d'une loi de périodicité à laquelle est soumis chaque rayon homogène; qu'en outre, les maxima et les minima successifs de chaque couleur dans l'échelle de Newton correspondent à la période particulière à cette couleur, multipliée successivement par $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{2}$, etc. Dans le phénomène des lames minces, c'est le nombre de fois qu'une certaine épaisseur constante pour chaque rayon est contenue dans celle de la lame d'air ou du milieu traversé par la lumière qui détermine le nombre des périodes et fractions de période. Dans ce cas et dans celui qui nous occupe, ce nombre est proportionnel au produit ($\theta \times \theta'$) des distances à chaque pôle, pour une même épaisseur de lame, et, pour des lames différentes, à leurs épaisseurs respectives t : d'où l'on conclut qu'il est généralement proportionnel à $\theta \times \theta' \times t$, en négligeant l'inclinaison du rayon qui allonge les routes dans le cristal, c'est-à-dire en regardant tout le système des anneaux comme renfermé entre des limites très étroites, sous le rapport de l'incidence.

907. — Cette dernière condition se trouve remplie dans le cas actuel, à cause de la proximité des axes dans le nitre, et de la petitesse de leurs distances de la perpendiculaire aux surfaces de la lame. Mais il n'en est pas de même pour d'autres cristaux, tels que le mica, dont les axes sont moins rapprochés. La projection des lignes isochromatiques sur une surface plane diffère alors considérablement de la véritable figure de ces courbes, qu'il faut supposer tracées sur une sphère dont le centre est dans l'œil. En pareil cas on doit s'attendre à la transition ordinaire de l'arc au sinus : ainsi, au lieu de re-

garder la teinte représentée par $a\,b$ comme simplement proportionnelle à $\theta \times \theta' \times t$ (θ et θ' désignant A P et A P′), nous substituerons à ce produit

$$\sin\theta \times \sin\theta' \times \text{la longueur de la route du rayon dans le cristal.}$$

Dénotant par l cette longueur, par ρ l'angle de réfraction et par t l'épaisseur de la lame, on a

$$t \,.\, \sec\rho = l.$$

Soit n le nombre de périodes correspondant à la teinte $a\,b$, $\frac{a\,b}{n} = h =$ l'unité dont les multiples déterminent l'ordre des anneaux ; il viendra

$$n = \frac{a\,b}{h} = \frac{t}{h} \,.\, \sin\theta \,.\, \sin\theta' \,.\, \sec\rho \quad . \quad . \quad . \quad (a)$$

$$h = \frac{t}{n\cos\rho} \,.\, \sin\theta \,.\, \sin\theta' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (b)$$

Pour que l'hypothèse dont nous sommes partis soit exacte, il faut que la fonction qui forme le second membre de (b) soit invariable, dans quelque sens que la lumière pénètre la lame cristallisée, et quel que soit l'ordre n de la teinte. Nous ne rapporterons qu'une seule expérience pour montrer avec quelle exactitude cette loi s'observe réellement.

908. — Un rayon de lumière est polarisé par réflexion à la surface d'une lame de verre bien plane, et transmis au travers d'une lame de mica dont la section principale est inclinée de 45° par rapport au plan de polarisation. Faisant tourner la lame de mica autour d'un axe perpendiculaire à la section principale (l'axe B de l'art. 885), si l'on observe (au moyen d'une tourmaline ou en employant d'autres méthodes, dont nous allons parler) les teintes successives que prend le mica, on les trouvera semblables à celles d'une droite qui passerait

par les deux pôles, dans la fig. 182. Afin de particulariser l'observation, l'on interpose un verre rouge qui réduit les anneaux en une suite de bandes alternativement rouges et noires, et l'on mesure avec soin les angles d'incidence correspondants aux maxima et aux minima de tous les anneaux.

Les valeurs de ces angles occupent la seconde colonne de la table ci-après. La première colonne contient les valeurs de n, 0 correspondant au pôle, $\frac{1}{2}$ au premier maximum, 1 au premier minimum, 1 $\frac{1}{2}$ au second maximum, et ainsi de suite. La troisième contient les angles de réfraction calculés pour un indice $= 1.5$. La quatrième et la cinquième donnent θ et θ'. La sixième contient les valeurs de h, qui devraient être identiques en vertu de l'équation (b). Leurs différences avec la valeur moyenne de h forment la dernière colonne, et montrent par leur petitesse combien la formule s'accorde avec l'expérience: l'épaisseur t du mica est censée égale à 0,023078 de pouce.

(*Table.*)

VALEURS de n.	ANGLES d'incidence.	ANGLES de réfraction $= \rho$.	VALEURS de θ.	VALEURS de θ'.	VALEURS de h.	EXCÈS sur la moyenne.
	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″		
0.0	35 3 30	22 31 0	0 0 0	45 2 0		
0.5	32 55 20	21 14 40	1 16 20	43 45 40	0.032952	— 0.000195
1.0	30 34 40	19 49 30	2 41 30	42 20 30	0.033622	+ 0.000475
1.5	28 15 40	18 24 0	4 7 0	40 55 0	0.033035	— 0.000112
2.0	25 34 20	16 43 30	5 47 30	39 14 30	0.033327	+ 0.000180
2.5	22 46 20	14 57 15	7 33 45	37 28 15	0.033148	+ 0.000001
3.0	19 35 40	12 55 10	9 35 50	35 26 10	0,033058	— 0.000089
3.5	15 48 40	10 27 50	12 3 10	32 58 50	0.033026	— 0.000121
4.0	10 48 50	7 11 10	15 19 50	39 42 10	0.033010	— 0.000137

909. — En suivant toujours la même méthode appliquée à divers cristaux de toute épaisseur, et en prenant les mesures par rapport à des droites qui traversaient les anneaux dans toutes les directions, on s'est assuré qu'en général, dans toutes les substances douées de la propriété de manifester des couleurs périodiques lorsqu'on les expose convenablement à la lumière polarisée, la teinte (n) est représentée par l'équation

$$n = \frac{t \cdot \sec \rho}{h} \times \sin \theta \cdot \sin \theta',$$

n étant aussi le nombre de périodes et de parties de période correspondant (pour un rayon d'une réfrangibilité donnée, à une épaisseur t, à un angle de réfraction ρ, et à une position dans le cristal déterminée par les angles θ et θ' que ce rayon fait avec les axes optiques ; h est une constante qui ne dépend que de la nature du cristal et du rayon.

Quand le cristal, au lieu d'être plan, est d'une forme sphérique, il faut remplacer $t \sec \rho$, qui exprime la longueur de la route du rayon dans l'intérieur, par une constante égale au diamètre de la sphère. Dans ce cas, la teinte est simplement proportionnelle au produit des sinus de θ et de θ'. Cette loi élégante est de M. Biot; cependant c'est aux recherches infatigables du docteur Brewster que l'on doit le développement général des phénomènes magnifiques manifestés, dans les cristaux à deux axes, par les anneaux polarisés : il résulte de cette loi que, si l'on expose à la lumière polarisée la surface d'une sphère faite avec un cristal à deux axes quelconque, sur laquelle on a tracé des courbes analogues aux lemniscates (ou telles que $\sin \theta \times \sin \theta' =$ constante pour chaque courbe, tandis que ce produit croît en progression arithmétique de courbe en courbe), en faisant tourner la sphère autour de son centre, la teinte sera uniforme pour chaque courbe; mais elle variera d'une courbe à une autre suivant la loi de périodicité propre au cristal.

910. — La distance angulaire entre les axes optiques est un des meilleurs caractères qui distinguent les cristaux entre eux, comme on peut le voir par la table annexée à la fin de cet ouvrage. Mais, tandis que cette distance offre au chimiste et au minéralogiste les *criteria* les plus importants pour classer les substances et pour découvrir des différences de structure ou de composition qu'il n'aurait pas soupçonnées sans cet indice, elle est un grand obstacle à la production des phénomènes d'optique, puisqu'elle nécessite l'emploi d'une foule d'artifices pour voir à la fois les deux systèmes d'anneaux, ce qui est même fréquemment impossible. Souvent il est très aisé de tailler et de polir un cristal dans une certaine direction, et très difficile dans une autre. Néanmoins, soit en plongeant les lames dans de l'huile et en les faisant tourner autour de différents axes, soit en collant à leurs extrémités opposées des prismes de même angle réfringent symétriquement placés, comme dans la figure 184, on parvient à observer les anneaux sous de très grandes obliquités. Par ce moyen le champ de la vision a pour mesure un hémisphère presque entier, ce qui dispense, dans le plus grand nombre de cas, de tailler les cristaux dans plusieurs directions.

911. — Lorsque les deux axes se confondent en un seul, les lemniscates deviennent des cercles, les hyperboles obscures qui passent par les pôles se réduisent à deux lignes droites qui se coupent à angles droits au centre des anneaux (figure 185), et la teinte a pour expression $t \sin^2 \theta$. Dans le cas de lames d'une épaisseur considérable, ou lorsque, en vertu d'une propriété particulière de la substance, les anneaux sont de petite dimension, θ est très petit, et conséquemment proportionnel à son sinus : de sorte que θ^2 croît en progression arithmétique depuis le premier anneau jusqu'au dernier. Il s'ensuit que les diamètres des anneaux sont entre eux comme les racines carrées des nombres 0, 1, 2, 3, etc., et que le

phénomène est le même que celui des anneaux formés entre des objectifs, avec la croix noire de plus. Le carbonate de chaux, taillé en lame perpendiculaire à l'axe de son rhomboïde primitif, manifeste le phénomène dans sa plus grande beauté; mais c'est la glace qui nous en fournit l'exemple le plus familier : un carreau de vitre ou une table polie pour polariser la lumière, un morceau de glace d'environ un pouce d'épaisseur produit par la congélation d'une eau tranquille, et une lame de verre placée auprès de l'œil pour servir de réflecteur, composent tout l'appareil nécessaire à la production de ces anneaux magnifiques.

912. — Si θ n'est pas très petit, la mesure de la teinte est $t \sec \rho \cdot \sin^2 \theta$, au lieu de $t \sin^2 \theta$. Nous avons vu que, dans les cristaux à un axe, $\sin^2 \theta$ est proportionnel à la différence des carrés des vitesses v et v' des rayons ordinaire et extraordinaire, ou à $v'^2 - v^2$. Or, si l'on dénote par τ et τ' les temps que mettent ces rayons à traverser les lames, on a

$$v = \frac{t \sec \rho}{\tau} \quad \text{et} \quad v' = \frac{t \sec \rho}{\tau'};$$

$t \sec \rho \cdot \sin^2 \theta$ est donc proportionnel à

$$(t \sec \rho)^3 \times \left(\frac{1}{\tau'^2} - \frac{1}{\tau^2}\right),$$

qui équivaut à

$$\frac{(\tau + \tau')(\tau - \tau')}{(\tau \tau')^2} \cdot (t \sec \rho)^3,$$

ou, ce qui est la même chose, à

$$(v + v') \cdot v v' (\tau - \tau').$$

Mais, en négligeant les carrés des quantités de l'ordre de $v' - v$ et de $\tau - \tau'$, différences très petites dans le voisinage de l'axe, les facteurs $v + v'$ et $v v'$ sont constants : ainsi la

teinte est simplement proportionnelle à $\tau - \tau'$, c'est-à-dire à la différence des temps employés par les deux rayons pour traverser la lame, ou à *l'intervalle de retard* du rayon le plus lent sur le plus vite. Cette analogie frappante entre les teintes en question et celles qui résultent de la loi des interférences a été remarquée pour la première fois par le docteur Young. Jointe à une propriété de la lumière polarisée, découverte par MM. Arago et Fresnel, que nous allons rapporter bientôt, elle conduit à une explication simple et élégante de tous les phénomènes qui forment l'objet de ce paragraphe. Nous parlerons plus amplement en son lieu de cette explication.

913. — Les cristaux parfaitement réguliers et homogènes produisent seuls des anneaux tels que nous les avons décrits. Toute irrégularité dans le cristal altère la forme des anneaux: certaines substances sont fort sujettes à cet inconvénient, qui provient soit d'un état d'équilibre imparfait, soit d'une compression éprouvée par les molécules, soit d'un défaut de continuité dans leur structure. On rencontre quelquefois des morceaux de quartz et de béril dont l'axe, ordinairement unique, se partage en deux : les cercles prennent alors une forme ovale, et la croix noire se change en courbes, opposées par leurs convexités, mais dont les sommets sont presque en contact à chaque quart de révolution. Quand l'axe reste entier, la croix ne varie point, durant la rotation de la lame cristallisée, dans son propre plan. Ces défauts sont très fréquents dans le carbonate de chaux et ordinaires à la muriacite : leurs effets, relativement à la configuration des anneaux, quoique très curieux, n'ont jamais été décrits, et notre cadre est trop resserré pour nous en occuper ici.

914. — Maintenant que nous avons fait connaître la forme des anneaux, essayons de dépeindre leurs couleurs. Celles-ci étant toutes composées et provenant de la superposition des divers systèmes d'anneaux formés par les rayons simples, elles

dépendront des couleurs des anneaux produits par chaque espèce de lumière homogène.

Pour obtenir ces derniers, il suffit d'éclairer l'appareil, représenté fig. 178, avec de la lumière homogène de tous les degrés de réfrangibilité, depuis le rouge jusqu'au violet, en faisant passer un spectre prismatique au travers de la lentille H : l'œil étant placé en O, comme de coutume, on voit changer les anneaux lorsque la lumière éclairante passe d'une couleur à une autre. On mesure leurs dimensions, s'il est nécessaire, en les projetant sur une feuille de papier, dans une chambre obscure. (Voyez art. 903.)

On peut aussi détacher la lentille H, et regarder au travers de l'appareil une feuille de papier fortement éclairée par les rayons d'un spectre prismatique : ces anneaux semblent alors se peindre sur le papier, et il est facile de marquer leurs contours ou de mesurer leurs diamètres. Par cette méthode on peut s'assurer des faits suivants :

915. — Premièrement, si le cristal n'a qu'un seul axe, les anneaux sont circulaires et concentriques, mais leurs diamètres varient avec la nature du cristal et suivent en général la même loi que ceux des anneaux de Newton pour tous les degrés de réfrangibilité. Les carrés de ces diamètres (ou plutôt les carrés des sinus de ces diamètres) sont proportionnels aux longueurs des accès ou des ondulations de la lumière homogène que l'on emploie. Cependant cette loi est bien loin d'être générale ; elle est même entièrement fausse à l'égard de certains cristaux : ainsi, dans la variété la plus commune de l'apophyllite (de Cipit en Tyrol, et non de Fassa, comme on le croit généralement), les diamètres des anneaux sont à peu près les mêmes pour toutes les couleurs ; seulement les anneaux rouges sont plus grands que les verts et plus petits que les violets ; mais ils sont exactement égaux à ceux que produisent les rayons correspondants à la limite entre le bleu et l'indigo. Il est clair que, si les anneaux de toutes les couleurs

étaient parfaitement égaux, leur superposition ne donnerait que du noir et du blanc à l'infini. Dans le cas actuel, cette égalité est tellement approchée que les anneaux paraissent tous alternativement noirs et blancs quand on les regarde au travers d'une tourmaline. Ils sont aussi très nombreux, car on en a compté jusqu'à trente-cinq; et, dans un gros échantillon, on en aperçoit encore d'autres, mais trop serrés pour qu'on puisse les compter.

916. — Cependant, si l'on examine les couleurs avec plus d'attention, on parvient à les démêler, et on les trouve alors exactement conformes à la loi de Newton. Voici les quatre premiers ordres des teintes :

1er *ordre*. Noir, blanc verdâtre, blanc vif, blanc pourpré, bleu sombre et violâtre.

2e *ordre*. Violet presque noir, vert pâle et jaunâtre, blanc verdâtre, blanc, blanc pourpré, indigo sombre tirant sur le pourpre.

3e *ordre*. Violet sombre, vert jaunâtre, blanc jaunâtre, blanc, pourpre pâle, indigo sombre.

4e *ordre*. Violet sombre, gris livide, vert jaunâtre, blanc jaunâtre, blanc, pourpre, indigo très sombre, etc., etc.

917. — Le carbonate de chaux, le béril, la glace, et la tourmaline (quand elle est bien claire), sont des exemples de cristaux à un seul axe, dont les anneaux suivent fidèlement la loi de Newton : conséquemment les intervalles de retard des rayons ordinaires et extraordinaires varient d'une couleur à une autre en raison directe des longueurs d'ondulation.

Cependant l'hyposulfate de chaux offre un exemple d'une dégradation de teintes plus rapide, et par conséquent d'une plus grande variation dans l'intervalle de retard. Voici l'é-

chelle des couleurs que présentent les anneaux de ce cristal remarquable :

1er *ordre.* Noir, bleu de ciel très faible, beau bleu de ciel, blanc un peu bleuâtre, blanc, blanc jaunâtre, couleur de paille, jaune, jaune orangé, beau rose, rose sombre.

2e *ordre.* Pourpre, bleu, beau bleu verdâtre, beau vert, vert léger, blanc verdâtre, blanc rougeâtre, rose, nacarat.

3e *ordre.* Pourpre terne, bleu pâle, bleu verdâtre, blanc, rose.

4e *ordre.* Pourpre très pâle, bleu très léger, blanc, rose presque imperceptible.

Au-delà il n'était plus possible de distinguer les teintes.

918. — Dans certaines variétés rares de l'apophyllite à un seul axe, on a observé une dégradation de couleur encore plus rapide, ainsi que plusieurs particularités notables. Au lieu de se rétrécir à mesure que la lumière qui les forme devient plus réfrangible, les anneaux s'élargissent très vite, et deviennent infinis pour les rayons d'une réfrangibilité moyenne ; après quoi ils reprennent une grandeur finie, et se contractent en avançant vers l'extrémité violette du spectre, où ils sont néanmoins beaucoup plus larges que dans le rouge.

En conséquence de cette propriété singulière, leurs couleurs sont celles des lames minces prises en ordre inverse, lorsqu'on les éclaire avec la lumière blanche.

Deux variétés du minéral en question ont offert les teintes suivantes :

Première variété. Le point où les anneaux deviennent infinis se trouvait dans l'indigo.

1er *ordre*. Noir, rouge sombre, orangé, jaune, vert, bleu verdâtre, bleu sombre et terne.

2e *ordre*. Pourpre terne, rose, rose foncé, jaune rosé, jaune pâle (presque blanc), vert bleuâtre, bleu pâle et terne.

3e *ordre*. Pourpre très lavé, rose pâle, blanc, bleu très pâle.

Seconde variété. Le point où les anneaux deviennent infinis se trouvait dans le jaune.

Ordre unique. Noir, indigo sombre, indigo tirant sur le pourpre, pourpre lilas, pourpre nacarat très pâle, nacarat pâle, blanc, blanc avec une teinte de vert presque imperceptible.

919. — Le *pouvoir biréfringent* d'un cristal est mesuré assez exactement par la différence des carrés des vitesses des rayons ordinaire et extraordinaire semblablement situés par rapport aux axes. Mais, comme cette différence est proportionnelle à $\sin^2 \theta$ pour des rayons diversement situés dans un même cristal, et à $\sin \theta \sin \theta'$ dans les cristaux à deux axes, le *pouvoir biréfringent intrinsèque* peut être représenté par

$$e = \frac{v^2 - v'^2}{\sin \theta \, . \, \sin \theta'} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (c)$$

dans le dernier cas, et par

$$e = \frac{v^2 - v'^2}{\sin^2 \theta}$$

dans le premier. Cette valeur mesure évidemment l'écart des

faisceaux au moment de l'émergence. En remplaçant v et v' par $\frac{t\ .\ \sec\rho}{\tau}$ et $\frac{t\ .\ \sec\rho}{\tau'}$, il vient, après réduction,

$$v^2 - v'^2 = v\, v'\, (v + v')\, \frac{\tau' - \tau}{t\ .\ \sec\rho}.$$

Pour une lame à faces parallèles et perpendiculaires à l'axe, v' et $\sec\rho$ peuvent être considérés comme constants dans le voisinage de l'axe, et $v^2 - v'^2$ est proportionnel à $\tau' - \tau$, intervalle de retard qui détermine la teinte à la lumière blanche, et qui est en raison directe du nombre des périodes quand il s'agit de lumière homogène. Dans ce dernier cas, nous appellerons *teinte* le nombre des périodes, pour abréger le discours.

Ainsi le pouvoir biréfringent intrinsèque est en raison directe de la teinte polarisée et en raison inverse de $\sin^2\theta$: conséquemment il est aussi en raison inverse des carrés des diamètres des anneaux. Toutes choses égales d'ailleurs, ce pouvoir diminue lorsque les anneaux s'élargissent : d'où suit cette particularité curieuse, que, dans les deux variétés de l'apophyllite mentionnées ci-dessus, le pouvoir biréfringent est tout-à-fait nul pour les couleurs qui donnent des anneaux infinis ; en d'autres termes, que le cristal, quoique biréfringent en général, n'exerce qu'une réfraction simple sur une certaine couleur du spectre, c'est-à-dire sur l'indigo dans la première variété et sur le jaune dans la seconde. Le passage d'une quantité par l'infini est ordinairement accompagné d'un changement de signe. Dans les exemples précédents, c'était la valeur de e ou de $v^2 - v'^2$ qui passait du négatif au positif : le sphéroïde de double réfraction change alors de caractère, et devient allongé au lieu d'aplati, en passant par la forme sphérique.

On verra plus tard comment on peut reconnaître la propriété dont il vient d'être question, dans un cristal quelcon-

que, sans mesurer et même sans observer son pouvoir biréfringent.

920. — A l'égard des cristaux à deux axes, ce n'est que par analogie qu'on applique les formules et la terminologie de l'article précédent aux phénomènes qu'ils manifestent. Cependant la connexion intime entre la puissance biréfractive et les dimensions des anneaux est un fait constant. Il est aisé de vérifier, par l'expérience, « que tous les cristaux à un axe ou à « deux, dans lesquels les anneaux ou lemniscates ont peu « de largeur par rapport à l'épaisseur de la lame qui les pro- « duit, sont doués d'une grande énergie biréfringente ; et « *vice versa*, qu'en général, l'angle entre les faisceaux ordi- « naire et extraordinaire est d'autant plus ouvert que les an- « neaux sont plus serrés et plus rapprochés des pôles. »

Dans les cristaux à un seul axe, les lois de la double réfraction étant assez simples comparativement, il n'est pas difficile de mettre les formules à l'épreuve, en prenant toutes les mesures avec une grande exactitude. Mais, dans les cristaux à deux axes, les expériences ne sont guère susceptibles de précision, et ne peuvent être comparées directement quand on ne connaît pas d'avance la loi générale de la double réfraction. Cependant l'analogie est trop forte et trop bien appuyée par les faits mentionnés plus haut, pour qu'on refuse de l'admettre : plus nous avancerons et plus elle acquerra de probabilité.

921. — Dans les cristaux à deux axes, la proportionnalité entre les longueurs des périodes relatives aux divers rayons colorés et les longueurs d'ondulation n'a pas toujours lieu exactement, non plus que dans les cristaux à un seul axe, comme nous l'avons remarqué art. 915 ; mais, dans les premiers, l'effet de cette anomalie est fréquemment modifié et même masqué par une cause étrangère aux cristaux à un seul axe, savoir, *par les différentes positions que prennent les*

axes optiques d'un même cristal suivant la réfrangibilité de la lumière homogène qui les éclaire. D'où il suit que les lemniscates élémentaires, dont la superposition produit les franges composées que l'on aperçoit à la lumière blanche, diffèrent non seulement par leurs grandeurs, mais encore par la situation de leurs pôles.

Pour rendre cette vérité sensible à la vue, prenons une lame de sel de la Rochelle (tartrate de potasse et de soude), perpendiculaire (ou à peu près) à l'un des axes optiques; et, l'ayant placée dans l'appareil ordinaire, éclairons la lentille H successivement avec tous les rayons du spectre, en commençant par les moins réfrangibles. L'œil restant toujours fixé sur les anneaux, ils paraîtront tous d'une régularité parfaite, bien terminés, et diminuant en étendue avec une grande rapidité à mesure que la réfrangibilité augmentera. En outre, le système entier changera sensiblement de place, et avancera d'une manière régulière dans une certaine direction. Si la lumière éclairante passe subitement du rouge au violet et du violet au rouge, le pôle, avec les anneaux qui l'environnent, prendra un mouvement de va-et-vient, et ses vibrations s'étendront sur un espace considérable. Si la lentille reçoit à la fois des rayons de deux couleurs, on verra deux séries d'anneaux dont les centres seront plus ou moins éloignés et les dimensions plus ou moins grandes, en raison de la différence de réfrangibilité des couleurs.

922. — Puisque, dans l'expérience précédente, les surfaces de la lame sont perpendiculaires à un axe optique correspondant à une lumière d'une réfrangibilité moyenne, on ne peut attribuer les phénomènes à un simple déplacement des anneaux par l'effet de la réfraction à la surface, ce déplacement étant moindre pour les rayons rouges que pour les rayons violets. D'ailleurs, l'angle décrit par les pôles n'a ni la même grandeur, ni la même direction, dans tous les cristaux : dans quelques uns les axes optiques se rapprochent à la lumière

violette et s'écartent à la lumière rouge ; dans d'autres c'est le contraire. Dans tous, cependant, « les axes optiques sont dans « un même plan pour tous les rayons colorés, c'est-à-dire « dans la section principale ». Jusqu'à présent cette loi s'est toujours vérifiée. On peut la soumettre à l'expérience en taillant un cristal de manière que ses deux axes soient visibles dans un même plan, et en lui donnant une position telle que la section principale se confonde avec le plan de polarisation primitive. Alors le premier anneau autour de chaque pôle se partage en deux moitiés, et présente l'apparence de deux taches semi-elliptiques, dont une se trouve de chaque côté de la section principale, pourvu que la lame cristallisée soit d'une épaisseur suffisante. Ces taches sont diversement colorées à leurs deux extrémités : dans certains cristaux, les extrémités qui se trouvent en regard, et les segments d'anneaux adjacents, sont rouges, tandis que les deux autres sont bleues. Dans d'autres, c'est le contraire : tantôt la coloration est faible et même imperceptible, quoique ce dernier cas soit rare ; tantôt elle est si forte que les taches s'allongent en spectres, en formant des traînées de lumière rouge, verte et violette. Les extrémités des anneaux se déforment pareillement, et prennent des couleurs très vives (fig. 186) : c'est ce qui arrive avec le sel de la Rochelle. Si l'on emploie des verres colorés ou de la lumière homogène pour examiner les spectres fournis par ce cristal, on verra qu'ils se composent de taches bien terminées de chaque couleur, qui se suivent comme dans la fig. 187. Pour le sel de la Rochelle, l'étendue angulaire de ces spectres dans l'intérieur du cristal (ce qui est la mesure de l'intervalle entre les axes optiques pour le rouge et le violet), s'élève jusqu'à dix degrés.

923. — Le docteur Brewster a donné la liste suivante des cristaux qui présentent les phénomènes en question. Des considérations particulières l'ont déterminé à la partager en deux classes.

Première classe.

Nitre.
Sulfate de baryte.
Sulfate de strontiane.
Phosphate de soude.
Tartrate de potasse et de soude.
Arragonite.
Carbonate de plomb. (?)
Sulfo-carbonate de plomb.

Seconde classe.

Topaze.
Mica.
Anhydrite.
Borax natif.
Sulfate de magnésie.

Non classés.

Chromate de plomb.
Muriate de mercure.
Muriate de cuivre.
Oxynitrate d'argent.
Sucre.
Sels cristallisés de Cheltenham.
Nitrate de mercure.
Nitrate de zinc.
Nitrate de chaux.
Superoxalate de potasse.
Acide oxalique.
Sulfate de fer.
Carbonate de plomb. (?)
Cymophane.
Feldspath.
Acide benzoïque.
Acide chromique.
Nadelstein (Faröe).

On pourrait donner à cette liste beaucoup plus d'étendue, car le bicarbonate d'ammoniaque est le seul cristal à deux axes dans lequel les axes optiques nous aient paru coïncider rigoureusement pour toutes les couleurs.

924. — La séparation des axes relatifs à chaque couleur explique une apparence singulière que présentent les anneaux de tous les cristaux à deux axes, lorsqu'on incline leur section principale à 45° par rapport au plan de polarisation de la lumière incidente.

On a universellement reconnu que, pour que l'intersection du système d'anneaux approche le plus possible de l'échelle des couleurs imaginée par Newton, il faut prendre pour origine de cette échelle, non les pôles mêmes, mais d'autres points (auxquels on a donné, quoique improprement, le nom de pôles virtuels) qui se trouvent soit entre les pôles, soit au-delà, selon la nature du cristal. Leurs distances aux pôles sont invariables pour chaque espèce de cristal, et indépendantes de l'épaisseur de la lame. C'est à cause de ces pôles virtuels que les pôles véritables ne sont pas absolument noirs, mais colorés, et que leurs teintes descendent dans l'échelle lorsque l'épaisseur de la lame augmente, et que, par conséquent, il s'interpose, entre les pôles et les points où aboutit l'échelle, un ou plusieurs ordres d'anneaux. Ces points se trouvent entre les pôles dans tous les cristaux où l'axe relatif au bleu s'écarte moins de celui du cristal que l'axe qui correspond au rouge, tels que le sel de la Rochelle, le borax, le mica, le sulfate de magnésie, la topaze. Mais ils sont en dehors dans les cristaux où l'on observe le contraire, tels que le sulfate de baryte, le nitre, l'arragonite, le sucre, l'hyposulfite de strontiane. Cette particularité, jointe à leurs distances constantes des deux pôles, dévoile la cause dont ils proviennent. En effet, puisque les anneaux violets sont plus petits que les rouges, si l'on déplace leur centre dans une direction quelconque, ils subiront le même déplacement, qui amènera nécessairement l'un ou

l'autre anneau violet sur un anneau rouge de même ordre. Comme on peut dire la même chose pour toutes les couleurs intermédiaires, le point de coïncidence d'un anneau rouge avec un anneau violet de même ordre doit être à peu près le même que celui d'un anneau rouge avec un anneau de couleur intermédiaire, pourvu cependant que la loi qui détermine la séparation des axes ne s'écarte pas trop de celle qui règle les dimensions des anneaux qui leur correspondent respectivement. Si ce sont des anneaux noirs qui coïncident, la teinte doit être entièrement noire au point de rencontre, et blanche si ce sont des anneaux lucides. Dans l'un et dans l'autre cas, les teintes offriront une mesure plus ou moins exacte de la distance au pôle virtuel, sur la même échelle que si les points de coïncidence étaient les pôles véritables. Si les lois précitées différaient considérablement, le point où s'opère la compensation la plus exacte serait coloré précisément comme dans le cas où l'on achromatise un prisme au moyen d'un autre dont l'échelle de dispersion est différente. Pour savoir jusqu'à quel point les teintes des anneaux en question s'écartent de l'échelle de Newton en vertu des causes mentionnées ci-dessus, le lecteur pourra consulter la table des teintes manifestées par le sel de la Rochelle, qui se trouve dans les *Trans. phil.* de 1820, 1re partie.

925. — Nous allons considérer maintenant la loi qui règle l'intensité de l'éclairement des anneaux à chaque point de leur périphérie; mais cette recherche exige une connaissance plus approfondie de la manière dont ils sont formés, et des modifications que le rayon polarisé éprouve de la part du cristal au moment où il le traverse. Sans l'influence de la lame, les rayons auraient été entièrement éteints par la seconde tourmaline; mais, par l'effet du cristal, ils se transmettent partiellement et forment des figures colorées : il est donc évident que la lame cristallisée détruit complétement la polarisation des faisceaux lumineux, qui par là ont pu traver-

ser la seconde tourmaline, ou que leur plan de polarisation varie de manière à permettre une transmission partielle. Entre ces deux hypothèses le choix n'est pas difficile. Si la lumière qui forme les anneaux après avoir passé au travers de la seconde tourmaline était totalement *dépolarisée*, c'est-à-dire rendue à l'état naturel, la lumière interceptée par la seconde tourmaline conservant son état de polarisation, chaque faisceau au sortir du cristal se composerait de deux parties, l'une ($=A$) polarisée, et l'autre ($=1-A$) non polarisée. La moitié seulement de la première partie ($\frac{1}{2}A$) serait transmise par la seconde tourmaline. Or, si l'on suppose que cette dernière lame tourne dans son propre plan de manière à s'écarter d'une quantité angulaire (α) quelconque de sa position initiale, la partie non polarisée continuera à être transmise à moitié; d'un autre côté, la lumière polarisée étant alors aussi transmise en partie (dans le rapport de $\sin^2\alpha$ à l'unité), elle se mêlera avec l'autre, et formera un faisceau composé qui aura pour expression

$$\tfrac{1}{2}A + (1-A)\sin^2\alpha = \sin^2\alpha + \frac{A}{2}\cos 2\alpha.$$

En attribuant à l'angle α les valeurs successives

$$0^\circ,\ 45^\circ,\ 90^\circ,\ 135^\circ,\ 180^\circ,\ \text{etc.},$$

la fraction précédente deviendra respectivement égale à

$$\tfrac{1}{2}A,\ \tfrac{1}{2},\ 1-\tfrac{1}{2}A,\ \tfrac{1}{2},\ \tfrac{1}{2}A,\ \text{etc.}$$

A chaque quart de révolution la teinte sera tantôt celle des anneaux réfléchis, tantôt celle des anneaux transmis, c'est-à-dire le complément de la première pour former le blanc. A chaque demi-quart de révolution, on ne verra pas d'anneaux du tout, mais seulement une clarté uniforme, due à la moitié de la lumière que l'on obtiendrait en ôtant la seconde tourmaline. (Voy. art. 1069.)

926. — Mais les phénomènes observés sont bien différents. A chaque quart de révolution, il est vrai, on voit paraître les anneaux complémentaires représentés fig. 188. La croix noire devient blanche, les parties obscures deviennent lucides, le vert se change en rouge, et *vice versa*, etc. Jusque là l'expérience semble justifier l'hypothèse en question ; mais elle lui est contraire aux demi-quarts. Au lieu d'un champ d'un éclat uniforme, on obtient une suite d'anneaux de diverses couleurs, partagés en huit secteurs (fig. 191), dont les teintes sont alternativement primitives et complémentaires. Nous reprendrons ce sujet à l'art. 935.

927. —Ainsi les phénomènes sont incompatibles avec l'idée de la *dépolarisation*. Il nous reste à examiner comment ils s'expliqueraient dans l'hypothèse d'un changement de polarisatiou opéré par la lame. Nous remarquerons, avant tout, que la cause cherchée est une *cause vraie* (*vera causa*, pour parler comme Newton), c'est-à-dire une cause dont nous avons déjà reconnu l'existence, puisque tout rayon, polarisé ou non, qui traverse un milieu biréfringent dans un sens quelconque, excepté dans la direction de l'axe, se partage en deux autres polarisés dans des plans opposés. Quoique ceux-ci soient, en général, d'intensité différente lorsque la lumière incidente est polarisée, et qu'ils émergent en un seul faisceau en vertu du parallélisme des surfaces, leur polarisation n'en est pas moins réelle. On peut même supprimer l'un d'eux et faire passer l'autre, en les recevant sur une tourmaline disposée d'une manière convenable.

Ces raisonnements s'accordent très bien avec le fait suivant : Quand on ôte la tourmaline la plus voisine de l'œil, les rayons qui formaient les deux séries d'anneaux coexistent dans le cône lumineux qui a l'œil pour sommet ; mais, leurs couleurs étant complémentaires, leur mélange ne produit que du blanc. On peut s'en convaincre en employant, au lieu d'une tourmaline qui absorbe l'une des images, un prisme

achromatique biréfringent dont l'angle ait une grandeur suffisante pour écarter les deux faisceaux d'une quantité angulaire plus grande que le diamètre apparent du système : alors l'une des images sera formée par la première série de couleurs et l'autre par la série complémentaire.

Pour en revenir aux tourmalines, puisque les couleurs des systèmes d'anneaux relatifs aux deux positions de la seconde tourmaline sont complémentaires, il s'ensuit que *tous les rayons* supprimés dans une position sont transmis dans l'autre, qui est perpendiculaire à la première, et réciproquement ; d'où l'on conclut que chaque rayon est polarisé dans un plan opposé au plan de polarisation de son complément.

928. — La seule chose qui paraisse extraordinaire dans le phénomène, quand on le conçoit tel que nous venons de l'expliquer, c'est la production des couleurs. Un prisme biréfringent qui reçoit un rayon polarisé d'une couleur quelconque le divise en deux faisceaux, suivant une loi dépendante de la situation des plans de polarisation et d'incidence, ainsi que de celle des axes du cristal, et pas du tout de la réfrangibilité du rayon. Comment se fait-il donc que, sous certains angles d'incidence, tous les rayons rouges passent dans une image, et tous les verts ou tous les violets dans l'autre, tandis que sous d'autres incidences c'est précisément le contraire ? En un mot, à quoi tient la périodicité que l'on observe ? Pour répondre à cette question, M. Biot a imaginé sa théorie de la polarisation alternative, ou *mobile*, comme il l'appelle. Selon lui, dès qu'un rayon polarisé entre dans une lame cristallisée, son plan de polarisation commence à osciller, ou plutôt à passer brusquement de sa position initiale à celle d'un plan qui fait avec lui un angle double de l'inclinaison du plan de polarisation par rapport à la section principale.

La fréquence de ces oscillations augmente avec la réfrangibilité, et, de même que dans les *accès* imaginés par Newton, le mouvement est périodique ; les oscillations se succèdent par

intervalles égaux pendant que le rayon traverse le cristal; et ceux-ci ont d'autant moins de durée que la route de la lumière est plus inclinée par rapport à l'axe ou aux axes. Cette théorie est extrêmement ingénieuse dans ses développements. Dans son application aux anneaux polarisés elle reproduit avec fidélité leurs caractères les plus saillants, quoiqu'elle ne soit point à l'abri de certaines critiques, comme M. Biot l'avoue lui-même. Avant de l'adopter il faudrait lever une difficulté bien grande : c'est qu'elle suppose à une lame *mince* une action différente non seulement quant à l'énergie, mais encore quant à l'espèce, de celle qu'exerce une lame épaisse, sans marquer la limite où le cristal cesse d'agir comme lame mince et commence à agir comme lame épaisse, et sans établir de gradations entre les deux modes d'action. Un cristal épais polarise, comme on sait, les rayons qui en émergent, suivant deux plans qui ne dépendent que de la position relative du rayon et du cristal; tandis que la théorie de M. Biot fait de la position du plan de polarisation de la lumière incidente un élément qu'il faut connaître pour déterminer le plan de la dernière polarisation dans le cas d'une lame *mince*.

Dans cette théorie il faut regarder les lames minces comme de simples *feuilles;* une lame qui aurait un dixième de pouce d'épaisseur, et même davantage, peut être considérée comme *mince* quand il s'agit de corps qui polarisent faiblement, comme l'apophyllite, etc.

929. — L'appareil employé par M. Biot pour étudier les phénomènes des lames minces cristallisées offrant de grands avantages pour la mesure des angles correspondants aux différentes teintes, et faisant paraître les couleurs dans leur plus grande pureté, nous croyons utile de le décrire ici, et de faire connaître les résultats les plus importants auxquels son inventeur est parvenu.

A (fig. 189) est un verre plan noirci par derrière, ou une lame d'obsidienne inclinée sous l'angle de polarisation par rap-

port à l'axe d'un tube AB, afin que les rayons polarisés soient parallèles à cet axe (1). BC est un tambour qui peut tourner autour de AB à frottement ferme, et qui porte en B une division circulaire dont les degrés se lisent au moyen d'un vernier attaché au tube AB. De ce tambour partent deux branches de cuivre, G et H, entre lesquelles est suspendu un carré mobile, qui peut par conséquent être incliné de toutes les manières par rapport à l'axe. Cette inclinaison (ou l'angle sous lequel un rayon parallèle à l'axe viendrait frapper le plan du carré) est mesurée sur un cercle gradué D, au moyen d'un index. Au milieu du carré est une ouverture fermée par une rondelle de cuivre, percée au centre, sur laquelle on fixe avec de la cire la lame cristallisée que l'on veut soumettre à l'examen; ce qui permet de donner à cette lame un mouvement de rotation dans son propre plan, sans déranger le reste de l'appareil, et d'amener sa section principale dans un *azimuth* quelconque par rapport au plan d'incidence. Nous avons jugé convenable de représenter séparément ce carré, fig. 190. *b* est un cercle divisé qui peut tourner dans le plan *a* du carré, et dont la lecture des degrés se fait au moyen de l'index *c*. *d* est un cercle qu'on fait tourner dans l'intérieur de *b* jusqu'à ce qu'il ait pris la position que l'on désire; après quoi on l'arrête avec une petite cheville, pour qu'il fasse corps avec le premier; il porte en outre un autre cercle concentrique *e*, suspendu aux deux extrémités d'un de ses diamètres, et tournant à frottement ferme sur ses tourillons. Ce dernier est percé d'un trou à son centre, que recouvre le cristal, comme nous l'avons dit plus haut. Cette construction permet de disposer convenablement la surface qui reçoit les rayons, lorsqu'elle n'est pas exactement perpendiculaire à la section prin-

---

(1) Si l'on désire une polarisation plus forte, on peut employer une pile de verres plans dont toutes les surfaces soient rigoureusement parallèles.

cipale; ce qui arrive fréquemment aux surfaces artificielles, qu'on ne peut guère tailler et polir avec la précision nécessaire.

Pour faire certaines expériences il est bon d'avoir un second carré semblable au premier, que l'on place sur le prolongement des branches G, H. M est un prisme biréfringent, achromatisé par un prisme de flint, ou, ce qui est mieux encore, par un prisme de même matière : deux prismes de quartz, disposés comme à l'art. 882, remplissent parfaitement ce but. Leurs angles doivent être tels, que, lorsqu'ils se trouvent en M, les deux images d'une petite ouverture P, percée dans un diaphragme près de l'extrémité du tube, paraissent presqu'en contact. On monte les prismes, ainsi préparés, sur un pied N, indépendant de l'appareil, et susceptible de rotation au moyen de la branche K, qui porte un vernier pour mesurer l'arc décrit sur le cercle L, ou la position du plan dans lequel se fait la double réfraction. On arrange le prisme de manière que le vernier donne zéro lorsque l'image extraordinaire est nulle, et 90° quand c'est l'image ordinaire. Quelquefois on peut substituer au prisme une lame de tourmaline ou un réflecteur de verre.

930. — Pour faire usage de cet instrument, la lame cristallisée (que nous supposons plane et à un seul axe perpendiculaire à sa surface) doit être placée sur le carré mobile au-dessus de l'ouverture, et ajustée de manière que son axe soit exactement parallèle à celui du tube lorsque le vernier du cercle D marque zéro. Cette condition est aisée à remplir à cause de la mobilité des pièces qui composent le carré. On s'en assure en faisant tourner le tambour C sur le tube A B comme axe : l'image extraordinaire de P, vue au travers d'un prisme biréfringent, doit alors s'évanouir lorsque le vernier K est sur zéro, sans que la simple rotation du tambour puisse jamais la faire reparaître. En effet il est clair que l'axe est la seule ligne qui jouisse de cette propriété, c'est-à-dire par rapport à la-

quelle tous les anneaux soient symétriques. En outre, quelle que soit la disposition des pièces de l'appareil,

1° Le vernier D donnera l'angle d'incidence à la surface de la lame;

2° Le vernier B l'angle entre le plan d'incidence et celui de polarisation primitive;

3° Le vernier C l'angle entre une section quelconque de la lame, perpendiculaire à sa surface, et le plan d'incidence;

4° Le vernier K l'angle entre le plan de polarisation primitive et la section principale du prisme biréfringent.

931. — Voici maintenant ce qu'on trouve lorsque le vernier B est fixé sur zéro :

Quelle que soit la situation de la lame E ou l'incidence du rayon, on n'aperçoit que l'image ordinaire (qui est blanche), l'image extraordinaire étant nulle (ou noire).

Dans ce cas le rayon visuel traverse le système des anneaux dans le sens de la branche verticale de la croix noire, fig. 185, ou de la croix blanche, fig. 188, relative aux anneaux complémentaires. Les phénomènes restent les mêmes si l'on met le vernier B sur 90°, et que l'on fasse tourner sur son axe le carré E, ce qui fait varier l'incidence dans un plan perpendiculaire à celui de polarisation primitive : les anneaux sont traversés alors dans le sens de la branche horizontale de la croix dont nous venons de parler. Dans les positions intermédiaires du vernier B, ils sont coupés suivant un diamètre qui fait avec le plan vertical un angle égal à celui qu'on lit sur le limbe : alors les deux images de P sont visibles en même temps et magnifiquement colorées. L'image extraordinaire offre la teinte des anneaux primitifs et l'image ordinaire celle des anneaux complémentaires, les deux teintes correspondant à l'angle d'incidence indiqué par le vernier D.

Dans des circonstances favorables, les couleurs des deux images peuvent être amenées l'une à côté de l'autre, et être comparées entre elles avec la plus grande exactitude : c'est

lorsque le vernier D marque 45°, ou que le plan d'incidence est à 45° de celui de polarisation, qu'elles offrent le contraste le plus frappant, les teintes de l'image extraordinaire étant alors aussi vives qu'elles peuvent l'être, et celles de l'image ordinaire n'offrant aucun mélange de blanc.

En général, A désignant la lumière de l'image extraordinaire relative à la position du plan d'incidence, mentionnée ci-dessus, et α l'angle donné par le vernier B dans toute autre position, les deux images relatives à cette nouvelle position seront représentées respectivement par

$$A \sin^2 2\alpha \quad \text{et} \quad 1 - A \sin^2 2\alpha,$$

c'est-à-dire par

$$A \sin^2 2\alpha \quad \text{et} \quad \cos^2 2\alpha + (1 - A) \sin^2 2\alpha.$$

La première de ces expressions indique un rayon dont la teinte est A et l'intervalle $\sin^2 2\alpha$; la seconde un rayon complémentaire de même intensité, mêlé d'une certaine quantité de blanc dont l'intensité est représentée par $\cos^2 2\alpha$.

932. — Les expressions précédentes représentent avec une grande fidélité les teintes des deux images, l'intensité du rayon extraordinaire, et l'affaiblissement du rayon ordinaire par le mélange du blanc.

D'ailleurs, puisqu'un rayon A, polarisé dans un plan qui ferait avec la section principale du prisme biréfringent un angle 2α, se partagerait en deux faisceaux correspondants aux deux images, dont le rapport serait celui de $(\sin 2\alpha)^2$ à $(\cos 2\alpha)^2$, il s'ensuit qu'en regardant le faisceau, à son émergence de la lame cristallisée, comme formé par deux portions, l'une ($= A$) polarisée dans le plan précité, l'autre ($= 1 - A$) conservant sa polarisation primitive, les deux faisceaux produits par le prisme biréfringent seront composés comme il suit :

		Image extraordinaire.	Image ordinaire.
1° Du faisceau A . . .		$A \sin^2 2\alpha$	$A \cos^2 2\alpha$
2° Du faisceau 1—A. .		0	$1 - A$
Somme . . .		$A \sin^2 2\alpha$	$1 - A + A \cos^2 2\alpha$ $= 1 - A \sin^2 2\alpha$

valeurs identiques avec celles de l'art. 931.

Ainsi les faits s'accordent merveilleusement avec l'hypothèse de la polarisation mobile ; on est même obligé de l'admettre, « si l'on regarde ces anneaux comme déjà formés et « superposés dans le faisceau qui émerge du cristal, et si l'on « n'attribue au prisme biréfringent d'autre effet que de dé- « composer ce faisceau et de séparer les deux séries de rayons.»

Mais si l'objection avancée plus haut contre cette doctrine est réellement fondée, la proposition précédente ne saurait être exacte, et nous sommes forcés de conclure que le prisme biréfringent, la tourmaline, ou le réflecteur de verre qui se trouve entre l'œil et le cristal, sert à un usage bien plus important qu'une simple séparation de couleurs déjà formées ; que celles-ci sont produites par l'action du corps interposé, et que la lame cristallisée dispose seulement les rayons à la modification qu'ils éprouvent en dernier lieu. Dans un autre paragraphe, nous ferons voir comment on peut expliquer cet effet de la lame.

933. — Des cristaux à un axe à ceux qui en ont deux la transition est bien simple. La droite qui partage en deux parties égales l'angle entre les deux axes optiques étant supposée perpendiculaire au plan de la lame, en faisant varier l'angle d'incidence, nous coupons les anneaux suivant une droite qui passe par leur centre de symétrie O, fig. 183, et qui fait avec leur diamètre principal PP′ un angle égal à celui que

donne le vernier B. De plus, en faisant tourner la lame dans son propre plan, ou en faisant varier l'angle indiqué par le vernier C, nous faisons effectivement passer le système par les états successifs représentés fig. 179, 180, 181, 182, changeant ainsi, non la teinte, mais l'intensité de la lumière de l'image extraordinaire.

934. — Quand on fait tourner le prisme dans sa monture, les teintes deviennent plus lavées, et quand on le met dans l'azimuth α, c'est-à-dire quand sa section principale est placée dans le plan d'incidence, les deux images sont incolores, mais d'éclat différent. Cette observation est conforme à la théorie de M. Biot : car si l'on accorde que le faisceau A est polarisé dans un plan qui fait un angle $2\,\alpha$ avec celui de polarisation primitive, il fera maintenant un angle α avec la section principale du prisme, et $A \sin^2\alpha$ sera la partie de l'image extraordinaire provenant du faisceau A. D'un autre côté, le faisceau $1-A$ conservant sa polarisation primitive, $(1-A) \sin^2 \alpha$ sera la partie de l'image due à ce faisceau dans la nouvelle position du prisme. La somme de ces deux quantités, ou l'image totale, sera simplement $1 \times \sin^2 \alpha$, laquelle, étant indépendante de A ou de la teinte, indique que l'image est incolore. On démontrerait de la même manière que l'image ordinaire est égale à $1 \times \cos^2 \alpha$, et qu'ainsi les intensités sont dans le rapport de $\sin^2\alpha$ à $\cos^2\alpha$, et deviennent égales pour un azimuth de 45°. Toutes ces conséquences sont conformes à l'observation.

935. — Le mouvement du prisme dans sa monture répond à la rotation de la seconde tourmaline dans son propre plan, quand on emploie l'appareil décrit à l'art. 896, que nous appellerons *l'appareil aux tourmalines*.

Si l'arc de rotation n'est pas exactement un quadrant, les anneaux produits par un cristal à un seul axe sont tels que les représente la fig. 191, et ils éprouvent successivement les va-

riations suivantes : au commencement de la rotation, les bras de la croix noire paraissent se dilater, les anneaux deviennent plus pâles, et il s'y montre des segments d'anneaux complémentaires dont les parties brillantes correspondent aux parties obscures du système primitif, et *vice versâ*. La fusion des deux séries s'annonce par une teinte blanchâtre ou indécise. Si la rotation continue, les segments primitifs se resserrent et s'affaiblissent, tandis que les autres deviennent plus larges et plus hauts en couleurs. En même temps le centre du système devient lumineux par degrés, et après un quart de révolution, il a l'apparence de la fig. 188. Dans les cristaux à deux axes, les phénomènes sont tout-à-fait analogues.

Pour peu que les axes des tourmalines ne soient pas rigoureusement à angles droits, on voit paraître des segments complémentaires dans les branches d'hyperbole qui remplacent les bras de la croix noire; les segments primitifs se contractent et deviennent plus pâles, jusqu'à ce qu'à la fin il ne reste plus que deux hyperboles blanches exactement semblables aux hyperboles noires des anneaux primitifs.

936. — Jusqu'à présent nous avons considéré les anneaux comme resserrés par l'épaisseur de la lame dans un champ assez étroit pour que l'œil pût les embrasser tous à la fois; mais cela ne sera plus possible si l'on diminue considérablement cette épaisseur. Au lieu d'anneaux faciles à distinguer, on ne verra plus que de larges bandes colorées à une grande distance des pôles et qui resteront visibles lors même que les axes seront tellement inclinés par rapport à la lame qu'on ne pourra plus les apercevoir, ou qu'ils se trouveront dans le plan même de la lame. C'est ce qui arrive aux feuilles que l'on détache du sulfate de chaux par le clivage. Les axes se trouvant dans le plan de chaque feuille, on est obligé de former des surfaces artificielles perpendiculaires à la lame, opération difficile et embarrassante à cause de la friabilité de ce minéral, qui se fendille très aisément. Les phénomènes qu'offrent ses

couleurs furent étudiés pendant long-temps sans qu'on pût les expliquer d'une manière satisfaisante ; jusqu'à ce que le docteur Brewster eût démontré, en faisant paraître les véritables axes, qu'ils ne sont qu'un cas particulier des phénomènes généraux sur lesquels nous nous sommes arrêtés précédemment.

937. — Conservant les dénominations employées aux art. 885-888, appelons *la section* A le plan qui contient les deux axes, *la section* B le plan qui lui est perpendicalaire et qui partage en deux parties égales le *plus petit* angle compris entre les axes, *la section* C le plan perpendiculaire aux deux précédents et qui partage de la même manière le *plus grand* angle compris. Si le cristal n'a qu'un seul axe, les sections A et B le contiennent toutes deux et la section C lui est perpendiculaire. Si la lame a deux axes, son plan sera la section A, et les deux autres sections se couperont suivant deux lignes B et C perpendiculaires entre elles. Concevons maintenant qu'un rayon polarisé traverse une semblable lame sous l'incidence perpendiculaire. Si le plan de polarisation coïncide avec les sections B et C, la lumière n'éprouvera aucun changement et sera transmise en totalité à l'image ordinaire ; mais si l'on fait tourner la lame dans son propre plan, l'image extraordinaire reparaîtra et atteindra son maximum à chaque demi-quart de révolution. Si la lame est assez mince, elle offrira quelques unes des teintes des anneaux, et les couleurs descendront dans l'échelle de Newton à mesure que l'épaisseur augmentera, conformément à la loi générale énoncée à l'art. 907.

938. — Lorsque deux lames, telles que nous venons de les décrire, sont réunies de manière que leurs sections B et C se correspondent, il est évident qu'elles se trouvent dans la même situation relative que si elles faisaient partie d'un même cristal. Nous devons donc nous attendre à voir la lame

double polariser la même teinte qu'une lame simple de même épaisseur, ce qui a lieu effectivement. Mais si l'on croise les deux lames, c'est-à-dire si l'on fait coïncider la section B avec la section C de l'autre, la teinte polarisée correspond à la différence des épaisseurs, ainsi que l'a démontré M. Biot.

Par conséquent, si cette différence est absolument nulle, les lames croisées se neutraliseront, du moins sous l'incidence perpendiculaire, quelle que soit leur épaisseur. Pour se procurer des lames exactement de même épaisseur, on prend une feuille détachée par le clivage et on la casse en travers.

939. — Cependant, lorsque l'incidence n'est pas perpendiculaire, la lame composée présente des couleurs qui varient d'une façon très irrégulière quand l'incidence vient à changer, et avec une rapidité différente dans les divers plans. L'appareil aux tourmalines est ici d'un usage bien précieux : car il permet de suivre de l'œil la variation de ces teintes, dont la loi ne paraît pas facile à saisir au premier abord. Quand une lame double, dont les axes se croisent comme nous l'avons dit, se trouve entre deux tourmalines qui se croisent à angles droits, on observe le singulier phénomène représenté fig. 192. Les teintes sont celles des anneaux réfléchis de Newton, à partir de la croix noire. Si les axes des tourmalines sont parallèles, les teintes sont complémentaires des précédentes et offrent la même régularité (fig. 193). La rotation du cristal dans son propre plan n'a d'autre effet que de faire varier l'intensité sans altérer la figure qui tourne en même temps : le maximum de clarté a lieu lorsque les bras de la croix sont perpendiculaires au plan de polarisation primitive, et la lumière disparait entièrement lorsque ces bras sont inclinés à 45° de ce même plan.

Si les lames ne se croisaient pas exactement à angles droits, ou n'étaient pas précisément de la même épaisseur, on verrait se produire d'autres phénomènes qu'il est plus aisé d'observer que de décrire. On peut dire la même chose des phénomènes

compliqués qui résultent du croisement de deux lames également épaisses de cristaux à deux axes, tels que le mica, la topaze, etc., dans lesquelles la section H est perpendiculaire à leurs surfaces.

940. — En n'ayant égard, pour le moment, qu'à l'incidence perpendiculaire, on trouve que, si un nombre quelconque de lames de même matière et de toute épaisseur sont superposées de manière que leurs sections homologues se correspondent, la teinte polarisée est celle qui serait due à la somme des épaisseurs. Mais si parmi ces lames il s'en trouve dont les sections B et C soient à angles droits sur les sections homologues des autres, la teinte sera due à la somme des épaisseurs des lames placées d'une manière, moins celle des épaisseurs des lames placées en sens contraire. Si l'on emploie le langage algébrique, t, t', t'', etc., désignant les épaisseurs en général, on regardera comme négatives celles des lames qui croisent les autres, et la teinte T du système sera produite par l'épaisseur $t + t' + t''$ + etc.

941. — Quand la lumière traverse une lame de quartz, de zircon, de carbonate de chaux ou de tout autre cristal à un axe, si cette lame est taillée de manière à contenir l'axe de double réfraction, le loi des teintes s'observe également : la teinte T est proportionnelle à l'épaisseur t; et, pour une lame donnée, on a $T = kt$, k étant une constante qui dépend de la nature du cristal. Or, si l'on superpose des lames de toutes sortes de cristaux à un axe dont les épaisseurs soient t, t', t'', etc., et que l'on considère comme négatives les lames placées en travers, la teinte résultante aura pour expression

$$T = kt + k't' + k''t'' + \text{etc.}$$

942. — Lorsque toutes les lames sont de même matière, k, k', etc., sont tous égaux ; sinon, il faut regarder k comme né-

gatif pour tous les cristaux qui appartiennent à la classe que M. Biot nomme répulsive (art. 803), tels que le carbonate de chaux, et comme positif pour ceux qui appartiennent à la classe attractive. Ainsi chaque terme de l'équation précédente peut changer de signe en vertu de deux causes, c'est-à-dire en vertu d'un changement dans la nature du cristal ou d'une variation azimuthale de 90°.

943. — La loi rapportée plus haut n'est qu'un cas particulier d'une autre plus générale qui peut s'énoncer comme il suit :

« La teinte produite en dernier lieu est proportionnelle à « l'intervalle de retard ou d'accélération du rayon ordinaire « ou extraordinaire qui a traversé tout le système, l'accéléra- « tion ou le retard qu'éprouve chaque lame en particulier « étant en raison directe de la longueur de route dans l'inté- « rieur de cette lame, multipliée par le carré du sinus de « l'angle que le rayon transmis fait, dans la lame, avec l'axe « optique si cet axe est unique, ou par le produit des sinus des « angles entre ce rayon et les deux axes, dans le cas con- « traire. »

Cette loi s'observe dans toutes les positions des lames et quel que soit leur arrangement. Ainsi, par exemple, dans le cas de deux lames égales et de même matière qui se croisent à angles droits, elle se vérifie de la manière suivante : Par les lois de la polarisation, le rayon, qui est *ordinaire* à son émergence de la première lame, est réfracté *extraordinairement* par la seconde, et réciproquement : ainsi les deux rayons font un échange de vitesse à leur entrée dans la seconde lame. Par conséquent, à l'émergence finale le premier aura perdu par la seconde transmission tout l'espace dont il avait devancé l'autre; ce qui anéantit l'intervalle de retard et la teinte.

944. — Il suit de ce qui précède que, si l'on superpose deux lames taillées chacune dans le sens perpendiculaire à l'axe supposé unique et qu'on les ajuste de manière que les axes coïncident, les anneaux se rétréciront si les lames sont toutes deux attractives ou répulsives, mais ils s'élargiront si elles sont de caractère différent.

L'expérience est délicate ; mais en la faisant avec soin, en collant les lames l'une sur l'autre avec de la cire et en ajustant leurs surfaces au moyen d'une pression graduelle, le docteur Brewster en a obtenu les résultats les plus satisfaisants.

945. — Cette propriété fournit un moyen indépendant de toute mesure de l'écart des faisceaux ordinaire et extraordinaire, qui permet de s'assurer si un cristal à un axe est attractif ou répulsif. En effet, si les anneaux se dilatent quand on les associe au carbonate de chaux taillé perpendiculairement à son axe, le cristal est positif ; mais il est négatif si les anneaux se resserrent. La méthode suivante est encore plus simple et plus commode : Sur une lame du cristal à examiner, taillée comme à l'article précédent, on fixe une lame de sulfate de chaux, d'une épaisseur médiocre, de manière a former une lame double que l'on fait tourner dans son propre plan, entre les tourmalines, jusqu'à ce qu'on trouve une position dans laquelle les anneaux ne soient pas changés. Alors la section B ou C du sulfate de chaux est le plan de polarisation primitive. A 45° de cette position, on observera (si les lames sont d'une épaisseur convenable) que les anneaux sont entièrement éteints en deux quadrants opposés, et que dans les deux autres ils sont fort éloignés du centre, beaucoup plus rapprochés entre eux et formant des segments de cercles plus grands. Leurs teintes, au lieu de commencer au centre, ont pour origine un intervalle noir entre deux anneaux blancs au milieu du système, et descendent dans l'échelle des couleurs des deux côtés de cet intervalle.

Dans cet état de choses, la position du sulfate de chaux par rapport aux tourmalines doit être notée avec soin. Ensuite on détachera le cristal pour lui substituer une lame de carbonate de chaux, ou de tout autre cristal à un axe, dont le plan soit perpendiculaire à l'axe; après quoi le sulfate de chaux sera remis dans la même position qu'auparavant : alors, si l'on trouve que les quadrants où la lumière s'éteint sont les mêmes que dans le cas précédent, et que la nouvelle série d'anneaux dans les autres quadrants se forme à la même place, on en conclura que le cristal en question est de même caractère que le carbonate de chaux ou que tout autre cristal pris pour terme de comparaison; mais il est de caractère opposé si les quadrants qui contiennent les anneaux succèdent aux quadrants qui n'en avaient pas. Si la lame cristallisée est trop mince ou douée d'un pouvoir polarisant trop faible pour que les phénomènes soient suffisamment prononcés, on la placera dans un azimuth de 45°, sur le cercle de l'appareil décrit à l'art. 929; puis, ayant fixé convenablement dans la direction du rayon polarisé une lame de sulfate de chaux extrêmement mince, et dans un azimuth aussi de 45°, on s'assurera, par la rotation du cristal, si ses teintes ont été élevées ou abaissées dans l'échelle de Newton. Otant alors le cristal et le remplaçant par un autre choisi pour étalon, on répétera l'observation sans toucher au sulfate. Si le sulfate produit le même effet sur l'étalon que sur le cristal, c'est-à-dire s'il élève ou abaisse les couleurs des deux, les deux cristaux sont de même caractère; mais s'il élève les couleurs de l'un et abaisse celles de l'autre, ils sont de caractère opposé.

On peut se servir d'une méthode analogue pour les cristaux à deux axes.

§ VIII. — *Des interférences des rayons polarisés.*

Origine des interférences des rayons polarisés. — Lois de l'interférence de la lumière polarisée. — Vérification expérimentale de la première loi. — Vérification de la deuxième loi. — Difficultés particulières. — Expérience de Fresnel avec un rhomboïde scié en deux. — Expériences de M. Arago avec des piles de mica. — Lames de tourmaline substituées aux piles. — Expérience fondamentale de Fresnel. — Analyse des teintes polarisées. — Vérification de la troisième loi. — Expérience sur laquelle sont fondées la quatrième et la cinquième loi. — Autre expérience ; perte ou gain d'une demi-ondulation. — Application aux couleurs des lames cristallisées. — Pourquoi la lumière ne se colore pas en traversant une simple lame cristallisée. — Explication des couleurs des anneaux polarisés. — Explication des teintes complémentaires. — Pourquoi la lumière non polarisée ne produit pas de couleurs. — Règle générale de Fresnel pour déterminer le faisceau dont l'intervalle de retard est augmenté ou diminué d'une demi-ondulation.

946. — En répétant les expériences du docteur Young sur la loi des interférences, M. Arago jugea qu'il serait intéressant d'examiner si l'état de polarisation des rayons qui interfèrent apporterait quelque modification dans les phénomènes. L'épreuve était facile lorsque les rayons étaient également polarisés (ce qui est d'ailleurs le cas le plus commun) ; mais, lorsqu'ils avaient des états de polarisation différente, on conçoit combien cette circonstance augmentait la difficulté du problème, qui exigeait déjà que les rayons interférents émanassent *au même instant* d'une origine commune, et eussent effectué précisément le même nombre d'ondulations ou de périodes dans un temps très court, depuis l'origine jusqu'au point de rencontre.

De plus, il est impossible de changer l'état de polarisation d'un rayon sans changer sa route, ou sans le transmettre au travers d'un milieu quelconque qui lui fait faire un nombre plus ou moins grand d'ondulations dans le même espace de temps. Cependant la sagacité de M. Arago, et de Fresnel qui s'était joint à lui pour ces recherches délicates, a triomphé de tous les obstacles.

Les lois suivantes sont le résumé des résultats qu'ils ont obtenus :

947. — *Première loi.* « Deux rayons polarisés dans le même « plan agissent l'un sur l'autre ou interfèrent de la même « manière que deux rayons à l'état naturel : de sorte que les « phénomènes sont absolument les mêmes pour les deux es- « pèces de lumière. »

948. — *Deuxième loi.* « Deux rayons polarisés dans des « plans opposés (c'est-à-dire dans des plans qui se coupent à « angles droits) n'ont pas d'action mutuelle appréciable dans « les cas où des rayons naturels se détruiraient en interfé- « rant. »

949. — *Troisième loi.* « Deux rayons polarisés primitive- « ment dans des plans opposés peuvent être ensuite amenés « dans le même plan de polarisation, sans acquérir pour cela « la faculté d'interférer ensemble. »

950. — *Quatrième loi.* « Deux rayons polarisés dans des « plans opposés, et réduits ensuite au même état de polari- « sation, interfèrent comme de la lumière ordinaire, pourvu « qu'ils appartiennent à un faisceau polarisé primitivement « en entier dans un seul plan. »

951. — *Cinquième loi.* « Dans les phénomènes relatifs à « l'interférence de rayons qui ont subi la double réfraction, « le lieu des franges colorées n'est pas déterminé uniquement « par la différence des routes ou des vitesses, car dans cer- « taines circonstances il faut tenir compte d'une demi-ondu- « lation de plus. »

952. — Telles sont les lois découvertes par MM. Arago et Fresnel. Nous nous sommes servis pour les énoncer du lan-

gage de la doctrine ondulatoire, que nous suivrons dans tout le reste de cet ouvrage, comme le plus naturel et le plus propre à exprimer les faits observés. Le lecteur peut lui substituer, s'il veut, celui du système corpusculaire, en adoptant l'hypothèse des accès de Newton, et la rotation des molécules lumineuses autour de leurs axes, comme l'a proposé M. Biot. Il peut aussi s'en tenir à la simple énonciation des faits, exprimés en termes généraux impliquant les conditions de périodicité, ou employer quelques périphrases; mais on perd beaucoup de cette manière, du côté de la clarté. Quant aux lois mêmes, la première se vérifie aisément : il suffit de répéter quelques unes des expériences relatives à l'interférence de rayons émanant d'une origine commune, en substituant la lumière polarisée à celle qui ne l'est point. Dans les mêmes circonstances les résultats seront identiques, quel que soit le plan de polarisation.

953. -- La deuxième loi est plus difficile à vérifier. Les conditions requises pour qu'il se produise des couleurs exigent que tous les rayons interférents émanent simultanément d'une origine commune, ou fassent partie d'une même onde ayant cette origine pour centre. Ils doivent en outre avoir achevé le même nombre d'ondulations en un très petit nombre de secondes, le long de leurs routes respectives, au moment où ils arrivent au point de concours. Or ils ont *nécessairement* à l'origine le même état de polarisation; et, pour que deux rayons arrivent au point d'interférence dans des états opposés, il s'opère un changement de polarisation dans l'un des deux ou dans tous les deux, soit par réflexion, transmission ou double réfraction; après quoi leurs routes doivent encore différer de la même quantité, à un petit nombre d'ondulations près.

Si l'on considère combien une ondulation est peu de chose, on concevra sur-le-champ la difficulté d'ajuster les pièces d'un appareil construit pour l'objet proposé, et l'on recon-

naîtra la nécessité de certains artifices, qui dispensent l'observateur de cette précision excessive et presque impossible à obtenir.

954. — Les auteurs prénommés ont imaginé plusieurs méthodes ingénieuses et élégantes pour opérer la vérification dont il s'agit. Nous n'en rapporterons qu'une ou deux, comme les plus faciles et les plus satisfaisantes.

Prenons d'abord pour origine des rayons interférents l'image du soleil au foyer d'une petite lentille, ce que nous supposerons dans tout le reste de cette partie, à moins d'avertir expressément du contraire. Il est évident que, si l'on interpose entre l'œil et cette image un rhomboïde de spath d'Islande, il se formera deux images séparées par un intervalle d'autant plus grand que le cristal sera plus épais, mais qui sera toujours très petit, à moins qu'on n'emploie des rhomboïdes d'une extrême grosseur : ainsi le point lumineux se partagera en deux autres très rapprochés, et qui, en vertu des lois de la polarisation, enverront à l'œil des rayons polarisés dans des plans différents. Mais, dans cet état de choses, la condition de l'égalité des routes se trouve violée, car les faisceaux ordinaire et extraordinaire suivent des routes différentes dans le cristal, et n'ont pas la même vitesse : de sorte qu'il en résulte dans le nombre total des ondulations une différence suffisante pour empêcher toute interférence de se manifester par des franges colorées.

Pour lever cet obstacle, Fresnel scia en deux un rhomboïde de spath d'Islande, de manière que les deux moitiés eussent précisément la même épaisseur à leur intersection et dans le voisinage de cette ligne. Il superposa ces deux pièces en les tournant de manière que leurs sections primitives fussent à angles droits : alors le faisceau qui pénétrait dans le cristal près de l'intersection ne se partageait plus en quatre à son émergence, mais en deux (art. 879), le rayon réfracté de la manière ordinaire dans la première moitié se réfractant ex-

traordinairement dans la seconde, et *vice versa*. Les deux rayons ayant ainsi fait un échange de directions et de vitesses dans la seconde transmission, leurs routes totales étaient égales au moment de l'émergence, et parcourues avec la même vitesse; ils différaient seulement par leurs plans de polarisation, qui étaient perpendiculaires entre eux. C'était ici le cas de faisceaux divergeant à côté l'un de l'autre, par rapport à deux points, et se trouvant d'ailleurs dans toutes les circonstances propres à les faire interférer. Néanmoins on n'apercevait aucune des franges colorées qu'aurait produites la lumière à l'état naturel (art. 735 et 736) : leur absence doit donc être attribuée à la polarisation opposée des rayons interférents.

955. — Pour faire la même expérience, M. Arago employa un procédé indépendant de la double réfraction. Deux fentes très étroites percées dans une lame mince de cuivre donnaient passage à des rayons à l'état naturel émanant d'une origine commune, et formant des franges lorsqu'on les observait avec un oculaire, de la manière décrite à l'art. 709. Ayant préparé une pile de lames très minces de mica ou de feuilles de verre soufflé, au nombre de quinze, il la coupa en deux avec un outil tranchant : de sorte que les deux moitiés étaient nécessairement de même épaisseur dans le voisinage immédiat de la ligne de partage. Il trouva que les rayons transmis qui tombaient sur ces piles, sous un angle de 30°, étaient presque entièrement polarisés : en conséquence, il plaça les piles devant les fentes pour qu'elles pussent recevoir et transmettre les rayons, qu'elles recevaient du point lumineux sous l'incidence de 30°, et qui passaient par certaines taches très rapprochées lorsque la pile qu'il avait coupée en deux était dans son entier. Comme les piles étaient montées sur des châssis mobiles, il les disposa de telle sorte que le plan d'incidence (et par conséquent le plan de polarisation) variait sans changer d'inclinaison par rapport au faisceau, soit par un mouve-

ment azimuthal, soit par un changement de position d'une des taches dont nous venons de parler. Or voici ce qu'observa M. Arago :

Quand les deux piles étaient arrangées de manière à polariser les rayons dans des plans parallèles (comme, par exemple, lorsqu'elles étaient inclinées directement toutes deux vers la terre, ou l'une vers la terre et l'autre vers le ciel), les franges se formaient comme s'il n'y avait pas eu de piles; mais, si l'une de celles-ci faisait un quart de révolution autour du faisceau incident, et était tournée de manière à polariser la lumière perpendiculairement à l'autre pile, les franges disparaissaient tout-à-fait, sans qu'il fût possible de les rappeler en donnant à une pile une inclinaison plus ou moins forte par rapport au rayon dans le plan d'incidence.

Cette inclinaison ne faisait qu'altérer graduellement la longueur de route de la lumière dans la pile, sans changer sa polarisation : elle servait à compenser la petite différence qui aurait pu se trouver entre les épaisseurs des piles. Dans des positions intermédiaires, les franges étaient encore visibles; mais leur éclat était d'autant plus vif que les plans de polarisation étaient plus rigoureusement parallèles : leur maximum correspondait au parallélisme parfait; elles disparaissaient à chaque quart de révolution de l'une des piles prise isolément.

956. — Une lame de tourmalines à bases exactement parallèles, et partagée en deux, pourrait servir à polariser les rayons aussi bien que des piles diaphanes; mais il faudrait pour cela que la tourmaline fût d'une structure bien homogène, ce qui est assez rare : l'expérience alors serait aussi simple que satisfaisante en fixant une demi-tourmaline devant une ouverture, tandis que l'autre pourrait tourner dans son propre plan au-dessus de la première. La rotation de la tourmaline mobile produirait alors les mêmes phénomènes que celle de la pile oblique dans l'expérience précédente.

957. — L'expérience suivante, due à Fresnel, est tout aussi simple et également concluante.

Il plaça devant la feuille de cuivre percée de deux fentes étroites, comme nous l'avons déjà dit, une seule lame mince de sulfate de chaux : ce corps possédant la double réfraction, la lumière se divisait en deux faisceaux, l'un ordinaire et l'autre extraordinaire, que nous nommerons R *o*, R *e*, ou L *o*, L *e*, suivant qu'ils émaneront de la fente droite ou de la fente gauche. Si c'est de la lumière à l'état naturel qui éclaire les fentes, les faisceaux seront d'égale intensité; mais ceux dans la notation desquels entre la lettre *e* seront dans un état de polarisation opposé par rapport aux autres. Or on peut former quatre combinaisons :

1° R *o* peut interférer avec L *o*,

2° R *e* avec L *e*,

3° R *o* avec L *e*,

4° R *e* avec L *o*.

Mais R *o* et L *o* sont semblablement polarisés, et ont parcouru des routes égales avec des vitesses égales : ainsi, en les supposant susceptibles d'interférer, ils produiraient une suite de franges correspondant exactement au milieu de la droite qui joint les fentes, ou, pour ainsi dire, à l'axe de l'appareil. On peut dire la même chose de R *e* et L *e* : par conséquent les deux séries de franges se recouvriront pour n'en plus former qu'une seule, mais d'une intensité double.

R *o* peut aussi se combiner avec L *e*; mais, comme ces deux faisceaux ont traversé le sulfate dans des directions différentes et avec des vitesses différentes, leurs rayons qui se rencontreront *sur l'axe* auront une différence d'ondulations trop grande pour produire des couleurs. Si les faisceaux interfèrent, les franges ne se formeront point sur l'axe, mais à une certaine distance de cette ligne, du côté du faisceau le plus rapide (art.

737). Cette distance augmente avec l'épaisseur de la lame de sulfate : de sorte qu'on peut écarter entièrement les franges de la série du milieu, en choisissant une lame assez épaisse.

Il en est de même des faisceaux R *e* et L *o*; seulement, comme les rayons les plus rapides, dans le cas précédent, sont devenus les moins rapides, s'il se manifestait des franges, ce serait du côté opposé : ainsi l'on verrait trois séries de franges, une brillante au milieu, et une autre plus pâle de chaque côté; mais comme on n'en observe réellement qu'une seule, il faut en conclure que les combinaisons R *o*, L *e*, et L *o*, R *e*, ne produisent pas de franges, ni par conséquent d'interférence.

958. — Maintenant, si l'on coupe la lame en deux et qu'on fasse faire à l'une des moitiés un quart de révolution dans son propre plan, les faisceaux dont il s'agit sont amenés dans le même plan de polarisation, tandis que R *o* et L *o*, R *e* et L *e*, qui produisaient tantôt les franges centrales, se trouvent dans des états de polarisation opposés : aussi voit-on ces franges disparaître entièrement et céder la place à deux séries de franges latérales formées respectivement par R *o* et L *e*, R *e* et L *o*. Si la lame vient à tourner, celles-ci s'affaiblissent par degrés et sont remplacées par les franges centrales, et ainsi de suite alternativement.

Cette expérience offre la preuve la plus convaincante de l'exactitude de la loi énoncée à l'art. 948.

959. — Quant à la troisième loi, MM. Arago et Fresnel la basent sur l'expérience suivante : Reprenant l'appareil de l'art. 955 ou 956, et disposant les piles ou les tourmalines de manière à polariser les deux faisceaux dans des plans opposés, supposons un cristal biréfringent placé entre l'œil et la feuille de cuivre, de telle sorte que sa section principale soit à 45° des plans de polarisation des rayons interférents. Chaque faisceau se partagera alors en deux autres d'égale intensité et polarisés en deux plans perpendiculaires, dont l'un est la sec-

tion principale elle-même. On doit donc s'attendre à voir paraître deux systèmes de franges : l'un produit par l'interférence des rayons ordinaires à droite et à gauche (R *o* et L *o*), et l'autre par celle des rayons extraordinaires ; cependant on n'aperçoit aucune frange. On peut varier l'expérience en substituant au prisme biréfringent une tourmaline ou une pile dont la section principale soit dans un azimuth de 45° ; ce qui doit réduire à la même polarisation tous les rayons qui traversent la pile ou la tourmaline, c'est-à-dire la moitié de chaque faisceau. Le résultat est le même que ci-dessus, et par conséquent il ne se fait aucune interférence.

Cette troisième loi, cependant, demande un examen plus approfondi : car elle semblerait en contradiction avec les principes fondamentaux de la doctrine des interférences, si on l'admettait dans toute son étendue.

960. — Dans le mémoire précité, on trouve l'expérience suivante, qui sert de fondement à la quatrième et à la cinquième loi. Un faisceau polarisé, divergeant d'un point presque géométrique, tombe perpendiculairement sur une lame de sulfate de chaux derrière laquelle se trouve immédiatement une plaque de cuivre percée de deux petits trous très rapprochés ; la section principale de la lame est à 45° du plan de polarisation primitive : conséquemment, par le trou droit R et par le trou gauche L émergeront les faisceaux R *o*, R *e*, et L *o*, L *e*, dans des états de polarisation opposés, puisqu'ils sont à + 45° et à — 45° du plan de polarisation primitive, que nous supposerons vertical. Dans cet état de choses, on placera un rhomboïde de spath d'Islande entre les trous et le foyer de la loupe dont on se servira pour examiner les franges, et on le disposera de manière que sa section principale soit verticale, c'est-à-dire que cette section fasse avec celle de la lame de sulfate un angle de 45°. Chacun des quatre faisceaux mentionnés plus haut se partagera en deux autres d'égale intensité ; ce qui produira huit faisceaux en tout,

R*oo*, R*eo*, L*oo*, L*eo*, R*oe*, R*ee*, L*oe*, L*ee*,

qui traverseront la lentille et arriveront à l'œil. Considérons maintenant leurs routes et leurs états de polarisation respectifs.

961. — Les faisceaux R*o* et R*e* sont parallèles lorsqu'ils quittent la lame, dont le peu d'épaisseur permet de les regarder comme n'en formant qu'un; et, en effet, l'œil ne saurait les distinguer. Cependant ils ont parcouru dans la lame des routes différentes avec des vitesses différentes, en sorte qu'au moment de l'émergence ils ne sont pas dans la même phase, et qu'ils diffèrent d'un intervalle de retard proportionnel à l'épaisseur de la lame, intervalle que nous nommerons d. Ainsi x dénotant la phase de R*o*, $x + d$ sera celle de R*e*. Le même raisonnement peut s'appliquer à L*o* et R*e*. En outre, les rayons de chaque couple sont polarisés dans des plans opposés, c'est-à-dire à $+ 45°$ et à $- 45°$ du plan vertical; ce que l'on représenter comme il suit:

Faisceau.	Phase.	Plan de polarisation.
—	—	—
R*o*	x	$+ 45°$
R*e*	$x + d$	$- 45°$
L*o*	x	$+ 45°$
L*e*	$x + d$	$- 45°$

962. — Les nouveaux faisceaux résultants de la subdivision de ceux qui précèdent ont des routes et des vitesses différentes; mais tous ceux qui subissent la réfraction ordinaire ont une vitesse et une direction communes. Il en est de même de ceux qui se réfractent *extraordinairement*.

Ainsi les rayons ordinaires et extraordinaires ont entre eux une différence de phase que nous désignerons par δ, de sorte que, si x représente la phase d'un rayon ordinaire, celle du rayon extraordinaire correspondant sera $x + \delta$. De plus, ces rayons seront dans des plans de polarisation formant des angles $= 0°$ et $= 90°$ avec le vertical, et par conséquent opposés. Toutes ces circonstances sont exprimées dans le tableau ci-dessous.

A

Faisceau.	Phase.	Plan de polarisation.
R *o o*	x	0°
R *e o*	$x + d$	0°
L *o o*	x	0°
L *e o*	$x + d$	0°

B

R *o e*	$x + \delta$	90°
R *e e*	$x + d + \delta$	90°
L *o e*	$x + \delta$	90°
L *e e*	$x + d + \delta$	90°

963. — Ces huit faisceaux sont de même intensité, et tous ceux de la première série (A) se rencontreront quelque part dans le champ de la vision, à cause de l'épaisseur du rhom-

boïde, que nous supposons assez considérable pour produire un écartement sensible et même assez grand entre les faisceaux ordinaires et extraordinaires. Ceux de la seconde série (B) se rencontreront en un autre point, à une distance du point de concours des autres, proportionnelle à l'épaisseur du rhomboïde, et que nous supposerons assez grande pour que les franges produites par B (s'il en existe) ne puissent se mêler à celles qui proviendraient de A.

Nous allons considérer séparément les faisceaux du groupe A et rechercher les interférences possibles.

D'abord R *o o* peut se combiner avec L *o o* et interférer sur l'axe de l'appareil, puisque la différence de phase de ces faisceaux est nulle. Comme leurs plans de polarisation coïncident, il n'y a pas de raison pour qu'ils ne produisent pas de franges. Il en est de même des faisceaux R *e o* et L *e o*, dont l'intersection dans l'axe produira deux séries de franges confondues en une seule d'un éclat double.

964. — R *o o* peut encore interférer avec L *e o*; mais puisqu'il y a une différence de phases constante et en faveur de L *e o*, les franges se trouveront à gauche de l'axe, à une distance proportionnelle à l'épaisseur de la lame de sulfate, et seront visibles séparément. Le concours des faisceaux R *e o* et L *o o* déterminera de même la production d'une autre série de franges latérales, mais à droite de l'axe et à la même distance que la série précédente.

965. — Ainsi, dans l'image ordinaire, on doit apercevoir trois séries de franges. On démontrerait la même chose pour l'image extraordinaire en suivant la même marche. L'expérience confirme cette conséquence de la théorie, et les phénomènes sont exactement tels qu'ils viennent d'être décrits. Il est évident que les rayons qui forment les franges latérales sont ceux qui, à leur émergence du sulfate, possédaient des

états de polarisation opposés, mais qui ont été réduits à la même polarisation par l'effet du rhomboïde.

966. — Si l'on substitue au rhomboïde, doué d'une double réfraction sensible, une lame de sulfate de chaux ou de cristal de roche assez mince pour ne pas séparer visiblement les faisceaux, les franges produites par les rayons B recouvriront celles qui résultent de l'interférence des rayons A; et par conséquent il faut s'attendre à ne plus trouver que trois séries de franges au lieu de six, celle du milieu restant toujours la plus lumineuse; mais on n'en aperçoit réellement qu'une seule, les franges latérales ayant tout-à-fait disparu. Ce résultat singulier prouve que les couleurs provenant du concours des rayons réfractés *ordinairement* par le rhomboïde sont complémentaires de celles qui proviennent des rayons extraordires. Ainsi l'on doit admettre qu'il y a une demi-ondulation gagnée ou perdue quand on veut passer d'une série à l'autre, précisément comme dans les phénomènes de la transmission ou de la réflexion des couleurs par des lames minces.

967. — Les lois que nous venons de discuter sont d'une grande importance, en ce qu'elles suppléent à l'anneau manquant dans la chaîne de vérités qui rattache les couleurs produites par les cristaux à la théorie générale des ondulations. Le docteur Young a remarqué, comme nous l'avons déjà vu, que le passage des rayons ordinaires et extraordinaires, animés de vitesses différentes ou traversés d'une lame cristallisée, peut produire, dans les rayons émergents, la condition physique d'où dépend la manifestation des couleurs. Mais la difficulté n'est pas d'expliquer pourquoi, dans certaines circonstances, la lumière se colore, mais pourquoi elle ne se colore pas; en un mot d'assigner dans les phénomènes ce qu'il faut attribuer à la polarisation de la lumière incidente ou à la décomposition des rayons émergents.

968. — Pour mieux apprécier cette difficulté, imaginons qu'une onde émanée d'un point rayonnant vienne tomber sur une lame cristallisée très mince. Cette onde se partagera en deux autres qui traverseront la lame, chacune dans une direction différente et avec une vitesse particulière, et qui émergeront parallèlement à leurs directions primitives. L'onde incidente se décomposera donc, à son émergence, en deux ondes parallèles, mais séparées par une petite distance égale à l'intervalle de retard. En vertu de la loi des interférences, l'onde la plus reculée interférera avec une de celles du système auquel appartient l'onde la plus avancée; d'où il suit qu'on devrait apercevoir des couleurs périodiques en regardant le ciel au travers d'une lame de cristal, sans aucun appareil. Pourquoi donc cela n'arrive-t-il pas? La loi de MM. Arago et Fresnel fournit une réponse satisfaisante à cette objection. Les deux systèmes d'ondes résultants de la décomposition de l'onde incidente sont *polarisés en sens contraire*, et, par conséquent, incapables d'interférer, lors même que toutes les autres conditions se trouvent remplies.

969.—Pour comprendre comment les couleurs des anneaux polarisés se forment par interférence, prenons le cas le plus simple, celui où un rayon polarisé A B, fig. 194, tombe sur une lame cristallisée B dont la section principale est à 45° du plan de polarisation primitive. Soit A le système d'ondes qui constitue le rayon incident : à son passage au travers de la lame, il se partagera en deux systèmes O et E d'égale intensité, polarisés dans des plans à + 45° et à — 45° de celui de polarisation primitive, et dont l'un est en retard d'un petit nombre d'ondulations par rapport à l'autre, ce qui le fait interférer, comme on le voit dans la figure, et produire les rayons parallèles C F et D G. Ceux-ci tombent sur un prisme biréfringent F G H L qui les transmet, et dont la section principale est dans le plan de polarisation primitive, c'est-à-dire à 45° de celui de la lame cristallisée. Chacun de ces rayons se

subdivise de nouveau, C F en H M et I P, et D G en K N et L Q, tous ces derniers ayant d'ailleurs la même intensité : les rayons H M et K N émergent parallèlement, ainsi que I P et L Q. Or les systèmes d'ondes O et E, qui se suivent en laissant entre eux un certain intervalle d, continueront leur route de la même manière, dans les deux rayons réfractés, comme s'il ne s'était pas fait de séparation. Ainsi chacun des faisceaux H M, K N et I P, L Q, se composera d'un double système d'ondes O e et E e, O o et E o. Les deux premiers de ces systèmes se suivent à d d'intervalle, et les deux autres à $d \pm \frac{1}{2}$ ondulation; ce qui résulte du théorème qu'en passant du système des rayons ordinaires à celui des rayons extraordinaires, il faut tenir compte d'une demi-ondulation en plus ou en moins (art. 966). Comme les rayons de chaque couple jouissent de la même polarisation, savoir : les rayons ordinaires (O o et E o) dans le plan de la section principale du prisme, et les extraordinaires (O e et E e) dans un plan perpendiculaire au susdit, il n'y a pas de raison qui empêche l'interférence d'avoir lieu, et l'on doit voir paraître des couleurs complémentaires dans les faisceaux émergents qui correspondent aux intervalles de retard d et $d + \frac{\lambda}{2}$; ce qui a lieu effectivement.

970. — Concevons maintenant un autre rayon qui tombe sur B, dans la direction A B, mais qui se trouve polarisé dans un plan perpendiculaire à celui du rayon considéré à l'article précédent. Ce rayon subira les mêmes divisions et subdivisions que l'autre; mais les intervalles de retard seront différents. En effet, son plan de polarisation se rapportant maintenant à celui de réfraction ordinaire, de même que celui de l'autre rayon se rapportait au plan de réfraction extraordinaire, on doit admettre une différence d'une demi-ondulation dans la position relative des deux systèmes d'ondes O et E à leur émergence, comme on l'a déjà vu plus haut, et cela indépen-

damment de l'intervalle de retard dans l'intérieur de la lame. Ainsi, d étant cet intervalle dans le cas précédent, $d - \frac{1}{2}\lambda$ sera celui qui conviendra au cas actuel; et, après la transmission par le prisme, les intervalles de retard des deux faisceaux doubles seront respectivement $d - \frac{1}{2}\lambda$ et d, au lieu de d et $d + \frac{1}{2}\lambda$. Ainsi les deux faisceaux feront un échange de couleurs lorsque la polarisation de la lumière incidente variera de 90°; ce qu'on savait déjà par expérience. Si cette raison ne paraît pas concluante, on peut voir plus loin les art. 983 et 984.

971. — Passons au cas d'un rayon non polarisé. Nous avons vu à l'article 851 qu'il est le même que celui d'un rayon composé de deux autres polarisés en sens contraire. Ainsi, dans chaque faisceau, les couleurs primitives et complémentaires se recouvrent et se neutralisent; et comme elles ont toutes la même intensité, chacun des faisceaux émergents doit être incolore et d'une intensité plus faible de moitié que celle de la lumière incidente. Telle est la raison que donne la théorie de l'absence des couleurs lorsque la lumière incidente n'est pas polarisée.

972. — C'est ainsi que la théorie des interférences, modifiée par les principes énoncés ci-dessus, explique les couleurs des lames cristallisées, sans faire intervenir la doctrine de la polarisation mobile. Quand on veut l'appliquer à un cas donné, elle n'offre qu'une seule difficulté : c'est de déterminer le faisceau émergent duquel on doit regarder l'intervalle de retard comme augmenté d'une demi-ondulation. Fresnel donne la règle suivante pour ce point important (1).

---

(1) Note sur un rapport fait à l'institut par M. Arago sur un Mémoire de Fresnel relatif aux lames cristallisées douées de la double réfraction

« L'image dont la teinte correspond précisément à la dif-
« férence des chemins parcourus est celle dont les plans de
« polarisation des deux faisceaux constituants, après s'être
« écartés l'un de l'autre, se rapprochent ensuite par un mou-
« vement contraire pour se réunir; tandis que les plans de
« polarisation des deux faisceaux constituants de l'image
« complémentaires continuent à s'éloigner l'un de l'autre
« (considérés d'un seul côté de leur commune intersection),
« jusqu'à ce qu'ils se soient placés sur le prolongement l'un
« de l'autre. »

Pour mieux comprendre cette règle, soit P C, fig. 195, le plan de polarisation primitive projeté sur celui du papier, et supposons le rayon perpendiculaire au plan P C; soit encore C O la section principale de la lame cristallisée et C S celle du prisme biréfringent. Après être pénétré dans la lame, le faisceau incident, polarisé dans le plan P P′, se partagera en deux autres, l'un O polarisé dans le plan C O, l'autre E polarisé dans le plan C E perpendiculaire au premier. Or, on peut toujours prendre C O tel qu'il fasse avec C P un angle qui ne surpasse pas un droit, et C E tel que C P tombe entre C E et C O. De plus, on peut regarder C S comme formant avec C O un angle qui ne surpasse pas un droit, et lorsque le rayon O se divise en deux autres (O *o* et O *e*) par la réfraction du prisme, son plan de polarisation peut se concevoir décomposé en deux autres C S et C T qui se coupent à angles

---

(*Annales de chimie*, vol. XVII, p. 80). Ce Mémoire a été lu à l'institut le 7 octobre 1816. Un supplément fut présenté le 19 janvier 1818. Le rapport de M. Arago a été lu le 4 juin 1821.

Depuis sept ans tous les physiciens de l'Europe attendent avec impatience la publication de cet ouvrage, que nous ne connaissons encore que par de simples notices données par un journal périodique.

(*Note de l'auteur.*)

droits, en comprenant entre eux C O. De la même manière, le rayon E se partagera en deux autres E *o* et E *e*, et son plan de polarisation C E formera les deux plans C S et C T', comprenant entre eux C E dans le cas de la fig. 195 (*a*), et les deux plans de C S' et C E dans celui de la fig. 195 (*b*). Dans le premier cas, C T' est le prolongement de C T; dans le second, C S' est le prolongement de C S. Les rayons O *o* et E *o* qui composent le faisceau ordinaire ont été amenés dans un plan commun de polarisation C S, dans le cas de la fig. (*a*), par deux mouvements contraires, comme le représentent les flèches; et les rayons extraordinaires O *e* et E *e* ont été séparés et ramenés dans un même plan, par des mouvements dans la même direction pour chacun d'eux. La fig. (*b*) représente le cas inverse. Dans celui de la fig. (*a*), les couleurs du faisceau ordinaire O *o* + E *o* seront celles qui correspondent précisément à la différence de routes, et celles du faisceau extraordinaire O *e* + E *e* correspondront à cette même différence, *plus* une demi-ondulation. Ce sera le contraire dans le cas de la fig. (*b*). Cette règle est empirique, c'est-à-dire qu'elle résulte de la seule observation. Il est évident qu'ici, comme pour les couleurs des lames cristallisées, le principe de la conservation des forces vives exige que les deux images soient complémentaires. Par conséquent il doit y avoir une demi-ondulation de gagnée ou de perdue par l'un ou l'autre faisceau; mais il est impossible d'assigner *à priori* lequel des deux doit être ainsi modifié.

973. — Cependant, ce choix une fois fait, il est aisé de trouver les formules relatives à l'intensité et aux autres circonstances du phénomène, lorsque l'azimuth de la lame cristallisée est arbitraire, au lieu d'être limité à 45°, comme nous l'avons supposé jusqu'à présent. Nous réservons pour le paragraphe suivant les expressions analytiques de l'intensité des faisceaux.

§ IX. — *Application de la doctrine ondulatoire aux phénomènes de la lumière polarisée et de la double réfraction.*

Objections de Newton contre la théorie ondulatoire ; examen de ces objections. — Théorie des ondulations transversales, par Fresnel. — Propagation de la lumière assimilée à celle des ondes le long d'une corde tendue. — Objections. — Explication des phénomènes des interférences d'après la doctrine précédente. — Analogie avec une corde tendue. — Cas d'un mouvement giratoire en spirale. — Recherche de la résultante de deux rayons polarisés en sens contraire. — Pourquoi l'on tient compte d'une demi-ondulation en plus ou en moins. — Analogie avec une corde tendue. — Motifs de la loi de Malus relative à l'intensité des rayons complémentaires. — Cas où les deux ondulations décomposées se propagent avec des vitesses différentes. — Explication des phénomènes de la double réfraction dans les cristaux à un axe. — Bifurcation du rayon réfracté. — Propriétés du rayon ordinaire. — Explication des propriétés du rayon extraordinaire. — Explication des phénomènes de la polarisation mobile. — Cas d'accord parfait. — Cas d'opposition complète. — Expérience où l'on trouve tous les cas précédents. — Théorie générale de la double réfraction, par Fresnel. — Expression générale des forces élastiques d'un milieu. — Principe des déplacements partiels. — L'élasticité agit obliquement par rapport à la direction dans laquelle la molécule est déplacée ; son expression générale. — Définition et recherche des axes d'élasticité. — Dans tous les cristaux ces axes sont au nombre de trois, réciproquement perpendiculaires. — Relation générale entre les élasticités partielles. — Un axe étant donné, on peut déterminer la situation de l'autre. — Définition et recherche de la surface d'élasticité ; son rayon vecteur. — Détermination de la vitesse et du plan de polarisation d'une onde intérieure. — Équation de la surface d'élasticité. — Résolution d'une onde incidente en deux autres polarisées dans des plans opposés. — Explication de la dispersion des axes relatifs aux différentes couleurs. — Construction de Huyghens appliquée au cas général. — Direction et vitesse d'une onde plane. — Recherche des vitesses d'une onde plane ordinaire ou extraordinaire. — Équation générale d'une onde émanant d'un point dans un milieu. — La loi de réfraction de Descartes ne s'observe point dans les cristaux à deux axes ; expériences qui le prouvent. — Cas de cristaux à un seul axe. — Construction de l'onde au moyen d'un ellipsoïde. — Origine de la règle du produit des deux sinus. — Théorie des axes de polarisation par le docteur Brewster. — Cas d'un seul axe de polarisation. — Force polarisante. — Composition des teintes dans le cas de deux axes. — Formule pour la teinte composée. — Axes résultant de l'action simultanée de deux axes de polarisation rectangulaires. — Combinaison d'un axe positif avec un axe négatif. — Position des axes résultants. — Cas de la séparation d'un axe en deux. — Combinaison de trois axes rectangulaires égaux.

974. — Les phénomènes de la double réfraction et de la polarisation, tels qu'ils résultent des expériences de Huyghens

sur le spath d'Islande, furent regardés par Newton et ses partisans comme offrant des difficultés insurmontables à la doctrine ondulatoire, parce qu'en raison de l'égalité de pression dans tous les sens dont sont doués les fluides élastiques, il leur paraissait impossible de concevoir qu'une onde eût des relations différentes avec les divers points de l'espace, ou qu'on distinguât en elle des *côtés*.

« Ne sont-ce pas des systèmes erronés, dit Newton, que ceux dans lesquels on fait de la lumière une pression ou un mouvement propagé par un milieu fluide?....... En effet, des pressions exercées par un corps lumineux sur un milieu uniforme doivent être égales dans tous les sens, tandis que les rayons de lumière paraissent jouir de propriétés différentes, suivant la face que l'on considère....... Quant à moi, cela me semble inexplicable, si la lumière n'est rien qu'une pression propagée par l'éther. » *Optique*, liv. III, quest. 28. Et plus loin, quest. 29: « Les rayons ne seraient-ils pas de petits corps émanés des substances lumineuses? Le singulier phénomène présenté par le spath d'Islande a bien l'air d'être dû à une espèce de force attractive particulière à certaines faces du rayon ou des molécules du cristal. Je ne prétends pas que cette force soit de la nature de l'aimant; je dis seulement qu'il est difficile de concevoir comment des rayons lumineux immatériels pourraient avoir deux côtés jouissant de propriétés dont les deux autres seraient privés, et cela indépendamment de leur position par rapport au milieu traversé. »

975. — Sans connaître la constitution intime des milieux élastiques, ou la manière dont les molécules contiguës agissent les unes sur les autres, on peut affirmer néanmoins que le mode et les lois de la propagation d'un mouvement ondulatoire par ces milieux doivent dépendre en grande partie de la connexion entre les molécules.

Les seules faits analogues qui puissent nous guider dans la recherche de ces lois, sont ceux de la propagation du son dans

l'air et dans l'eau, des ébranlements produits dans les solides élastiques et des vibrations des cordes ou des surfaces tendues. Telle est l'extrême difficulté du sujet considéré sous le point de vue purement mathématique, que, renonçant au vain espoir d'embrasser tout le sujet par l'analyse, on est forcé d'avoir recours à ces analogies et de rechercher par l'expérience les modifications que la nature particulière du milieu ébranlé introduit dans la propagation du mouvement.

Dans l'air et dans l'eau, les molécules sont réputées sans cohésion et susceptibles de se mouvoir indifféremment dans tous les sens et de reprendre leur position primitive avec une égale facilité; de plus, on regarde comme démontré, du moins en théorie, que chaque molécule a une égale tendance à mettre en mouvement une molécule adjacente quelconque dans une direction quelconque. Lorsque le son est propagé par ces milieux, il est difficile d'imaginer comment le mouvement d'une molécule, à la surface de l'onde sonore et à une certaine distance du centre dont émane le son, pourrait avoir lieu autrement que dans la direction du rayon, en suivant une normale à la surface de l'onde. Ainsi, dans ce cas, le mouvement des molécules vibrantes doit être dirigé dans le sens des rayons sonores, et il n'y a pas de motif de supposer à ces rayons des rapports différents avec les diverses régions de l'espace ambiant, à gauche ou à droite, dessus ou dessous. En effet, le rayon étant considéré comme l'axe d'une sphère, tous les points de la surface sont semblablement situés par rapport à lui.

976. — Mais si l'on admet qu'il existe entre les molécules du milieu en vibration une cohésion qui résulterait de forces attractives, répulsives ou magnétiques, déterminant une *polarité*, le cas devient tout différent. Le mouvement individuel de chaque molécule, dans le sens du mouvement général de l'onde, n'est plus une conséquence nécessaire de la théorie, et on peut le concevoir dirigé suivant une droite

inclinée sous un angle quelconque, même de 90°, par rapport à la direction de l'onde totale.

L'onde qui parcourt une corde tendue que l'on frappe ou que l'on pince à l'une des extrémités nous offre un exemple familier d'un pareil mode de propagation. La direction de l'onde est la longueur de la corde, et celle de chaque molécule est dans un plan perpendiculaire à cette longueur. C'est là précisément le genre de propagation que Fresnel a supposé à la lumière. Il regarde l'œil comme affecté uniquement par les vibrations des molécules éthérées qui ont lieu dans des plans perpendiculaires aux directions des rayons.

D'après cette doctrine, le rayon polarisé est celui dont les vibrations s'effectuent toujours dans le même plan, soit en vertu d'un mouvement régulier imprimé dans l'origine à la molécule lumineuse, soit par une cause subséquente agissant sur les ondes mêmes et tournant leurs plans de vibration dans le même sens. Le rayon non polarisé est celui pour lequel le plan de vibration varie continuellement, c'est-à-dire pour lequel les molécules du luminaire changent de plan lorsqu'elles se meuvent sans qu'aucune cause subséquente vienne ramener les vibrations de l'éther dans des plans qui coïncident.

977. — L'analogie avec une corde tendue va aider merveilleusement notre imagination. Elle paraît s'être présentée au docteur Young, en 1818, par la considération des propriétés optiques des cristaux à deux axes.

Supposons une corde, d'une longueur indéfinie, tendue horizontalement, et dont un des bouts est tenu à la main : si on lui donne un mouvement de va et vient perpendiculaire à sa longueur, il se formera une onde ou plutôt une suite d'ondes, et chacune de ses molécules, après un temps proportionnel à sa distance de la main, commencera à décrire une ligne, semblable à celle que décrit l'extrémité ébranlée et semblablement située. Si l'ébranlement primitif se répète dans

un même plan et d'une manière régulière, toutes les molécules seront dans le même cas, et la corde entière prendra la forme d'une courbe plane et onduleuse.

C'est ainsi qu'on peut se figurer un rayon ou un système d'ondes polarisé. Après un petit nombre de vibrations dans un plan, si l'extrémité ébranlée en fait encore un petit nombre dans un autre, puis dans un troisième, et ainsi de suite, de manière que le plan de vibration passe successivement par toutes les positions imaginables, la courbe sera composée de portions situées dans tous les plans possibles. Mais comme, en vertu de la propagation des ondes le long de la corde, chaque point de celle-ci est agité successivement par le mouvement communiqué par un autre point quelconque, toutes ces vibrations passeront par un point donné sur la corde. Maintenant, si l'on suppose en ce point un organe sensible, tel que la rétine humaine, elles exciteront une sensation analogue à celle que produit sur l'œil un rayon non polarisé.

978. — On peut objecter à cette manière de concevoir les ondulations lumineuses que, si l'éther est un fluide, comme nous l'avons toujours supposé, ses molécules ne peuvent former des cordons ou des chaînes, mais qu'elles sont nécessairement séparées et indépendantes entre elles. Mais il suffit, pour notre objet, d'admettre une espèce d'adhésion latérale (nous n'osons dire de *viscosité*), qui permet à chaque molécule en mouvement non seulement de *pousser devant elle* la molécule qui se trouve dans la direction de sa vitesse, mais encore d'*entraîner* celles qui l'avoisinent des deux côtés de cette direction.

La lumière étant un phénomène réel, il faut bien reconnaître l'existence de moyens mécaniques proportionnés à un effet aussi merveilleux. Pour expliquer les phénomènes de la chaleur, de l'électricité, du magnétisme, etc., nous avons imaginé des fluides auxquels nous n'hésitons pas à attribuer des propriétés qui répugnent entièrement à l'idée que nous

avons des fluides : pourquoi donc nous refuserait-on le même privilége à l'égard de la lumière ? A la vérité, les propriétés que nous attribuons à l'éther caractérisent plutôt un solide qu'un fluide, et paraissent rappeler l'ancienne hypothèse du *plein;* mais, si les phénomènes s'expliquent par ce moyen, c'est-à-dire si l'on peut les ramener ainsi à des principes généraux et uniformes, nous ne voyons pas pourquoi l'on refuserait à notre doctrine, ou même à toute autre plus étrange encore qui remplirait le même but, non pas les honneurs réservés à une proposition démontrée, mais ceux que l'on accorde à tout système ingénieux, jusqu'à ce qu'on soit parvenu à la découverte de la vérité : ainsi, regardant avec Fresnel comme une simple *demande* que les vibrations des molécules éthérées ont lieu dans des plans perpendiculaires au rayon, l ne nous reste plus qu'à expliquer, à la faveur de cette hypothèse, les phénomènes produits par la lumière polarisée, en commençant par l'interférence de deux rayons polarisés dans le même plan on dans des plans différents.

979. — D'après cette théorie on peut regarder comme plan de polarisation, ou celui dans lequel les vibrations s'effectuent, c'est-à-dire un plan qui passe par la direction du rayon et par la ligne décrite par chaque molécule vibrante, ou un plan quelconque perpendiculaire à ce dernier.

Des raisons, que nous ferons bientôt connaître, font donner la préférence au plan perpendiculaire; mais, pour le moment, le choix est arbitraire. Or, dans le § III de la troisième partie, nous avons recherché, dans la vue de nous en servir maintenant, les divers modes de vibrations qui résultent de la combinaison de vibrations données qui ont lieu dans le même plan ou dans des plans différents : il résulte des principes purement mécaniques exposés dans le paragraphe précité que deux vibrations exécutées dans le même plan produisent une vibration résultante unique dans le plan, celle-ci pouvant posséder une intensité quelconque, depuis la somme

jusqu'à la différence des intensités des vibrations composantes, suivant la différence des phases. Chacun de ces systèmes de vibrations représentant un rayon polarisé, les rayons polarisés dans un même plan doivent, en vertu de ce principe, se renforcer ou se détruire par leur interférence, comme on l'observe réellement. Mais il n'en est pas de même lorsque les vibrations composantes s'effectuent dans des plans différents : car, dans ce cas, il est clair qu'elles ne peuvent jamais se détruire complétement de manière à produire le repos. Le cas général de vibrations non coïncidentes a été analysé à l'art. 618 ; et à l'art. 621 nous voyons que, même lorsque chaque vibration composante est rectiligne, la résultante e st elliptique : de sorte que chaque molécule de l'éther a un mouvement giratoire continuel dans une certaine direction, et qu'ainsi elle ne peut jamais se trouver dans un état de repos absolu.

980. — Nous voyons par là que l'interférence des rayons semblablement polarisés, et la non-interférence de ceux qui se trouvent dans le cas contraire, est une conséquence nécessaire de l'hypothèse que nous discutons ; c'est même le phénomène qui a fait naître l'hypothèse. L'exemple de la corde tendue est très propre à en donner une idée juste. Concevons une telle corde ébranlée à l'une de ses extrémités par un mouvement vibratoire qui se répète dans un plan par intervalles égaux : elle doit prendre, comme nous l'avons vu, la forme d'une courbe onduleuse et plane. Maintenant, si l'on ajoute à ce mouvement un autre semblable et de même intensité, mais commençant une demi-ondulation plus tard, il est évident que le mouvement direct que chaque molécule aurait pris en conséquence du premier système d'ébranlement sera continuellement neutralisé par l'impulsion rétrograde que lui imprime le second : par conséquent la molécule doit rester en repos ainsi que la corde elle-même. Mais, si les mouvements du second système ont lieu dans un plan perpendicu-

laire, ils auront visiblement pour effet de changer la figure de la corde, qui prendra celle d'une courbe à double courbure, en général d'une hélice elliptique, qui devient l'hélice circulaire quand les deux vibrations composantes diffèrent exactement d'un quart d'ondulation ou de 90°. (Art. 627, coroll.)

981. — Dans le dernier cas, l'extrémité de la corde décrit un cercle d'un mouvement continu, et ce mouvement est imité par chaque molécule tout le long de la corde. Il est aisé d'en faire l'expérience. On n'a qu'à prendre en main l'extrémité ou une partie quelconque d'une longue corde tendue, et communiquer au bout que l'on tient un mouvement de rotation circulaire et régulier : l'on verra la corde se courber, suivant une ligne héliçoïdale, chacun de ses éléments tournant en cercle pour imiter le mouvement du moteur.

982. — Cette expérience ne prouve pas seulement que deux rayons égaux polarisés à angles droits ne se détruisent pas tant qu'il y a une différence assignable entre leurs origines, mais encore que, quelle que soit cette différence, l'intensité du rayon résultant demeure la même : c'est encore une conséquence nécessaire de la théorie des vibrations transversales. Pour le démontrer, il suffit de recourir aux valeurs de A, B, C, dans l'équation (7) de l'art. 619, en reprenant la notation et le raisonnement suivis dans cet article. L'impression faite sur l'œil par un rayon quelconque étant proportionnelle à la force vive, elle sera représentée par la somme des forces vives suivant trois axes rectangulaires, c'est-à-dire par

$$A^2 + B^2 + C^2,$$

ou

$$a^2 + b^2 + c^2 + a'^2 + b'^2 + c'^2$$
$$+ 2\,aa' \cos(p - p') + 2\,bb' \cos(q - q') + 2\,cc' \cos(r - r').$$

Mais, si nous supposons que les directions des coordonnées x et y soient perpendiculaires à celles du rayon résultant, et chacune dans le plan de polarisation de l'un ou de l'autre des rayons composants, le rayon lui-même étant dirigé suivant l'axe des z, nous aurons

$$a' = 0, \ b = 0, \ c = 0, \ c' = 0;$$

et par là l'expression précédente devient

$$A^2 + B^2 + C^2 = a^2 + b'^2,$$

quantité indépendante de

$$p - p', \ q - q', \ r - r',$$

différences de phases, et égale à la somme des rayons pris isolément.

Nous remarquerons, en passant, qu'on ne peut supposer un autre mode de vibration qui donne le même résultat lorsque c et c', amplitudes de vibration du rayon résultant, viennent à s'évanouir. (Fresnel, *Considérations théoriques sur la polarisation de la lumière*, Bulletin de la société philomatique, octobre 1824.)

983. — Voyons maintenant ce qui arrive lorsqu'un rayon polarisé dans un plan quelconque se décompose en deux autres dans des plans rectangulaires, et que chacun de ceux-ci se subdivise en deux autres encore, également rectangulaires, par une nouvelle décomposition. Soit C (fig. 195) la route d'un rayon projeté sur un plan perpendiculaire à sa direction (celui du papier) : c'est dans ce plan que s'effectuent, par conséquent, les vibrations de la molécule C. Soit P C P' la ligne de vibration de cette molécule : elle sera perpendiculaire au plan de polarisation primitive, en vertu de l'hypothèse dont il s'agit. Quand ce rayon se partage en deux autres dans des états de polarisation opposés, les vibra-

tions se divisent naturellement en deux systèmes situés dans des plans perpendiculaires entre eux. Soient C O et C E les projections de ces plans : on voit qu'elles doivent être respectivement perpendiculaires aux plans de polarisation des rayons nouveaux. Si l'on suppose qu'à un instant quelconque la molécule C du rayon primitif se meuve à partir de C dans la direction C P, ce mouvement, s'il se décompose, en produira deux autres, l'un dans la direction de C vers O, l'autre de C vers E. Si chacun de ces mouvements se décompose de rechef en deux autres, dans des plans réciproquement perpendiculaires dont les projections sont S C S′ et T C T′, celui qui a lieu dans la direction C O agira suivant C S et C T, tandis que l'autre, dans la direction C E, produira deux effets, l'un suivant C S, et l'autre suivant C T′ en sens contraire de C T, en prenant le cas de la figure 195 (*a*). Ainsi les deux mouvements décomposés agissent dans le même sens dans le plan SS′, tandis que ceux qui ont lieu dans le plan TT′ agissent en sens opposé. Dans le cas de la fig. 195 (*b*), c'est précisément le contraire. Pour rendre l'explication plus facile, nous nous bornerons au premier cas. Si nous passons maintenant des vibrations aux rayons, il est évident que nous avons réellement partagé le rayon primitif polarisé dans le plan P P′ en deux autres polarisés dans des plans respectivement perpendiculaires à C O et à C E; ces derniers étant eux-mêmes subdivisés chacun en deux autres dans des plans perpendiculaires, l'un à S S′ et l'autre à T T′. Les deux parties polarisées perpendiculairement à S S′ forment un seul rayon, ainsi que celles polarisées perpendiculairement à T T′; mais dans le premier les parties composantes s'ajoutent, tandis qu'elles tendent à se détruire dans l'autre. Ainsi, en regardant les deux premières parties comme ayant une origine commune, il faut supposer entre les autres une différence d'une demi-ondulation.

984. — Jusqu'ici nous avons supposé que la seconde décom-

position du rayon avait lieu au même point (C) que la première; mais on peut imaginer une foule de cas où cela n'arrivera point. D'abord on peut concevoir que les deux parties du rayon décomposé concourent, suivant une même droite, avec des vitesses égales, et qu'après avoir décrit un espace donné, elles se décomposent de nouveau en un autre point C′ (dont la projection dans la figure coïncide avec C) et deviennent S S′ et T T′. Il est évident que le résultat sera le même, car les phases dans lesquelles chaque rayon arrivera en C′ seront semblables, et après la seconde décomposition les vibrations qui s'accordent dans la section SS′ se trouveront toujours dans la même phase, et les vibrations qui ont lieu dans le plan T T′ et qui tendent à se détruire doivent toujours être regardées comme se trouvant dans des phases opposées, c'est-à-dire comme différant d'une demi-ondulation.

En second lieu, on peut supposer qu'en vertu d'une cause quelconque les deux rayons décomposés ne sont pas doués d'une égale vitesse, comme dans le cas où la décomposition se fait par un cristal biréfringent. Représentons alors par i l'intervalle dont l'un des rayons est en retard par rapport à l'autre lorsqu'ils arrivent en C′: cette même quantité désignera la différence de phase des deux rayons au moment de la seconde décomposition. Conséquemment, le rayon *final* qui vibre suivant S S′ sera la *somme*, et celui qui vibre suivant T T′ la *différence* de deux rayons qui se trouvent, l'un dans une certaine phase θ, et l'autre dans la phase $\theta + i$; ou, ce qui revient au même, l'un sera la somme des deux rayons composants dont les phases respectives sont θ et $\theta + i$, et l'autre la somme de deux rayons dont les phases sont θ et $\theta + i + 180°$, de manière qu'on retrouve toujours la différence d'une demi-ondulation.

Si l'on applique le même raisonnement au cas de la figure 195 (*b*), on observera que cette différence existe encore, mais qu'il faut la prendre dans l'autre sens, c'est-à-dire du côté du rayon composé dont les vibrations s'effectuent en C S.

985. — C'est ainsi que la théorie explique la perte ou le gain d'une demi-ondulation dont nous avons parlé à propos des teintes, art. 966, et qu'elle justifie la règle posée à l'art. 972. Cette règle paraissait alors tout-à-fait arbitraire; cependant nous voyons que c'est par une conséquence directe des lois de la composition et de la décomposition des mouvements que l'on fait dépendre l'état du rayon en un point quelconque de la route de celui dans lequel il se trouvait dans un autre moment. Il est digne de remarque que le fait ait été confirmé avant que l'on eût imaginé la théorie des vibrations transversales, de manière que celle-ci a le mérite d'avoir donné une explication *a priori* d'un fait qui avait l'apparence d'une hypothèse purement gratuite.

986. — Pour concevoir la résolution d'un rayon en deux autres polarisés dans des plans différents, on peut encore avoir recours à la comparaison de la corde tendue. Soit A B, fig. 196, une corde qui se partage en B en deux autres B C et B D, qui font en B un petit angle et dont les tensions peuvent être égales ou inégales. Supposons, pour plus de simplicité, que le plan des deux cordes B C et B D soit horizontal, et que l'extrémité A de la corde entière fasse des vibrations régulières dans un plan vertical; ou du moins, que les vibrations de la corde, avant le point B, soient ramenées dans un plan vertical au moyen d'un petit guidon vertical bien poli I K, sur lequel la corde passe légèrement et glisse sans frotter. Au-delà du point de bifurcation B, et à une distance telle que les excursions de la molécule B ne sous-tendent pas d'arc sensible, supposons deux autres guidons de forme plane, inclinés différemment par rapport à l'horizon et perpendiculaires entre eux : si le plan E F était parallèle à I K, lorsque B ferait une excursion à partir du point de repos, la molécule de la branche B C, contiguë à E F, glisserait sur E F en décrivant un espace égal à l'excursion totale de B; mais puisque ce plan est incliné vers I K (sous un angle θ), une partie seu-

lement du mouvement de B servira à faire glisser la molécule sur E F, et le reste aura pour effet de courber la corde et de la presser contre l'obstacle. Cependant, à cause de la petitesse des excursions de B, cette courbure et la résistance de l'obstacle seront assez faibles pour être négligées, malgré la perte de force qu'elles produisent. Or, puisque la pression de l'obstacle écarte la corde de la position qu'elle aurait prise sans cet obstacle en suivant une perpendiculaire à sa surface, il est aisé de voir que l'amplitude d'excursion de la molécule contiguë, estimée suivant le plan E F, doit être à celle de B dans le rapport de cos θ à l'unité. En nommant donc a l'amplitude des excursions de B, $a \cos \theta$ sera celle de la molécule contiguë à E F, et par conséquent celle de chaque molécule suivante de la branche B C.

Ainsi la partie du mouvement de B qui a lieu perpendiculairement à E F n'est pas dépensée ou détruite par la courbure qu'elle donne à la corde B C, mais elle conserve son énergie et l'exerce sur la branche B D, qu'elle fait glisser sur le plan G H.

L'amplitude d'excursion de la molécule en contact avec ce plan sera donc représentée pareillement par $a \times$ le cosinus de l'inclinaison de G H par rapport à I K, c'est-à-dire par $a \cos (90^\circ - \theta)$ ou par $a \sin \theta$. La force vive dans chacun de ces plans est alors égale à $a^2 \cos^2 \theta$ et à $a^2 \sin^2 \theta$, dont la somme a^2 reproduit la force vive initiale.

987. — Si l'on décompose d'une manière semblable la vitesse maximum α de la molécule éthérée C (fig. 195), dirigée suivant C P, en deux autres dirigées respectivement le long de C O et de C E, nous aurons $\alpha \cos \theta$ et $\alpha \sin \theta$ pour vitesses élémentaires; et puisque, toutes choses égales d'ailleurs, les amplitudes sont entre elles comme les vitesses (art. 610), les amplitudes des rayons composants auront pour valeurs respectives $a \cos \theta$ et $a \sin \theta$, et les intensités (qui sont comme les carrés des amplitudes, art. 605) seront égales à $a^2 \cos^2 \theta$

et $a^2 \sin^2 \theta$. Or cette loi est précisément celle que Malus a trouvée pour les intensités des deux parties du rayon divisé par la double réfraction. La théorie de Fresnel en donne, comme on vient de le voir, une explication rationnelle *a priori*, et fait ainsi d'une simple règle empirique une loi mathématiquement démontrée.

988. — Nous n'avons pas besoin de recourir à la comparaison d'une corde tendue. Ce que nous avons démontré à l'article 986 est indépendant des tensions des deux cordons qui formaient la corde entière, et ne dépend que des amplitudes de leurs excursions, lorsqu'ils commencent à vibrer; mais la vitesse avec laquelle les ondes, une fois produites, se propageront le long de chaque branche, dépendra uniquement de la tension de celle-ci. Cependant rien n'empêche les tensions des deux branches de différer beaucoup : en effet, quels que soient les rapports de deux forces appliquées suivant les directions B C et B D, elle peuvent être balancées en B par une force convenable appliquée suivant une autre droite telle que B A. Par conséquent les ondes parcourront B C et B D avec des vitesses différentes. C'est ainsi que l'on peut concevoir qu'en vertu de la constitution particulière des corps cristallisés et des relations qui existent entre leurs particules et celles de l'éther qui les traverse, les molécules de ce dernier milieu sont plus aisément déplacées suivant certains plans que suivant d'autres; ou, en d'autres termes, que l'élasticité n'est pas la même dans toutes les directions : d'où il suit que les plans de polarisation propres à chaque partie du rayon décomposé déterminent des élasticités, et par conséquent des vitesses de propagation correspondantes. Or, nous avons fait voir dans une section précédente que l'inflexion d'un rayon de lumière aux confins d'un milieu dépend essentiellement de la vitesse dans le milieu, comparée à celle qu'il avait avant d'y entrer; ce que nous avons déduit par l'analyse du principe de la plus prompte propagation. La différence des vites-

ses emporte donc celle des routes, et la bifurcation ou réfraction double d'un rayon qui tombe sur une surface cristallisée n'offre plus la moindre difficulté en théorie, pourvu que l'on puisse assigner une raison suffisante pour décomposer les vibrations de la lumière suivant deux plans déterminés, au moment où elle pénètre dans le cristal.

989. — Prenons avec Fresnel (*Annales de chimie*, t. XVII, page 179 et suiv.) le cas d'un cristal à un seul axe. Nous pouvons regarder ce cristal, ou plutôt l'éther qu'il contient et qui est modifié par les forces moléculaires du cristal, comme un milieu élastique dans lequel l'élasticité, dans le sens perpendiculaire à l'axe, diffère de celle qui s'exerce dans le sens parallèle, c'est-à-dire dans lequel les molécules se compriment plus aisément dans une direction que dans l'autre, mais cependant de la même manière dans toutes les directions perpendiculaires à l'axe, quel que soit le côté où l'on exerce la pression. Pour aider notre esprit à concevoir une telle propriété, nous pouvons assimiler un milieu uniformément élastique à un assemblage d'écales sphériques, creuses, minces et élastiques qui se touchent. Celui que nous considérions tout à l'heure peut donc se comparer à un assemblage d'ellipsoïdes creux, allongés ou aplatis, dont tous les axes sont parallèles à la même direction, qui est celle de l'axe du cristal (1). Il est évident que la résistance d'un système de sphères doit être la même dans tous les sens; mais celle d'un système de sphéroïdes doit différer, suivant que la pression

---

(1) L'idée de molécules sphéroïdales dans le spath d'Islande est venue à Huyghens qui l'imagina, peut-être sans se douter de son importance, pour expliquer les *ondulations* sphéroïdales propagées dans ce cristal (*Op. reliq*, tome 1; *Tractatus de lumine*, page 70). Le docteur Wollaston cite cet ouvrage (*Trans. phil.*, CIII, page 58). Ce dernier physicien, dans la *Leçon bakérienne* de 1813, a fait voir de la manière la plus ingénieuse comment de pareilles molécules devraient se combiner pour former des cristaux dont les formes primitives seraient des rhom-

s'exerce perpendiculairement ou parallèlement à l'axe. Ainsi il est aisé d'écraser un œuf quand on le presse dans la direction de son plus petit diamètre, tandis qu'il peut soutenir une pression violente appliquée à l'extrémité de son plus grand.

Il est évident d'ailleurs que, si une molécule quelconque venait à être ébranlée de manière à mettre le système en vibration, aussi long-temps que l'amplitude de ses excursions serait extrêmement petite par rapport au diamètre de chacun des ellipsoïdes, la tendance immédiate de la vibration serait de communiquer le mouvement à deux couches de molécules seulement, c'est-à-dire à la couche qui contient les pôles de la molécule ébranlée et à celle qui contient l'équateur, puisque les points de contact ne se trouvent qu'aux pôles et à l'équateur, et que ce n'est, par conséquent, que par ces points que le mouvement peut se communiquer. Il s'ensuit que tout mouvement communiqué par une molécule à une masse semblable, ne saurait se propager que par des vibrations dans des plans respectivement parallèles et perpendiculaires à l'axe. Conséquemment, si un mouvement vibratoire, dans un plan quelconque, est dirigé du dehors vers un tel assemblage de molécules, dès l'instant où il l'atteint, il doit se décomposer en deux autres mouvements qui auront lieu dans les plans susdits; et ceux-ci, en vertu de la différence d'élasticité, se propageront avec des vitesses différentes.

990. — Cependant nous ne prétendons pas que les corps

---

boïdes acutangles et obtusangles. Il est vrai qu'il y a beaucoup de choses hypothétiques dans tout cela; l'on pourrait ajouter que la structure cristallographique exigerait des sphéroïdes *aplatis*, lorsque dans le texte nous avons employé le mot *allongés*, et *vice versa*; mais nous avons seulement voulu établir une *analogie*, et non une *théorie*. Il serait aisé d'imaginer des modes d'action qui échangeassent ces formes, s'il était nécessaire.

cristallisés soient réellement tels que nous venons de les décrire ; nous avons seulement voulu faire voir qu'il ne répugne point aux principes de la mécanique la plus rigoureuse, de les *supposer* tels, que les vibrations ne puissent se propager au travers de leur épaisseur que par des excursions moléculaires effectuées dans des plans parallèles et perpendiculaires à leurs axes. Cette hypothèse admise, les vibrations d'un rayon qui tombe sur un cristal constitué comme nous venons de le dire doivent se décomposer en deux systèmes réciproquement perpendiculaires ; et comme leurs vitesses de propagation sont différentes, les faisceaux qui en proviennent doivent prendre des routes différentes, lorsqu'ils sont déviés par la réfraction.

Nous allons considérer d'abord le système dont les vibrations s'exécutent dans des plans perpendiculaires à l'axe.

Puisque le cristal est symétrique par rapport à son axe, et de même élasticité dans toutes les directions perpendiculaires à cet axe, la vitesse de propagation du système dont il s'agit doit être la même dans tous les sens. Conséquemment, son indice de réfraction aura une valeur constante, et le faisceau suivra la loi ordinaire. De plus, son plan de polarisation étant perpendiculaire aux plans des vibrations, il est évident qu'il passera par l'axe ; ce qui arrive en effet au rayon ordinaire.

991. — Le rayon extraordinaire provient de la partie de la vibration primitive qui a lieu dans un plan parallèle à l'axe et perpendiculaire à ce même rayon, d'après le principe des vibrations transversales. En faisant donc passer un plan par le rayon extraordinaire et l'axe, l'intersection de ce plan avec un autre, perpendiculaire au rayon, sera une ligne droite qui représentera la direction du mouvement vibratoire. Cette direction est alors inclinée vers l'axe, sous un angle égal au complément de celui que fait le rayon extraordinaire avec cette dernière ligne : d'où il suit que, lorsque le rayon extraordinaire est parallèle à l'axe, la ligne de vibration lui est perpendiculaire, et *vice versa*. Dans

le premier cas, la force d'élasticité qui s'oppose au déplacement des molécules est la même que dans le cas du rayon ordinaire; et, conséquemment, les vitesses des deux rayons coïncident en grandeur et en direction; ce qui fait que les rayons ne se séparent point le long de l'axe. Dans le dernier cas, l'élasticité s'exerce parallèlement à l'axe et diffère le plus possible de la précédente. Ainsi la différence des vitesses, et, par conséquent, des directions, est à son maximum. Dans les situations intermédiaires du rayon extraordinaire, l'élasticité qui se développe a aussi une valeur intermédiaire, de même que la vitesse et la double réfraction.

Nous voyons donc que, d'après cette doctrine, la différence des vitesses et la séparation des faisceaux doit être nulle suivant l'axe, et aller en augmentant jusqu'à ce que le rayon extraordinaire devienne perpendiculaire à l'axe; ce qui est entièrement conforme à l'expérience. Enfin, le plan de polarisation du rayon extraordinaire étant à angles droits sur celui de vibration, il doit l'être également sur un plan qui passe par l'axe et le rayon; ce qui est encore un fait avéré.

992. — La théorie de Fresnel donne, comme on vient de le voir, une explication plausible des phénomènes de la double réfraction dans le cas des cristaux à un seul axe. Quand on pense au profond mystère dans lequel les autres théories laissaient cette matière, on est forcé de reconnaître que la doctrine dont il s'agit a fait faire un grand pas à la science.

Bien plus, les mêmes principes modifiés convenablement sont applicables aux cristaux à deux axes, et conduisent à des conclusions, tout-à-fait différentes à la vérité de celles qu'on avait adoptées d'abord, sur la foi d'une analogie imparfaite et d'expériences insuffisantes, mais qu'un examen plus attentif a légitimées depuis, en ouvrant ainsi un vaste champ aux investigations des physiciens. L'argument le plus fort en faveur de cette hypothèse, c'est qu'elle nous a mis en état d'an-

ticiper sur les résultats de l'expérience, et de prédire des faits contraires aux opinions reçues et à des expériences trompeuses ou incomplètes.

993. — Avant d'entrer dans de plus grands détails, il sera peut-être convenable de montrer comment le phénomène sur lequel est fondée la théorie de la polarisation mobile s'explique dans la doctrine des vibrations transversales. D'après la première, aussitôt qu'un rayon polarisé entre dans un cristal, il commence une série d'oscillations alternatives vers l'un ou l'autre des deux plans de polarisation dans les azimuths 0° et 2 i, i étant l'inclinaison de la section principale par rapport au plan de polarisation primitive. En effet, le plan dont on a fait choix se trouve dans l'azimuth 0°, lorsque l'épaisseur traversée est de nature à rendre nul, ou égal à un nombre entier d'ondulations, l'intervalle de retard du rayon ordinaire sur le rayon extraordnaire, et ce même plan se trouve au contraire dans l'azimuth 2 i lorsque cette épaisseur correspond à un nombre impair de demi-ondulations. Supposons qu'un faisceau polarisé dans l'azimuth 0° tombe perpendiculairement sur une lame cristallisée dont la section principale se trouve dans l'azimuth i, les vibrations se partageront en deux séries, l'une dans la section principale et l'autre dans un plan perpendiculaire.

En conséquence, si l'on représente par l'unité l'amplitude des vibrations primitives, celles des vibrations décomposées seront exprimées respectivement par sin i et cos i. Mais la lame ayant, par hypothèse, une épaisseur telle que l'intervalle de retard est égal à un nombre entier d'ondulations, les faisceaux décomposés émergeront dans un état d'accord parfait; et, comme ils sont parallèles, les ondes qui les composent devront nécessairement se confondre. Cependant, comme ils sont polarisés dans des plans opposés, ils ne peuvent ni se détruire, ni produire un rayon composé égal à leur somme. Ainsi, leur résultante doit être déterminée

comme à l'art. 623, car c'est ici le cas de vibrations rectilignes en état d'accord parfait, d'amplitudes données et formant entre elles un angle donné (90°); de manière que le résultat obtenu à cet article est immédiatement applicable au cas actuel. D'abord, la vibration résultante sera rectiligne : de sorte que le rayon composé paraîtra polarisé entièrement dans un seul plan ; en second lieu, son amplitude sera représentée, tant en grandeur qu'en direction, par la diagonale d'un parallélogramme dont les côtés seront les amplitudes des vibrations composantes. Par conséquent, elle sera la même que celle dont la résolution aurait produit ces dernières, et le rayon émergent sera parfaitement semblable au rayon incident, tant sous le rapport de la polarisation que sous celui de l'intensité.

994. — Lorsque la différence des routes dans le cristal est un multiple impair, mais exact, d'une demi-ondulation, les ondes, à leur sortie par la surface postérieure, sont dans un état d'opposition complète ; mais leur résultante peut toujours se déterminer par la même règle en regardant l'un des rayons comme négatif, c'est-à-dire comme effectuant ses vibrations en sens contraire. Si l'on suppose qu'au moment de l'incidence, la molécule C se meuve dans la direction C P (fig. 197), les vitesses décomposées suivant les plans C O et C E seront représentées en grandeur et en direction par C O et C E ; mais, à leur sortie, les vibrations dirigées suivant C E auront gagné ou perdu une demi-vibration par rapport à celles qui se propagent le long de C O. Mais si C O désigne la grandeur et la direction du mouvement de la molécule C dans ce plan, C E', égal et opposé à C E, désignera de même son mouvement dans l'autre plan, lequel, étant combiné avec C O, ne donnera plus le mouvement primitif C P, comme dans l'exemple précédent, mais C Q, qui forme le même angle avec C O de l'autre côté : ainsi le rayon résultant, au lieu d'être polarisé dans le plan du rayon incident (c'est-à-dire dans un plan

perpendiculaire à C P), le sera dans un plan perpendiculaire à C Q, faisant avec C O un angle égal à

$$PCQ \text{ ou à } 2\,PCO = 2\,i.$$

995. — Lorsque la différence des routes n'est pas un multiple exact d'une demi-ondulation, les vibrations du faisceau résultant ne seront plus rectilignes, mais elliptiques. (Art. 621.)

Dans le cas particulier où l'intervalle de retard est un quart ou un nombre impair de quarts d'ondulation, elles seront circulaires. De plus, le rayon émergent, faisant alors ces vibrations dans un plan qui varie à chaque instant, paraîtra tout-à-fait dépolarisé ; de manière qu'il donnera deux images égales dans toutes les positions du prisme biréfringent dont on se sera servi pour l'analyser.

996. — Les résultats précédents deviennent d'une évidence frappante au moyen d'une expérience curieuse et délicate rapportée par M. Arago. Concevons un faisceau polarisé émanant d'un point lumineux, qui tombe sur un rhomboïde de spath d'Islande composé de deux moitiés d'un même rhomboïde, réunies de telle sorte que leurs sections principales se trouvent à angles droits : les rayons émergents se propageront alors comme s'ils émanaient de deux points (art. 879) l'un à côté de l'autre, et seront polarisés dans des plans opposés. Supposons que ces deux cônes de rayons soient reçus sur un verre usé à l'émeri, ou au foyer d'un oculaire, en sorte que le verre ou le champ de la vision soit éclairé à la fois par tous les deux : en vertu de leur polarisation opposée, ils ne produiront ni franges ni couleurs, mais seulement une clarté uniforme. Supposons encore qu'à l'exception du faisceau qui tombe sur une très petite partie du champ de la vision, tout le reste de la lumière soit intercepté par une plaque de métal percée d'un petit trou, afin de reconnaître plus facilement l'é-

tat de polarisation de la lumière composée qui éclaire ce petit espace : lorsque celui-ci se trouve à une distance des deux points rayonnants exprimée par le même nombre d'ondulations, si l'on analyse sa lumière avec une tourmaline ou un prisme biréfringent, elle présentera les mêmes phénomènes qu'un rayon polarisé en entier dans un seul plan, ce plan n'étant aucun de ceux des rayons composants, mais celui de polarisation primitive de la lumière incidente, bien qu'elle se compose réellement de deux faisceaux polarisés en sens contraire, comme on le prouve en interceptant l'un d'eux. Supposons maintenant qu'au moyen d'une vis de rappel, on déplace graduellement la plaque de métal, de manière à changer un peu la position du trou : le rayon qui éclaire celui-ci paraîtra perdre sa polarisation à mesure que la plaque avancera, jusqu'à ce qu'enfin il soit réduit à l'état naturel. Continuant de la même manière à examiner successivement d'autres points du champ de la vision, la lumière qui traverse le trou semblera polarisée de nouveau, partiellement d'abord, et à la fin en totalité, non pas comme auparavant dans le plan de polarisation primitive, mais dans un plan qui forme avec ce dernier un angle double de celui que la section principale du premier rhomboïde fait avec le même, et ainsi de suite alternativement : c'est ainsi que l'on peut jouir du singulier phénomène de deux rayons polarisés dans des plans perpendiculaires, qui produisent par leur concours un faisceau à l'état naturel, ou polarisé entièrement dans l'un ou l'autre des deux plans, selon la différence de route des rayons avant leur rencontre.

997. — En 1821, Fresnel présenta à l'Académie des sciences de Paris un mémoire contenant l'application générale du principe des vibrations transversales aux phénomènes de la double réfraction et de la polarisation, tels qu'on les observe dans les cristaux à deux axes. Ce mémoire ayant été lu dans le mois de novembre de la même année, il fut rendu compte

de sa partie expérimentale à l'Académie, par la commission chargée de l'examiner. Le rapport, qui se composait d'une demi-douzaine de pages, fut inséré dans les *Annales de chimie*, vol. xx, p. 337. La commission recommanda de le faire imprimer aussi promptement que possible dans la collection des *Mémoires des savants étrangers*.

Nous remarquerons avec peine qu'on n'a pas eu égard à cette recommandation, et que cet important mémoire, dont la publication est vivement désirée par tous les savants de l'Europe, reste encore inconnu, malgré l'activité que l'Académie met depuis quelque temps à publier ses mémoires arriérés (1). L'auteur lui-même en a donné, dans le *Bulletin de la société philomatique* de 1822, un extrait succinct, qui fut ensuite reproduit dans les *Annales de chimie* de 1825 : le lecteur devra donc se contenter de cet extrait, auquel nous tâcherons de

---

(1) Le retard dont nous nous plaignons a donné lieu à un fait singulier, qui suffira pour montrer le peu de publicité que des notices pareilles à celle dont il vient d'être fait mention donnent aux travaux même les plus importants. En décembre 1826, l'Académie des sciences de Saint-Pétersbourg mit au concours la question suivante :

« Affranchir le système des ondes en optique de toutes les objections « que l'on a justement, à ce qu'il paraît, élevées contre lui, et l'appli- « quer à la polarisation et à la double réfraction de la lumière. »

Dans le programme il n'est fait aucune mention des recherches de Fresnel, quoique son mémoire sur la diffraction fût déjà connu. Précisément un mois avant la publication de ce programme, la société royale de Londres avait adjugé à Fresnel la médaille de Rumford, pour l'application qu'il avait faite de la théorie ondulatoire aux phénomènes de la lumière polarisée, et pour ses importantes découvertes et recherches expérimentales en optique. Nous ferons observer, en passant, qu'il reçut cette haute marque de distinction peu de jours avant d'être enlevé, au milieu de sa brillante carrière, par une mort prématurée. De même que son contemporain Fraunhofer, non moins illustre que lui, ce grand physicien périt victime d'un génie trop actif pour une aussi frêle constitution.

suppléer de notre mieux, en y ajoutant la démonstration des théorèmes fondamentaux.

His saltem accumulem donis, et fungar inani
Munere.

998. — Fresnel posa d'abord en *demande*, que le déplacement d'une molécule d'un milieu en vibration dans un corps cristallisé est combattu par la résistance de forces élastiques, qui varient avec les directions dans lesquelles s'opère le déplacement. La vibration peut être produite soit par l'éther, soit par le cristal même, soit par tous deux à la fois, en vertu de certaines actions réciproques. Or il est aisé de concevoir qu'en général la résultante de toutes les forces moléculaires qui agissent sur une molécule déplacée, n'est pas nécessairement parallèle à la direction de ce déplacement, lorsque les forces partielles ne sont pas situées symétriquement par rapport à cette direction; mais on peut démontrer cette vérité *a priori* de la manière suivante :

Supposons que les trois coordonnées x, y, z, représentent le déplacement partiel d'une molécule quelconque M, suivant leurs directions respectives, et désignons par

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

le déplacement total, qui forme, avec les axes des x, y, z, des angles α, β, γ, tels que

$$x = r \cos \alpha, \quad y = r \cos \beta, \quad z = r \cos \gamma.$$

Puisque, dans cette théorie, on regarde le déplacement des molécules comme infiniment ou, du moins, comme extrêmement petit par rapport aux distances des molécules entre elles, il est clair que, quelle que soit la loi de l'action moléculaire, la force résultant d'un déplacement quelconque doit être proportionnelle à la grandeur linéaire de ce déplacement, et ne peut en conséquence avoir d'autres formes que $r\varphi$, φ étant une fonction inconnue des angles α, β, γ, ou de leurs cosinus.

De plus, puisque aucun de ces déplacements infiniment petits ne saurait altérer sensiblement la position angulaire ou la distance de la molécule déplacée, par rapport aux autres, toutes les forces agiront sur elle de la même manière qu'auparavant : ainsi la force totale qui se développe par le déplacement simultané x, y, z, ou par le déplacement unique r, doit équivaloir aux trois forces qui se seraient développées indépendamment l'une de l'autre par le déplacement partiel x, y, z. Or, la force qui résulte du déplacement partiel x provient uniquement de $r\,\varphi$, en faisant

$$r = x \quad \text{et} \quad \varphi = a,$$

a étant la même fonction de 1, 0, 0, que φ de

$$\cos\alpha, \quad \cos\beta, \quad \cos\gamma :$$

a est donc une constante qui ne dépend que de la position des axes des x, y, z, par rapport aux molécules du cristal. Lorsque cette force partielle $a\,x$ est décomposée suivant les axes, sa direction étant déterminée, les composantes ne peuvent être que de la forme

$$\text{A}\,x, \quad \text{A}'\,x, \quad \text{A}''\,x,$$

A, A′, A″, étant aussi des quantités qui ne dépendent que de la position des coordonnées x, y, z, par rapport aux molécules, et aucunement de α, β, γ, qui sont des grandeurs arbitraires; on a de plus la condition

$$\text{A}^2 + \text{A}'^2 + \text{A}''^2 = a^2.$$

La même chose pouvant se dire des forces partielles mises en jeu par les déplacements y et z, il s'ensuit que la force totale qui provient du déplacement r, doit être la résultante des trois forces

$$f = A\,x + B\,y + C\,z,$$

$$f' = A'\,x + B'\,y + C'\,z,$$

$$f'' = A''\,x + B''\,y + C''\,z,$$

respectivement parallèles aux axes des x, y, z, et dont les coefficients, indépendants de α, β, γ, sont assujettis aux conditions

$$B^2 + B'^2 + B''^2 = b^2, \quad C^2 + C'^2 + C''^2 = c^2.$$

Mais on a

$$x = r.\cos\alpha, \quad y = r.\cos\beta, \quad z = r.\cos\gamma:$$

de manière qu'en posant

$$f = r\,(A \cos\alpha + B \cos\beta + C \cos\gamma),$$

$$f' = r\,(A' \cos\alpha + B' \cos\beta + C' \cos\gamma),$$

$$f'' = r\,(A'' \cos\alpha + B'' \cos\beta + C' \cos\gamma),$$

la résultante de f, f', f'', sera la force qui agira sur la molécule déplacée.

999. — Ces forces agissant dans le sens des coordonnées, chacune d'elles peut être décomposée en deux autres, l'une dans la direction du déplacement r, l'autre perpendiculaire à celle-ci : la somme des premières sera

$$F = f.\cos\alpha + f'.\cos\beta + f''.\cos\gamma,$$

qui est la force totale tendant à ramener directement la molécule dans sa position d'équilibre. Les autres seront respectivement égales à

$$f.\sin\alpha, \quad f'.\sin\beta \quad \text{et} \quad f''.\sin\gamma;$$

mais, comme elles n'agissent pas dans la même direction, quoique situées dans le même plan, elles ne peuvent s'entre-détruire, à moins d'être dans le même rapport que les sinus des angles entre leurs directions : or il est évident que, α, β et γ, étant arbitraires, cette condition ne peut être satisfaite, en général, puisqu'elle fournit deux équations qui, jointes à la relation

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1,$$

suffisent pour déterminer α, β et γ : d'où il suit que,

« Excepté dans certains cas particuliers, la molécule dé-
« placée est poussée par les forces élastiques du milieu dans
« une direction oblique par rapport à celle de son déplace-
« ment. »

1000. — Fresnel fait observer à ce sujet qu'en général,

« Chaque milieu élastique a trois axes rectangulaires tels
« que, si une molécule est déplacée dans leurs directions, la
« résultante des forces moléculaires qui agissent sur elle se
« trouvera dans la direction du déplacement. »

Ce sont là les cas d'exception dont nous venons de parler. Ces axes, que Fresnel regarde comme les véritables axes du cristal, portent le nom d'*axes d'élasticité*.

Pour démontrer la propriété dont ils jouissent, nous ferons observer qu'en vertu des règles de la mécanique, pour que la résultante des trois forces rectangulaires f, f', f'', fasse avec leurs directions les angles α, β, γ, et coïncide par conséquent avec r, il faut que ces forces soient entre elles comme les cosinus de ces angles ; ce que l'on exprime par les équations suivantes :

$$\frac{f}{f'} = \frac{\cos \alpha}{\cos \beta}, \quad \frac{f}{f''} = \frac{\cos \alpha}{\cos \gamma}, \quad \frac{f'}{f''} = \frac{\cos \beta}{\cos \gamma}.$$

Ces trois équations n'expriment réellement que deux conditions. En les combinant avec la formule trigonométrique

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1,$$

elles suffisent pour assigner α, β et γ, et fournissent les équations suivantes, u, v, w, désignant les cosinus de ces angles :

$$(A\, u + B\, v + C\, w)\, v = (A'\, u + B'\, v + C'\, w)\, u,$$

$$(A\, u + B\, v + C\, w)\, w = (A''\, u + B''\, v + C''\, w)\, u,$$

$$(A'\, u + B'\, v + C'\, w)\, w = (A''\, u + B''\, v + C''\, w)\, v,$$

$$u^2 + v^2 + w^2 = 1,$$

auxquelles chaque axe d'élasticité doit satisfaire.

1001. — Supposons qu'en éliminant on ait déduit de ces équations la position d'un axe d'élasticité, il s'ensuivra nécessairement qu'il doit en exister encore deux autres perpendiculaires entre eux.

Pour le prouver, nous allons examiner la connexion entre les forces partielles développées par le déplacement de la molécule M, et les attractions et répulsions moléculaires du milieu.

Soit φ l'action d'une molécule quelconque dm, exercée sur M dans la direction de la droite qui joint ces molécules, et fonction de leur distance mutuelle ρ. En regardant M comme déplacée d'une quantité δx, δy, δz, infiniment petite par rapport à ρ, dans le sens de chaque axe coordonné, il viendra

$$\delta \varphi = \left(\frac{x}{\rho}\,\delta x + \frac{y}{\rho}\,\delta y + \frac{z}{\rho}\,\delta z\right)\frac{d\varphi}{d\rho};$$

et, posant

$$\varphi' = \frac{d\varphi}{d\rho}, \quad \frac{x}{\rho} = \cos\lambda, \quad \frac{y}{\rho} = \cos\mu, \quad \frac{z}{\rho} = \cos\nu,$$

on aura

$$\delta \varphi = \varphi' (\delta x . \cos \lambda + \delta y . \cos \mu + \delta z . \cos \nu) :$$

conséquemment, puisque la force de la molécule dm, décomposée dans les directions des coordonnées, est respectivement égale à

$$(\varphi + \delta \varphi)\, dm . \frac{x}{\rho}, \quad (\varphi + \delta \varphi)\, dm . \frac{y}{r}, \quad (\varphi + \delta \varphi)\, dm . \frac{z}{r},$$

la somme de toutes ces valeurs dans toute l'étendue du milieu sera l'action totale sur M; mais, puisque dans sa position primitive la molécule M est en équilibre, nous avons

$$\int \varphi\, dm . \frac{x}{\rho} = 0, \quad \int \varphi\, dm . \frac{y}{\rho} = 0, \quad \int \varphi\, dm . \frac{z}{\rho} = 0 :$$

de sorte que l'action totale du milieu sur M, après le déplacement, sera, dans les trois directions,

$$\int \frac{x}{\rho} dm . \delta \varphi, \quad \int \frac{y}{\rho} dm . \delta \varphi, \quad \int \frac{z}{\rho} dm . \delta \varphi,$$

c'est-à-dire, dans la direction de x,

$$\int \varphi'\, dm\, (\cos^2 \lambda . \delta x + \cos^2 \mu . \delta y + \cos^2 \nu . \delta z),$$

δx, δy, δz, étant les déplacements partiels de M dans les directions des coordonnées, et par conséquent les mêmes que nous avons dénotés à l'art. 998 par x, y, z. Reprenant ces dernières dénominations, l'on voit qu'en vertu de l'hypothèse précédente, la plus naturelle qu'on puisse faire sur le mode de l'action moléculaire, les coefficients A, B, C, ne peuvent être autres que

$$A = \int \varphi'\, dm . \cos^2 \lambda,$$

$$B = \int \varphi'\, dm . \cos \lambda . \cos \mu,$$

$$C = \int \varphi'\, dm . \cos \lambda . \cos \nu.$$

On trouve, par un raisonnement semblable,

$$A' = \int \varphi' \, dm \, . \cos\lambda \cos\mu ,$$

$$B' = \int \varphi' \, dm \, . \cos^2\mu ,$$

$$C' = \int \varphi' \, dm \, . \cos\mu \cos\nu ,$$

$$A'' = \int \varphi' \, dm \, . \cos\lambda \cos\nu ,$$

$$B'' = \int \varphi' \, dm \, . \cos\mu \cos\nu ,$$

$$C'' = \int \varphi' \, dm \, . \cos^2\nu ,$$

ce qui exige la relation suivante entre ces coefficients :

$$B = A', \quad C = A'', \quad C' = B''.$$

1002. — Cela posé, admettons que l'un des axes d'élasticité du milieu soit déterminé à l'aide des équations précédentes. Puisque les positions des axes des coordonnées sont encore arbitraires, il nous est permis de supposer que l'axe des x coïncide avec l'axe ainsi déterminé. Cette hypothèse rend

$$A' = A'' = 0,$$

et conséquemment

$$B = 0, \quad C = 0 \quad \text{et} \quad B'' = C',$$

parce que les relations démontrées plus haut sont générales, et indépendantes de la situation particulière des axes. Les équations de l'art. 1000 deviennent alors

$$A\,u\,v = (B'\,v + C'\,w)\,u,$$

$$A\,u\,w = (B''\,v + C''\,w)\,u,$$

$$(B'\,v + C'\,w)\,w = (C'\,v + C''\,w)\,v,$$

$$u^2 + v^2 + w^2 = 1.$$

Maintenant, si l'on pose

$$u = 0 \quad \text{ou} \quad \alpha = 90°,$$

les deux premières se trouvent satisfaites, sans supposer aucune relation entre v et w : de manière que, si l'on détermine ces inconnues au moyen des deux dernières équations uniquement, toutes les conditions se trouveront remplies. En éliminant dans l'hypothèse de $u = 0$, il vient

$$w = \sqrt{\frac{1}{2}\left(1 \pm \frac{1}{\sqrt{4m^2 + 1}}\right)},$$

$$v = -\sqrt{\frac{1}{2}\left(1 \mp \frac{1}{\sqrt{4m^2 + 1}}\right)},$$

m étant égal à

$$\frac{C'}{B' - C''}.$$

Or, m^2 étant essentiellement positif, $4m^2 + 1$ l'est aussi et > 1 : donc $\frac{1}{\sqrt{4m^2+1}}$ est réel et < 1, et conséquemment w^2 et v^2 sont positifs, réels et moindres que l'unité; il s'ensuit qu'il y a toujours deux axes perpendiculaires à celui des x qui satisfont aux conditions des axes d'élasticité. Les signes contraires de v et de w montrent en outre qu'ils sont perpendiculaires entre eux.

1003. — Nous supposerons donc, pour plus de simplicité, que les axes coordonnés coïncident avec ceux d'élasticité, de sorte que

$$A = a, \quad A' = A'' = 0;$$

$$B' = b, \quad B = B'' = 0;$$

$$C'' = c, \quad C = C' = 0:$$

ce qui donne alors, en vertu de l'art. 998, pour expressions des forces partielles

$$f = a\,x = a\,r\,.\,\cos\alpha\,,$$

$$f' = b\,y = b\,r\,.\,\cos\beta\,,$$

$$f'' = c\,z = c\,r\,.\,\cos\gamma\,;$$

et, en vertu de l'art. 999,

$$F = r\,(a\cos^2\alpha + b\cos^2\beta + c\cos^2\gamma)$$

pour valeur totale de la force qui pousse la molécule M dans la direction de r. On observera que cette expression est générale, et que

$$a = \int \varphi'\,d\,m\,.\,\cos^2\lambda\,,$$

$$b = \int \varphi'\,d\,m\,.\,\cos^2\mu\,,$$

$$c = \int \varphi'\,d\,m\,.\,\cos^2\nu.$$

1004. — Fresnel conçoit ensuite une surface qu'il nomme la *surface d'élasticité*, construite d'après la loi suivante :

Sur chacun des axes d'élasticité et sur chaque rayon vecteur r mené dans toutes les directions, prenons une longueur, suivant ce rayon, proportionnelle à la racine carrée de l'élasticité qu'exerce le milieu sur la molécule déplacée, c'est-à-dire à $\sqrt{F}$. En nommant R cette longueur ou le rayon vecteur de la surface d'élasticité, on aura

$$R^2 = (a\,r\,.\,\cos^2\alpha + b\,r\,.\,\cos^2\beta + c\,r\,.\,\cos^2\gamma) \times \text{const.}$$

Les valeurs de R parallèles aux axes sont données par les équations

$$R^2 = a\,r\,.\,\text{const}\,,$$

$$R^2 = b\,r\,.\,\text{const}\,,$$

$$R^2 = c\,r\,.\,\text{const}.$$

quantités que nous désignerons simplement par a^2, b^2, c^2, sans faire usage désormais des dénominations précédentes : de sorte que l'équation de la surface d'élasticité prend la forme

$$R^2 = a^2 . \cos^2 X + b^2 . \cos^2 Y + c^2 . \cos^2 Z ,$$

X, Y, Z, remplaçant alors α, β, γ.

1005. — Imaginons maintenant une molécule déplacée qui vibrant dans la direction de R, est retenue dans cette direction, ou du moins s'en écarte assez peu pour qu'il soit permis de négliger ses excursions dans le sens perpendiculaire au rayon vecteur : alors la force d'élasticité qui règlera ses vibrations sera proportionnelle à R^2 et la vitesse de l'onde lumineuse propagée transversalement (ou perpendiculairement à R) sera proportionnelle à R : de sorte que, la surface d'élasticité étant donnée, la vitesse d'une onde transmise par le milieu dans une direction donnée et dans un plan de polarisation donné, s'obtiendra de la manière suivante :

Menons une ligne droite parallèle à la surface de l'onde et à angles droits sur son plan de polarisation, cette ligne sera la direction des vibrations qui propagent l'onde; menons un rayon vecteur de la surface d'élasticité qui lui soit parallèle, et ce rayon représentera la vitesse de l'onde.

1006. — En écrivant, au lieu de

$$R , \cos X , \cos Y , \cos Z ,$$

leurs valeurs en fonction des coordonnées, l'équation de la surface d'élasticité devient

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 = a^2 x^2 + b^2 y^2 + c^2 z^2 :$$

c'est donc en général une surface du quatrième ordre. Si nous

la supposons coupée par un plan qui passe par son centre, et dont l'équation générale est par conséquent de la forme

$$mx + ny + pz = 0,$$

la courbe d'intersection sera une espèce d'ovale.

1007. — Supposons maintenant une molécule qui vibre dans ce plan : à chaque période de vibration elle ne sera point poussée directement vers son point de repos, mais obliquement, de manière qu'elle décrira non pas une ligne droite, mais une courbe plus ou moins compliquée. Néanmoins son mouvement sera toujours décomposable en deux autres rectilignes et perpendiculaires entre eux, l'un parallèle au plus grand et l'autre au plus petit diamètre de la section. Chacun de ces mouvements vibratoires s'effectuera indépendamment de l'autre, et par conséquent l'impulsion propagée au travers du cristal affectera chacune de ses molécules de la même manière que le feraient deux vibrations séparées, indépendantes et perpendiculaires entre elles, mais propagées avec des vitesses différentes : conséquemment, chaque système d'ondes propagé du dehors au dedans du cristal se décomposera, à son incidence, en deux autres, propagés avec des vitesses différentes et polarisés dans des plans qui se croisent à angles droits, c'est-à-dire dans des plans respectivement parallèles au plus grand et au plus petit diamètre de la section de la surface d'élasticité parallèle au plan de chaque onde. Comme toute différence entre les vitesses de deux ondes propagées parallèlement dans un milieu produit une différence correspondante entre leurs plans au moment où elles émergent dans un autre milieu où elles prennent une vitesse commune, ces ondes cesseront d'être parallèles à leur sortie, et les rayons qui leur étaient perpendiculaires s'inclineront l'un vers l'autre, en produisant ainsi les phénomènes de la double réfraction. Il est évident que les ondes, à leur émergence, doivent conserver les plans de polarisation qu'elles ont pris dans le cristal,

parce que chaque molécule du milieu extérieur se mouvra seulement dans le plan où l'aura poussée la molécule contiguë du milieu qu'elle vient de quitter.

1008. — Cette théorie explique parfaitement la bifurcation du rayon émergent et les états opposés de polarisation des deux faisceaux. Ces faisceaux coïncident en direction, et ne subissent que la réfraction simple lorsque la section de la surface d'élasticité, dont nous avons parlé plus haut, est un cercle, parce qu'alors, tous les rayons vecteurs étant égaux, l'élasticité est la même dans toutes les directions, et que toutes les vibrations ont des périodes égales; de sorte que, dans ce cas, la résolution de l'onde incidente en deux autres ne peut plus avoir lieu, et que son plan de polarisation demeure invariable : or la section dont il s'agit devient un cercle lorsque

$$x^2 + y^2 + z^2 = \text{const} = r^2,$$

ou que

$$a^2 x^2 + b^2 y^2 + c^2 z^2 = r^4.$$

Combinant ces équations avec

$$m x + n y + p z = 0,$$

il vient

$$r^4 = r^2 (x^2 + y^2 + z^2),$$

$$p^2 r^4 = r^2 [p^2 x^2 + p^2 y^2 + (m x + n y)^2],$$

$$p^2 r^4 = p^2 a^2 x^2 + p^2 b^2 y^2 + c^2 (m x + n y)^2.$$

Egalant ces dernières, et faisant attention que l'équation résultante doit se vérifier indépendamment des valeurs particulières de x, y, il vient

$$r^2 (m^2 + p^2) = a^2 p^2 + m^2 c^2,$$

$$m\, n\, r^2 = m\, n\, c^2,$$

$$r^2 (p^2 + n^2) = b^2 p^2 + n^2 c^2.$$

Ces équations ne peuvent être satisfaites que par l'hypothèse de l'évanouissement de l'une des quantités m, n ou p, c'est-à-dire par la coïncidence de la section dont il s'agit avec l'un des axes. En supposant $m = 0$, il vient

$$r = a, \quad \left(\frac{n}{p}\right)^2 = \frac{a^2 - b^2}{c^2 - a^2};$$

ce qui montre que $\left(\frac{n}{p}\right)^2$ ne saurait être positif, et que par conséquent $\frac{n}{p}$ ne peut être réel, à moins que a, demi-axe de la surface par lequel passe la section, n'ait une longueur moyenne entre celles des deux autres demi-axes b et c.

1009. — Il paraît donc que la surface d'élasticité admet seulement deux sections circulaires formées par des plans diamétraux passant par un axe moyen de la surface. De plus, puisque $\frac{n}{p}$ a deux valeurs égales, mais de signes contraires, ces sections sont également inclinées sur chacun des deux autres axes. Leurs normales sont les *axes optiques* du cristal, suivant lesquels il n'y a pas de réfraction. Il y aura donc deux de ces derniers, et deux seulement, dans tous les cristaux qui possèdent trois axes inégaux d'élasticité.

1010. — La position de ces axes dépend entièrement des valeurs de a, b, c, demi-axes de la surface d'élasticité. Cependant nous n'avons pas d'autre mesure de l'élasticité du milieu que la vitesse des rayons qui le traversent. Or, les phéno-

mènes de la dispersion ordinaire semblent indiquer que les rayons de différentes couleurs sont propagés dans le même milieu, avec des vitesses un peu différentes, ce qu'on explique à l'aide de certaines suppositions relatives à l'étendue de la sphère d'action des molécules du milieu, comparée aux longueurs d'ondulation. Si l'on admet cette différence, on doit prendre les demi-axes a, b, c proportionnels aux vitesses de propagation et variant avec les longueurs des ondes. Or, cette variation peut ne pas avoir le même rapport pour les trois demi-axes; ce qui ferait varier les valeurs de $\frac{n}{p}$. Mais $\frac{n}{p}$ est la tangente de l'inclinaison du plan de la section vers celui des $x\,y$, ou de la moitié de l'angle compris entre les deux sections circulaires, c'est-à-dire la cotangente de la moitié de l'angle entre les axes optiques. Ce dernier deviendra donc variable, et donnera lieu à la séparation des axes de différente couleur et à leur distribution, sous un certain angle, dans le plan qui en contient deux quelconques de la même couleur; ce que l'on observe effectivement (art. 921 et 922).

1011. — Les lois générales de la double réfraction se déduisent de ces principes avec la plus grande facilité. Il suffit de reprendre la construction et le raisonnement employés art. 806, 807 et suivants, de substituer à l'ellipsoïde de révolution qui, dans la théorie de Huyghens, est la figure de l'onde provenant d'une molécule quelconque du cristal, la surface qui, dans le cas général, termine toute onde propagée de cette manière, et de chercher le point de contact I (fig. 170) de cette surface avec un plan I K T passant par la ligne K T menée comme l'avons dit à ces articles. Il y a cependant cette différence entre les deux axes, ou du moins entre les deux manières de les traiter, que dans la théorie de Huyghens la forme de l'onde est prise arbitrairement, tandis que dans celle-ci on la détermine *a priori*. C'est pourquoi nous devrons nous départir à certains égards de la marche que nous avions

adoptée d'abord. Si l'on connait *a priori* la forme de l'onde, on connaît la position de son plan tangent. Réciproquement, si l'on peut *a priori* assigner ce plan pour un point quelconque, l'onde qui doit toucher tous ces plans sera déterminée sous les conditions particulières au cas que l'on discute.

1012. — On a vu à l'art. 807 que le plan tangent coïncide toujours avec la position que prend, dans le cristal, la surface d'une onde plane, indéfinie, émanant d'un luminaire infiniment éloigné et perpendiculaire à la ligne d'incidence RC. Il suit de plus de l'art. 811 que, si l'on connait la vitesse avec laquelle une pareille onde avance dans le cristal, dans une direction perpendiculaire à la surface de ce milieu, on peut calculer son inclinaison sur la surface d'indicence par la loi de réfraction ordinaire, en prenant un indice qui soit à celui du milieu ambiant comme la vitesse de l'onde, avant l'incidence, est à sa vitesse dans le milieu, dans le sens perpendiculaire à sa propre surface. Il faut se rappeler ici la distinction faite à l'art. 813 entre la vitesse de l'*onde* et celle du *rayon* qui l'accompagne et qui est généralement oblique à sa surface. Or, la vitesse de l'onde dans le milieu suivant une direction quelconque est donnée par l'équation de la surface d'élasticité, dont le rayon vecteur sert à la déterminer dans tous les cas. Il a été démontré, d'ailleurs, que chaque vibration imprimée aux molécules du cristal se décompose en deux autres rectilignes et propagées avec des vitesses proportionnelles au plus grand et au plus petit diamètre de la section de la surface d'élasticité parallèle au plan de ces deux vibrations. Mais, pour ce qui concerne la double réfraction, il est indifférent de regarder la bifurcation comme ayant lieu par la séparation d'un faisceau extérieur en deux autres intérieurs, ou par celle d'un faisceau intérieur en deux autres extérieurs. Nous choisirons ce dernier cas, et nous supposerons que les ondes, ordinaire et extraordinaire, soient parallèles *dans* le cristal.

Voici comment nous pourrons alors assigner leurs vitesses :

L'équation de la surface d'élasticité étant

$$R^4 = a^2 x^2 + b^2 y^2 + c^2 z^2,$$

si l'on prend pour équation d'un plan sécant

$$z = m x + n y,$$

et qu'on pose $V =$ le rayon vecteur maximum ou minimum de la surface de la section dont il s'agit, V sera la valeur de R qui rend $d R = o$, et s'obtiendra, par conséquent, en éliminant entre les équations

$$V^2 = x^2 + y^2 + z^2,$$

$$V^4 = a^2 x^2 + b^2 y^2 + c^2 z^2,$$

$$z = m x + n y,$$

et leurs différentielles prises dans l'hypothèse de V constant. Cette élimination, assez compliquée du reste, doit être effectuée comme il suit : D'abord, si l'on élimine $d x, d y, d z$, entre les équations différentielles, et que l'on écrive, au lieu de z, sa valeur dans tout le système, il vient, en posant

$$p = a^2 - b^2, \quad q = a^2 - c^2, \quad r = b^2 - c^2:$$

$$V^4 = (a^2 + m^2 c^2) x^2 + (b^2 + n^2 c^2) y^2 + 2 m n c^2 x y,$$

$$V^2 = (1 + m^2) x^2 + (1 + n^2) y^2 + 2 m n x y,$$

$$o = m n q x^2 - m n r y^2 + k x y,$$

k ayant pour valeur

$$p + n^2 q - m^2 r = (1 + n^2) q - (1 + m^2) r.$$

ces équations donnent, par élimination, en faisant

$$M = k^2 + 4\, m^2\, n^2\, q\, r:$$

$$M\, x^2 = V^2\,(V^2 - c^2)\,[(1 + n^2)\,k + 2\, m^2\, n^2\, r] - r\, k\, V^2,$$

$$M\, y^2 = -\, V^2\,(V^2 - c^2)\,[(1 + m^2)\,k - 2\, m^2\, n^2\, q] + r\, q\, V^2,$$

$$M\, x y = -\, m\, n\,[(1 + n^2)\,q + (1 + m^2)\,r]\,V^2\,(V^2 - c^2) + 2\, m\, n\, q\, r\, V^2.$$

Enfin, en égalant le carré de cette dernière au produit des deux autres et en opérant toutes les réductions, on trouve, pour déterminer V,

$$\left.\begin{array}{l}(V^2 - a^2)\,(V^2 - b^2) + m^2\,(V^2 - b^2)\,(V^2 - c^2) \\ \quad + n^2\,(V^2 - a^2)\,(V^2 - c^2)\end{array}\right\} = 0.$$

1013. — Les racines de cette équation donnent les valeurs maximum et minimum du rayon vecteur dans le plan de la section, et par conséquent les vitesses des ondes, ordinaire et extraordinaire, qui se meuvent parallèlement entre elles dans le cristal. Il est aisé d'en déduire la figure de l'onde : car la surface de celle-ci doit toucher constamment un plan qui se trouve à la distance V du plan sécant, dont l'équation est

$$z = m\, x + n\, y,$$

quelles que soient d'ailleurs les valeurs de m et de n.

La recherche de cette figure se réduit donc à un problème de pure géométrie : Assigner l'équation d'une surface courbe qui touche tous les plans parallèles à celui dont l'équation est $z = m\, x + n\, y$, et qui s'en trouve éloignée d'une quantité V, fonction de m et de n donnée par l'équation précédente.

La résolution de ce problème fournit l'équation suivante :

$$\left.\begin{array}{l}(a^2 x^2 + b^2 y^2 + c^2 z^2)(x^2 + y^2 + z^2) + a^2 b^2 c^2 \\ - a^2 (b^2 + c^2) x^2 - b^2 (a^2 + c^2) y^2 - c^2 (a^2 + b^2) z^2\end{array}\right\} = 0.$$

1014. — La surface représentée par cette équation est, en général, du quatrième ordre, et se compose de deux surfaces ou nappes distinctes. Le contact de l'une d'elles avec le plan en question détermine la direction du rayon ordinaire, et celui de l'autre avec le même plan celle du rayon extraordinaire. Or il importe de remarquer que, tant qu'on n'attribue pas des valeurs particulières à a, b, c, cette équation n'est pas décomposable en facteurs quadratiques; de manière qu'aucune de ces nappes n'est sphérique ou ellipsoïdale, et que les rayons, ordinaire et extraordinaire, ne suivent ni la loi de Descartes ni celle de Huyghens. Ce fait est trop remarquable pour qu'on ait négligé de le vérifier. Fresnel a employé deux méthodes pour le soumettre à l'expérience. La première consiste à mesurer directement les vitesses des deux rayons dans des lames de topaze taillées suivant des directions différentes par rapport à leurs axes, en employant la méthode décrite aux articles 738 et 739. Puisqu'une différence de vitesses entre les rayons interférents déplace les franges diffractées, comme le ferait une différence d'épaisseur, si dans deux lames taillées différemment, mais d'une épaisseur absolument égale, les franges formées par les rayons ordinaires sont déplacées différemment, quand les lames sont combinées l'une après l'autre avec une même lame de verre ou de tout autre milieu pris pour terme de comparaison, il est clair qu'alors leur vitesse ne peut être la même dans les deux lames. Par conséquent, si l'on observe une telle différence dans les franges formées par l'interférence des rayons ordinaires et extraordinaires, il ne saurait y avoir de vitesse constante. Pour s'assurer de l'égalité d'épaisseur, on cimente ensemble deux lames bord à bord; puis, après les avoir polies de cette manière, on examine soigneusement leurs surfaces

pour s'assurer de leur parfaite continuité; ce qui se fait au moyen de l'image réfléchie d'un objet éloigné, et d'une manière plus précise encore, en appuyant légèrement une lentille convexe de long foyer sur la ligne qui les joint. Si les anneaux colorés formés entre les surfaces ne sont pas interrompus, on est sûr que la condition cherchée est rigoureusement remplie. L'expérience étant faite de cette manière, Fresnel la trouva conforme à la conclusion que lui avait fournie sa théorie; mais, pour s'assurer encore davantage de ce résultat, il eut recours à la méthode suivante.

1015. — Dans la topaze, la réfraction extraordinaire est plus forte que l'autre; de manière que, lorsqu'on fait usage d'un prisme de cette matière, le rayon ordinaire se reconnaît sur-le-champ par sa moindre déviation. Fresnel se procura deux prismes provenant de la même topaze dans lesquels la base était parallèle aux plans de clivage, et par conséquent perpendiculaire à la fois à la ligne qui partage l'angle entre les axes optiques en deux parties égales, et à la section principale du cristal, c'est-à-dire à l'axe moyen d'élasticité. Mais dans l'un de ces prismes, le plan de l'angle réfringent coïncidait avec cette section, tandis que dans l'autre ce plan lui était perpendiculaire, puisque c'est dans ces plans que la différence entre les vitesses du rayon ordinaire est la plus grande, comme il résulte évidemment de ce qui a été dit plus haut. Ces prismes furent cimentés face à face, ensorte que leurs bases se trouvaient dans un même plan, et leurs arêtes en ligne droite. Alors on les polit soigneusement, afin de rendre leurs angles tout-à-fait égaux.

Dans cet état, le prisme composé A B C, fig. 199, 1 (vu en perspective, fig. 199, 2), dont l'angle réfringent A B C était d'environ 92°, fut achromatisé par deux prismes de crown-glass C B A et D C A. Il resta cependant une légère couleur non compensée en faveur du prisme de topaze. Regardant alors au travers de la face E B, on fit tourner tout

le système autour de l'arête réfringente prise pour axe de rotation jusqu'à ce que l'image d'un objet éloigné (une ligne noire sur un fond blanc) parût stationnaire; ce qui prouve que les rayons réfractés des deux espèces avaient traversé le prisme presque parallèlement à sa base ou perpendiculairement à l'axe de moyenne élasticité, mais dans les plans différents que nous avons déjà signalés.

Or, on observa que l'image la moins réfractée de la ligne noire, c'est-à-dire l'image ordinaire, étant plus déviée dans l'un que dans l'autre prisme, paraissait rompue à leur jointure tandis que l'image la plus réfractée, c'est-à-dire l'image extraordinaire, formait une ligne continue. Ce dernier phénomène peut faire soupçonner, au premier abord, que l'image extraordinaire a été prise pour l'autre par erreur; mais on reconnaît bientôt qu'il n'est qu'une conséquence de la théorie à laquelle il sert ainsi de confirmation.

1016. — Lorsque deux des axes d'élasticité, *b* et *c* par exemple, deviennent égaux, l'équation générale de la surface de l'onde se décompose en deux facteurs, et prend la forme

$$(x^2+y^2+z^2-b^2)\,[a^2x^2+b^2(y^2+z^2)-a^2b^2]=0,$$

ce qui est le produit de l'équation d'une sphère par celle d'un ellipsoïde de révolution. Alors, les deux sections circulaires coïncident avec le plan des yz, et les deux axes optiques avec l'axe des x. Ce cas est celui des cristaux à un axe, et fournit la démonstration *à priori* de la loi des ondulations elliptiques de Huyghens pour l'onde extraordinaire dans ces cristaux, et de la constance de l'indice de réfraction pour l'onde ordinaire.

La manière dont ce résultat ressort comme corollaire du cas général est à la fois élégante et rigoureuse.

1017. — Fresnel donne, pour la surface de l'onde dans le cas d'axes inégaux, la construction suivante, qui établit une relation immédiate entre la longueur et la direction des diamètres. Concevons un ellipsoïde ayant les mêmes demi-axes *a, b, c,* que l'onde : après l'avoir coupé par un plan diamétral, menons à partir du centre deux droites perpendiculaires à ce plan et respectivement égales au plus grand et au plus petit demi-diamètre de la section. Les lieux des extrémités de ces perpendiculaires seront les surfaces des ondes ordinaires et extraordinaires ; ou, en d'autres termes, ces longueurs seront celles des demi-diamètres des ondes dans ces directions, et serviront, par conséquent, de mesure à la vitesse des rayons de lumière, de même que les demi-diamètres dans l'ellipsoïde de Huyghens sont proportionnels aux vitesses des rayons extraordinaires qui se trouvent dans leurs directions.

1018. — Enfin, si l'on divise l'unité par les carrés des deux demi-axes de la section diamétrale de l'ellipsoïde, la différence de ces fractions sera proportionnelle au produit des sinus des angles que la perpendiculaire à cette section fait avec les deux normales aux plans des sections circulaires de l'ellipsoïde. Or, dans tous les cristaux connus jusqu'à présent, ces sections circulaires diffèrent très peu de celles de la surface d'élasticité, et peuvent être supposées en coïncidence avec elles, sans erreur sensible. Les normales en question peuvent donc être prises pour les axes optiques du cristal. C'est là l'origine de la loi déduite des lemniscates colorées, qui suppose la différence des valeurs inverses des quarrés des vitesses proportionnelle au produit des sinus des angles entre le rayon et les axes optiques.

Les phénomènes des anneaux polarisés sont ramenés de cette manière aux principes généraux.

1019. — Telle est la belle théorie de Fresnel et de

Youg (1). Des phénomènes nombreux et compliqués, déduits, d'une hypothèse clairement établie, par la seule puissance de l'analyse, et par des calculs trop longs pour qu'on pût en prévoir le résultat, tels sont les titres que présente ce système pour être admis au nombre des vérités démontrées.

On jugera maintenant, par ce que nous en avons fait connaître, s'il mérite les éloges que nous lui avons donnés dans un autre paragraphe.

1020. — Les *axes d'élasticité* sont ceux que Fresnel regarde comme les axes fondamentaux d'un milieu biréfringent. On ne peut regarder comme tels les *axes optiques*, pour une foule de raisons. Premièrement, ils sont rarement symétriques par rapport aux lignes fondamentales dans la forme cristalline; secondement, ils varient de position selon la couleur de la lumière incidente; troisièmement, on a trouvé que leur situation change avec la température, la couleur restant la même. Ce fait important a été reconnu par M. Mitscherlich, et nous aurons bientôt occasion d'en parler. Il suit de là qu'on ne peut les regarder que comme des lignes secondaires, auxquelles on ne peut supposer aucune propriété *a priori*, mais qui satisfont simplement à la condition $v - v' = 0$, en vertu des lois qui règlent la forme de v et de v', vitesses des deux rayons, et qui donnent leurs valeurs en fonction de quantités que l'on peut regarder comme fondamentales pour un rayon incident déterminé. Les axes d'élasticité eux-mêmes peuvent, à la rigueur, être regardés comme de simples conséquences des équations de l'art. 1000, et être conclus de données moins

---

(1) On ne pourrait sans injustice séparer les noms de ces deux grands physiciens, car leurs travaux sont tellement liés dans chaque partie du système ondulatoire, qu'on ne peut distinguer ce qui est dû à la pénétration et à la sagacité de l'un, de ce qui est le fruit du jugement profond et des expériences décisives de l'autre.

prochaines, dépendantes des lignes fondamentales dans la forme cristalline, ainsi que de l'intensité et de la distribution des forces moléculaires. En conséquence, le docteur Brewster considère les axes optiques comme provenant d'autres qu'il nomme axes de polarisation, et dont il suppose *émaner* des forces polarisantes qui produisent les phénomènes des anneaux et ceux de polarisation et de réfraction double. Nous ne nous arrêterons pas ici à examiner si ces termes sont choisis convenablement. Si l'on n'en est pas satisfait, on peut leur substituer mentalement des dénominations plus générales, relatives à la position et à l'origine de ces forces et de ces axes.

1021. — *Première demande.* Un axe unique de polarisation a les caractères de la ligne suivant laquelle il n'y a pas de réfraction double, et coïncide avec l'axe du sphéroïde de Huyghens, dans les cristaux qui n'ont qu'un seul axe. L'axe de polarisation sera censé positif dans le quartz, etc.; et négatif dans le carbonate de chaux, etc.

1022. — *Deuxième demande.* La force polarisante d'un axe unique dans un milieu quelconque a pour mesure proportionnelle la teinte des faisceaux, ordinaire et extraordinaire, lorsque de la lumière polarisée traverse une épaisseur donnée d'un prisme biréfringent.

1023. — *Corollaire* 1. La force polarisante d'un axe unique dans un milieu donné est en raison du carré du sinus de l'angle que le rayon fait avec l'axe en traversant le milieu.

1024. — *Corollaire* 2. La même force est aussi en raison inverse de l'épaisseur nécessaire pour développer des teintes égales sous un angle donné. C'est ce qu'on pourrait appeler la force polarisante *intrinsèque* ou *l'intensité* de l'axe.

1025. — *Troisième demande.* Lorsque deux axes coexistent

dans un même milieu et agissent simultanément, ils polarisent une teinte qui a pour mesure (art. 906) la diagonale d'un parallélogramme dont les côtés mesurent les teintes qui seraient polarisées séparément, et ils comprennent un angle double de l'inclinaison mutuelle de deux plans qui passeraient chacun par le rayon et l'un des axes.

1026. — *Corollaire* 1. Si t et t' sont les mesures numériques des teintes polarisées par chacun des axes séparément, T, mesure numérique de celle qui résulte de leurs actions réunies, sera donnée par l'équation

$$T^2 = t^2 + 2\,tt' \cos 2\,C + t'^2,$$

C désignant l'inclinaison mutuelle des deux plans dont nous venons de parler.

1027. — *Corollaire* 2. Si a et b représentent les intensités des axes, et α et β les angles entre le rayon et chacun d'eux, on a

$$t = a \,.\, \sin^2 \alpha,$$
$$t' = b \,.\, \sin^2 \beta,$$

et

$$T^2 = (a \sin^2 \alpha)^2 + (b \sin^2 \beta)^2 + 2\,a\,b \sin^2 \alpha \sin^2 \beta\,(1 - 2 \sin^2 C),$$
$$= (a \sin^2 \alpha + b \sin^2 \beta)^2 - 4\,a\,b \sin^2 \alpha \sin^2 \beta \sin^2 C,$$

ou bien

$$T^2 = (a \sin^2 \alpha - b \sin^2 \beta)^2 + 4\,a\,b \sin^2 \alpha \sin^2 \beta \cos^2 C.$$

1028. — Soit γ l'angle compris entre les axes de polarisation : puisque α, β, γ, sont les côtés d'un triangle sphérique, et C l'angle compris entre les côtés α et β, ou opposé à γ, on a

$$\cos C = \frac{\cos \alpha \cos \beta - \cos \gamma}{\sin \alpha \sin \beta};$$

et, en substituant cette valeur de cos C dans la dernière expression de T^2, il vient, après réduction,

$$T^2 = (a \sin^2 \alpha + b \sin^2 \beta)^2$$
$$- 4ab(1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \cos^2 \gamma + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma).$$

1029. — *Corollaire* 3. Si les axes de polarisation sont perpendiculaires,

$$\gamma = 90^\circ, \quad \cos \gamma = 0,$$

et l'expression de la teinte composée devient

$$T^2 = (a \sin^2 \alpha + b \sin^2 \beta)^2 - 4ab(\sin^2 \alpha - \cos^2 \beta).$$

1030. — *Théorème*. « Étant donnés des axes rectangulaires, « tous deux positifs ou tous deux négatifs, on peut assigner « deux autres axes ou lignes fixes, tels qu'en nommant θ et θ' « les angles qu'ils forment respectivement avec un rayon « traversant une portion sphérique du milieu, la teinte po- « larisée soit proportionnelle à $\sin \theta \sin \theta'$ » (1).

Soient A C et B C (fig. 199) les deux axes de polarisation qui se coupent à angles droits; supposons que B C soit le plus énergique. Soit O C un rayon qui pénètre le cristal : dans un plan P C Q, perpendiculaire à A B C, menons deux droites

(1) M. Biot a remarqué d'abord le fait énoncé dans ce théorème, c'est-à-dire que l'hypothèse des axes de polarisation conduit à un résultat *mathématiquement* identique avec la loi du produit des sinus, qui appartient à ce savant. Cependant il en a omis la démonstration. Le docteur Brewster paraît avoir vérifié cette conformité de résultats, en soumettant à sa propre théorie les expériences de M. Biot sur le sulfate de chaux.

quelconques P C, Q C, formant avec B C des angles égaux représentés chacun par x. Si l'on conçoit une sphère ayant C pour centre, elle coupera les plans A B C, P C Q, O C A, O C B, O C P, O C Q, suivant les grands cercles A B, P B Q, O A, O B, O P, O Q, et l'on aura

$$PB = QB = x, \quad OA = \alpha, \quad OB = \beta,$$
$$OP = \theta, \quad OQ = \theta';$$

et, par la trigonométrie sphérique, le triangle O B P fournira

$$\cos OBP = \sin OBA = \sin AOB \, . \, \frac{\sin OA}{\sin AB},$$
$$= \sin \alpha \, . \, \sin C, \text{ puisque } AB = 90°,$$
$$= \frac{\cos \beta \, . \, \cos x - \cos \theta}{\sin \beta \, . \, \sin x},$$

et par conséquent,

$$-\cos \theta = \sin \alpha \, . \, \sin \beta \, . \, \sin x \, . \, \sin C - \cos \beta \, . \, \cos x.$$

On tire pareillement du triangle O B Q, à cause de

$$OBQ = 90° + OBA,$$
$$+\cos \theta' = \sin \alpha \sin \beta \sin x \sin C + \cos \beta \cos x.$$

Faisant l'addition et la soustraction, en posant, pour abréger,

$$\cos \theta' = p, \quad \cos \theta = q,$$

il vient

$$p + q = 2 \cos \beta \cos x, \quad p - q = 2 \sin \alpha \sin \beta \sin x \sin C.$$

Ces équations expriment les relations géométriques qui subsistent entre les lignes P C, Q C, et les axes A C, B C; si on les combine avec celles des art. 1028 et 1029, elles suffisent

pour éliminer α, β et C, et pour exprimer T en fonction de x, θ et θ' seulement. En effet on a, en vertu des équations précédentes,

$$\left(\frac{p+q}{2\cos x}\right)^2 = \cos^2 \beta,$$

$$\left(\frac{p-q}{2\sin x}\right)^2 = \sin^2 \alpha . \sin^2 \beta . \sin^2 C.$$

En écrivant $1 - \cos^2 C$ au lieu de $\sin^2 C$, et au lieu de $\cos^2 C$ sa valeur donnée à l'art. 1028, valeur qui se réduit à

$$\cos^2 C = \frac{\cos^2 \alpha \cos^2 \beta}{\sin^2 \alpha \sin^2 \beta},$$

à cause de $\gamma = 90°$, on trouve

$$\left(\frac{p-q}{2\sin x}\right)^2 = \sin^2 \alpha . \sin^2 \beta - \cos^2 \alpha . \cos^2 \beta = \sin^2 \alpha - \cos^2 \beta;$$

d'où

$$\sin^2 \alpha = \left(\frac{p+q}{2\cos x}\right)^2 + \left(\frac{p-q}{2\sin x}\right)^2,$$

$$\sin^2 \beta = 1 - \left(\frac{p+q}{2\cos x}\right)^2.$$

Substituant ces valeurs dans l'équation de l'art. 1029,

$$T^2 = \left[b + \frac{a-b}{4\cos^2 x}(p+q)^2 + \frac{a}{4\sin^2 x}(p-q)^2\right]^2$$
$$- \frac{ab}{\sin^2 x}(p-q)^2.$$

Telle est l'expression générale de la teinte lorsqu'on la rapporte à des axes arbitraires, comme on l'a supposé ici. On peut la rendre plus simple en fixant la position des nouveaux axes de manière à avoir

$$\sin^2 x = \frac{a}{b};$$

il vient alors

$$\frac{a}{4 \sin^2 x} = \frac{b}{4} \quad \text{et} \quad \frac{a-b}{4 \cos^2 x} = -\frac{b}{4};$$

ce qui réduit la valeur de T^2 à

$$T^2 = b^2 \left\{ \left[1 - \left(\frac{p+q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p-q}{2}\right)^2 \right]^2 - (p-q)^2 \right\}$$

$$= b^2 \left[(1-pq)^2 - (p-q)^2 \right] = b^2 \left[1 - p^2 - q^2 + p^2 q^2 \right]$$

$$= b^2 (1-p^2)(1-q^2) = b^2 \sin^2 \theta \sin^2 \theta' :$$

et conséquemment

$$T = -b \sin \theta \,.\, \sin \theta'.$$

On verra à l'art. 1034 la raison qui fait préférer le signe négatif.

1031. — On voit par là que l'action combinée des deux axes, suivant le système du docteur Brewster, fait naître une série de lignes isochromatiques disposées en forme de sphéro-lemniscates autour de deux pôles P, Q, déterminés par la condition

$$\sin B P = \sin B Q = \sqrt{\frac{\text{intensité de l'axe le plus faible}}{\text{intensité de l'axe le plus fort}}}.$$

Les lignes C P et C Q ont donc le caractère des axes optiques dans les cristaux à deux axes, et peuvent être désignés sous le nom d'*axes résultants*. Toutefois il faut bien se garder de confondre, dans cette théorie, un axe *résultant* avec un axe *de polarisation*.

1032. — Quand les axes de polarisation ne sont pas de même dénomination, c'est-à-dire quand l'un est positif et l'autre négatif, la valeur de sin B P devient imaginaire, et les teintes ne sont pas susceptibles de se disposer de la manière susdite. Mais, si l'on suppose que les nouveaux axes se trouvent alors dans le même plan que ceux de polarisation, comme dans la fig. 200, on a

$$\cos OBA = +\cos OBQ$$

et

$$\cos OBA = -\cos OBP;$$

mais

$$\cos OBA = -\frac{\cos\alpha}{\sin\beta}$$

et

$$\cos OBQ = \frac{\cos\beta \,.\, \cos x - \cos\theta'}{\sin\beta \,.\, \sin x}:$$

de sorte que

$$\cos\theta' = p = \cos\beta \,.\, \cos x + \cos\alpha \,.\, \sin x,$$

et pareillement

$$\cos\theta = q = \cos\beta \,.\, \cos x - \cos\alpha \,.\, \sin x;$$

ce qui donne, par addition et soustraction,

$$\cos\alpha = \frac{p-q}{2\sin x}, \quad \cos\beta = \frac{p+q}{2\cos x}.$$

En substituant ces valeurs dans l'équation générale en T^2, il vient

$$T^2 = \left[(a+b) - \left(\frac{a}{\sin^2 x} + \frac{b}{\cos^2 x}\right)\left(\frac{p^2+q^2}{4}\right) + \left(\frac{a}{\sin^2 x} - \frac{b}{\cos^2 x}\right)\frac{p\,q}{2}\right]^2$$

$$- 4\,a\,b + \frac{a\,b}{\sin^2 x\,.\cos^2 x}(p^2+q^2) + \frac{2\,a\,b\,(\sin^2 x - \cos^2 x)}{\sin^2 x\,.\,\cos^2 x}\,p\,q.$$

En supposant dans celle-ci

$$\frac{a}{\sin^2 x} + \frac{b}{\cos^2 x} = 0, \text{ ou } \tan^2 x = -\frac{a}{b},$$

on trouve, après substitution et réduction,

$$T^2 = \frac{(1-p^2)(1-q^2)}{\cos^4 x}\,.\,b^2 = \frac{b^2\,.\,\sin^2\theta\,.\,\sin^2\theta'}{\cos^4 x}$$

et

$$T = -\frac{b\sin\theta\,\sin\theta'}{\cos^2 x},$$

c'est-à-dire, en remettant, au lieu de $\cos^2 x$, sa valeur déduite de la relation $\tan^2 x = -\frac{a}{b}$,

$$T = -(b-a)\sin\theta\,.\,\sin\theta'.$$

1033. — Dans ce cas les lignes isochromatiques sont également des sphéro-lemniscates. La seule différence consiste en ce que leurs pôles sont alors dans le plan des axes de polarisation, au lieu de se trouver sur une droite perpendiculaire à ce plan, et que le demi-angle entre ces derniers (x), au lieu d'être donné par l'équation

$$\sin x = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad \text{ou} \quad \cos x = \sqrt{\frac{b-a}{b}},$$

est déterminé par l'équation

$$\cos x = \sqrt{\frac{b}{b-a}}.$$

1034. — *Corollaire* 1. Dans le cas de $a = b$, c'est-à-dire quand les deux axes de polarisation sont de même signe et d'égale intensité, on a $\sin x = 1$ ou $x = 90°$; de manière que, l'angle entre les axes étant de 180°, ceux-ci se trouvent en ligne droite, les lemniscates deviennent des cercles, et l'axe résultant unique prend les caractères d'un axe de polarisation. Ainsi, *vice versâ*, un axe de polarisation unique dans une direction quelconque peut se décomposer en deux autres d'égale intensité, perpendiculaires entre eux et à lui, et de signe contraire à l'axe décomposé.

Ceci résulte du signe négatif de T, auquel nous avons donné la préférence en extrayant la racine carrée, aux art. 1030 et 1032, parce que, dans le cas dont il s'agit, lorsque l'arc AB est de 90°, l'angle C ou A O B est nécessairement supérieur à 90°, et 2 C, angle du parallélogramme des teintes, surpasse 180°. Ainsi la diagonale doit se mesurer derrière l'angle, ou doit être une quantité négative.

1035. — *Corollaire* 2. Puisqu'un axe unique équivaut à deux autres, également intenses, de signes contraires, et perpendiculaires entre eux et à cet axe, l'on peut, en prenant ce dernier en sens contraire, obtenir une combinaison de trois axes à angles droits qui s'entredétruisent. C'est ainsi que le docteur Brewster explique l'absence de la polarisation et de la réfraction double dans les cristaux dont la forme primitive est le cube, l'octaëdre régulier, etc., et dont les formes

secondaires indiquent une symétrie parfaite entre les molécules, relativement à trois axes rectangulaires.

1036. — Nous ne nous arrêterons pas plus long-temps sur cette espèce de composition des axes et des teintes. Il nous semble que la règle du parallélogramme des teintes donnée par le docteur Brewster devient inexplicable quand on introduit un troisième axe. En effet, si l'on combine la teinte composée, provenant des deux axes A et B, avec celle qui provient du troisième C, bien que les *côtés* du nouveau parallélogramme soient donnés (c'est-à-dire la teinte composée T et la teinte simple t''), l'énoncé de la règle nous laisse ignorer complétement l'angle, puisqu'il n'assigne pas de ligne unique que l'on puisse combiner avec l'axe C pour obtenir le résultat cherché. Nous nous contenterons donc de renvoyer le lecteur au mémoire original imprimé dans les *Transactions de la Société royale*, 1818.

§ X. — *De la polarisation circulaire.*

Phénomènes de la polarisation circulaire. — Phénomènes produits par la rotation du quartz. — Rotation du plan de polarisation. — Loi de rotation des rayons colorés simples. — Phénomènes des cristaux plagiédraux. — Superposition de lames de cristal de roche. — Améthyste. — Phénomènes rotatoires dans les liquides. — Loi de la rotation pour les mélanges. — Théorie de la polarisation circulaire, par Fresnel. — Double réfraction d'une nature particulière produite par les milieux qui polarisent circulairement. — Caractères de la polarisation circulaire. — Autre manière de produire la polarisation circulaire. — Teintes produites par les rayons polarisés circulairement. — Modifications que subit la lumière par la réflexion totale. — Explication des phénomènes rotatoires.

1037. — Les premiers phénomènes de la classe dont nous allons traiter furent décrits par M. Arago, dans un mémoire sur les couleurs des lames cristallisées, qui se trouve parmi ceux de l'Institut pour 1811. Il observa que, lorsqu'on fait passer perpendiculairement un rayon polarisé au travers

d'une lame de cristal de roche (quartz) taillée perpendiculairement à l'axe de double réfraction, les deux images ont des couleurs complémentaires qui changent lorsque le prisme biréfringent vient à tourner; de sorte que dans le cours d'une demi-révolution, l'image extraordinaire (par exemple), primitivement rouge, devient, par degrés successifs, orange, jaune, jaune-verdâtre, et violet; après quoi la même série de couleurs se reproduit. C'est précisément ce qui arriverait en supposant les divers rayons colorés polarisés à leur émergence dans des plans différents. C'est aussi la conclusion à laquelle parvint M. Arago, dans un mémoire subséquent. M. Biot reprit ce sujet (*Mémoires de l'Institut*, 1812), et ses travaux furent complétés par un nouveau mémoire très intéressant, lu à l'Institut en septembre 1818.

1038. — Nous avons déjà vu que le rayon polarisé qui traverse l'axe du spath d'Islande, du béril et d'autres cristaux à un seul axe, ne subit aucune modification. Si on l'analyse à son émergence avec un prisme biréfringent dont la section principale est dans le plan de polarisation primitive, l'image ordinaire contient le rayon entier, c'est-à-dire que les teintes complémentaires sont le noir et le blanc. Le quartz fait cependant exception à cette règle.

Un rayon polarisé, transmis exactement le long de l'axe de ce cristal, est toujours coloré et partagé; et cet effet est d'autant plus sensible que la lame est plus épaisse. Lorsqu'on place une lame très mince dans un appareil convenable, tel que celui décrit à l'art. 929 et représenté fig. 189, et qu'on fait tourner le prisme dans sa monture, jusqu'à ce que l'image extraordinaire ait un éclat minimum, celle-ci prendra, dans cette position, une teinte violette ou pourpre sombre, parce que les rayons jaunes, c'est-à-dire les plus lumineux, qui forment le complément des rayons violets, sont entièrement éteints. Ayant observé l'angle de rotation du prisme, angle toujours assez petit dans ce cas, au moyen du cercle gra-

dué R, on détache la lame et on lui substitue une autre du même cristal, mais d'une épaisseur double. Alors la teinte cesse d'être violette; mais si l'on fait tourner le prisme d'une quantité angulaire égale dans le même sens, la teinte violette ou pourpre reparaît et correspond au minimum d'éclat. En général, l'arc qui mesure l'angle de rotation du prisme, correspondant au minimum d'intensité et à la teinte pourpre de l'image extraordinaire, croît en raison directe de l'épaisseur des lames que nous supposons toujours provenir du même cristal. En conséquence, si la lame est d'une épaisseur suffisante, il faudra une ou plusieurs circonférences pour obtenir la teinte cherchée; et comme le limbe ne donne que l'excès d'un arc sur des circonférences entières, on pourrait se trouver embarrassé, si l'on n'avait soin d'employer une suite d'épaisseurs assez rapprochées pour ne point intercepter une circonférence entière ou une demi-circonférence.

1039. — Cette expérience nous apprend que le plan de polarisation du rayon jaune moyen, qui a traversé l'axe d'une lame de quartz, s'écarte de sa position primitive d'une quantité proportionnelle à l'épaisseur de la lame; et qu'il prend, au moment de l'émergence, la même position dans laquelle il se trouverait si on l'avait fait tourner uniformément dans le même sens pendant le trajet du rayon au travers de la lame. Le même raisonnement peut s'appliquer à tous les autres rayons homogènes; mais il faut alors abandonner la lumière blanche pour des rayons homogènes de la couleur que l'on veut examiner. Si l'on se sert du rouge, par exemple, ou que l'on place devant l'œil un verre d'un rouge pur, on observera la même chose; seulement au lieu d'une teinte violette et d'un minimum de lumière, on obtiendra une oblitération totale du faisceau extraordinaire lorsque le prisme aura atteint la position convenable; ce qui prouve à l'évidence ce que l'autre observation laissait encore douteux, c'est-à-dire la polarisation *complète* du rayon émergent.

1040. — En examinant de cette manière la quantité dont une même lame de quartz fait dévier les plans de polarisation des divers rayons homogènes, M. Biot a reconnu que *l'action est d'autant plus énergique que les rayons sont plus réfrangibles*, et que l'écart des plans de polarisation croît en conséquence. Suivant cet habile physicien, le coefficient constant, ou l'indice qui représente la vitesse que l'on peut attribuer au plan de polarisation, est proportionnel au carré de la longueur d'une ondulation du rayon homogène que l'on considère. Ainsi, en nommant λ cette longueur et t l'épaisseur de la lame, la déviation est proportionnelle à $k\lambda^2 t$, k étant une certaine constante à laquelle il donne pour valeur

$$\frac{18^\circ.414}{(6.18614)^2},$$

t étant exprimé en millimètres. Il a trouvé et exprimé en degrés sexagésimaux les déviations suivantes, produites par un millimètre d'épaisseur de cristal de roche et correspondantes aux couleurs du spectre.

RAYONS HOMOGÈNES.	ARC DE ROTATION pour un millimètre.
Rouge extrême	17°.4964
Limite du rouge et de l'orangé . .	20°.4798
— de l'orangé et du jaune . .	22°.3138
— du jaune et du vert . . .	25°.6752
— du vert et du bleu	30°.0460
— du bleu et de l'indigo . . .	34°.5717
— de l'indigo et du violet . .	37°.6829
Violet extrême	44°.0827

1041. — En s'occupant de ces recherches, M. Biot fit la découverte singulière d'une différence constante que l'on remarque dans différentes espèces de cristal de roche, relativement au sens dans lequel se fait la rotation ou le changement angulaire du plan de polarisation.

Dans quelques échantillons, ce changement a lieu de droite à gauche. Pour comprendre cette distinction, il faut se figurer un tire-bouchon ordinaire que l'on fait tourner de manière à percer le liège, en tenant devant soi la tête de l'instrument. Cette tête tournera alors de même que le plan de polarisation d'un rayon dont la source serait derrière le spectateur et qui traverserait un cristal *dextro-gyre* (1). Si le tire-bouchon a son filet en sens contraire, le mouvement de la tête représentera celui du plan de polarisation dans un cristal de roche *lévo-gyre*. Il faut observer que nous ne disons pas que le plan de polarisation ait effectivement cette marche dans le cristal, mais que le rayon présente, à son émergence, les mêmes phénomènes que si les choses se passaient ainsi. Cette distinction est importante : car nous allons faire voir qu'on peut considérer le sujet sous un point de vue très différent.

1042. — Lorsque les cristaux qui présentent cette différence remarquable sont taillés et polis de manière que les indications de la forme cristalline se trouvent effacées, on ne peut plus les distinguer entre eux par aucun autre caractère. Cependant, des expériences postérieures à celles de M. Biot ont fait connaître, par induction, un rapport très curieux qui

---

(1) Qui fait tourner le plan de polarisation vers la droite. — Nous avons cru devoir créer ce mot pour traduire l'expression anglaise *right-handed*, afin d'éviter une circonlocution qui se reproduirait trop souvent. Il en est de même du mot *lévo-gyre*, par lequel nous avons essayé de rendre *left-handed*.

(*Note des traducteurs.*)

existe entre le *sens* du mouvement du plan de polarisation et les formes cristallines particulières à un morceau de quartz donné. Dans la variété de quartz cristallisé nommée par Haüy *quartz plagiédral*, on rencontre des faces non symétriques par rapport aux axes et aux sommets de la forme primitive, soit qu'on regarde celle-ci comme un rhomboïde ou comme un dodécaèdre bipyramidal.

La figure 201 représente un tel cristal, dans lequel, le sommet A se trouvant en haut, les faces C C C sont toutes penchées dans le même sens, c'est-à-dire à droite de l'axe, comme si une force agissant de gauche à droite avait rompu leur symétrie. Lorsque c'est le sommet B qui se trouve en haut, la distorsion est la même et dans le même sens à l'égard des faces D D D; et il est très rare de rencontrer des cristaux de quartz, si toutefois il en existe, dans lesquels on trouve deux faces plagiédrales disposées en sens contraire. Or, on s'est assuré que, dans les cristaux qui laissent apercevoir une ou plusieurs faces plagiédrales, quelque petites qu'elles soient, il est possible de prédire, avec certitude, dans quel sens aura lieu la rotation, ce sens étant toujours celui dans lequel les faces paraissent regarder l'observateur, comme la fig. 201, qui représente un cristal dextro-gyre, regarde le lecteur.

Nous sommes donc en droit de conclure que :

« Quelle que soit la cause déterminant le sens de la rota-
« tion, elle est la même que celle qui détermine la direction
« des faces plagiédrales. »

D'autres minéraux cristallisés, tels que l'apatite, etc., offrent aussi des faces plagiédrales non symétriques; mais, outre leur extrême rareté, ils ne jouissent pas de la propriété de rotation : de manière que jusqu'à présent nous ne pouvons encore affirmer si cette loi est générale, ou deviner les principes auxquels il faut la rattacher.

1043. — Quand deux lames de cristal de roche sont superposées, si elles sont toutes deux dextro-gyres ou lévo-gyres, leur effet collectif, quant à la rotation, est égal à la somme des effets individuels, c'est-à-dire que le plan de polarisation de chaque rayon sera dévié sous un angle égal à la somme des écarts dus à chaque lame en particulier. Si les lames sont de caractère opposé, au lieu de la somme il faut prendre la différence, c'est-à-dire que, si *l'indice de rotation* est regardé comme positif dans un cristal dextro-gyre, il doit être considéré comme négatif dans un cristal lévo-gyre.

1044. — L'améthyste (et peut-être aussi l'agate dans certains cas) offre le phénomène remarquable de ces deux espèces de quartz cristallisés ensemble en couches alternatives excessivement minces. C'est pourquoi, lorsqu'un morceau d'améthyste coupé perpendiculairement à l'axe et éclairé par la lumière polarisée transmise le long de cet axe est soumis à l'analyse ordinaire, il présente une apparence rayée ou frangée (fig. 202), diversement bigarrée suivant les plans de polarisation des rayons qui émergent de chaque point. Les couches successives produisent, par leur composition inégale, un magnifique contraste entre les bandelettes colorées et les espaces obscurs (1). Elles se dépassent mutuellement à la surface de fracture d'un morceau fraîchement rompu, et y produisent ces ondulations singulières qui forment le caractère principal servant à distinguer ce minéral du quartz ordinaire.

---

(1) On peut voir, à ce sujet, dans les *Transactions d'Édimbourg*, vol. XI, un mémoire du docteur Brewster, qui a décrit et publié le premier ces phénomènes; mais il y a lieu de croire qu'ils avaient déjà été observés ailleurs antérieurement à la publication de ses intéressantes recherches.

1045. — Les phénomènes rotatoires dont nous venons de parler ne sont pas limités au seul cristal de roche. Plusieurs liquides et vapeurs les manifestent également; ce qui doit paraître fort extraordinaire, puisque dans les liquides et les gaz les molécules ne sont liées entre elles par aucun arrangement cristallin; de manière que, pour expliquer la production de ces phénomènes, il faut concevoir chaque molécule comme non symétrique, c'est-à-dire comme ayant un côté droit et un côté gauche,

Il paraît que cette découverte a été faite en même temps par MM. Biot et Seebeck, mais le premier a analysé les phénomènes avec un soin particulier, et c'est dans son mémoire que nous avons puisé les détails qui vont suivre. Les liquides dans lesquels il a découvert une propriété rotatoire *dextro-gyre*, en prenant ce mot dans une acception conforme à l'hypothèse que l'œil du spectateur est dirigé dans le sens du mouvement du rayon, sont : l'huile de térébenthine, l'huile de laurier, la vapeur de l'huile de térébenthine, et une solution alcoolique de camphre artificiel produit par l'action de l'acide muriatique sur l'huile de térébenthine. La rotation lévo-gyre a lieu pour l'huile de limon, le sirop de canne et la solution alcoolique de camphre naturel. Pour toutes ces substances, l'intensité d'action ou la vitesse de rotation était beaucoup inférieure à celle du quartz.

Prenant pour unité un millimètre d'épaisseur, M. Biot assigne aux arcs décrits dans le plan de polarisation d'un certain rayon homogène choisi pour terme de comparaison, c'est-à-dire aux *indices de rotations*, les valeurs suivantes :

DEXTRO - GYRES.	INDICE de rotation.
—	—
Cristal de roche.	+ 18°.414
Huile de térébenthine.	+ 0°.271
Idem, autre qualité	+ 0°.251
Idem, purifiée par des distillations répétées	+ 0°.286
Huile de laurier.	. . . . .
Solution contenant 1753 parties de camphre artificiel sur 17359 d'alcool . .	+ 0°.018
LÉVO - GYRES.	
—	
Cristal de roche.	— 18°.414
Huile de limon	— 0°.436
Sirop de sucre concentré	— 0°.554

1046. — Il résulte encore des recherches de M. Biot que, lorsqu'on mêle deux ou un plus grand nombre de liquides, et qu'on les combine avec des lames de cristal de roche, la rotation produite par le milieu composé égale toujours la somme des rotations individuelles, les épaisseurs des tranches de liquide prises séparément étant les mêmes que dans le milieu composé et proportionelles au volume de chaque liquide. De sorte que T désignant l'épaisseur totale et R l'indice de rotation correspondant, on a toujours

$$R \cdot T = r \cdot t + r' \cdot t' + r'' \cdot t'' + \text{etc.},$$

équation dans laquelle r, r', etc., pris avec leurs signes, représentent les indices des ingrédients, et t, t', etc., les épaisseurs correspondantes. Ainsi lorsque 66 parties (en volume) d'huile de térébenthine, dont l'indice est $+0.251$, sont combinées avec 38 parties d'huile de limon, le résultat est

$$+66 \times 0.251 - 38 \times 0.436 = -0.002.$$

De manière que ces épaisseurs doivent se compenser presque exactement, comme M. Biot l'a reconnu, en effet, par expérience : il a trouvé que le faisceau entier est transmis dans son état primitif de polarisation, sans la moindre trace d'image extraordinaire.

Lorsque, dans deux tubes de même calibre, mais de longueur inégale, on a versé une même quantité d'huile de térébenthine et achevé de remplir chaque tube avec de l'éther sulfurique (1), les deux épaisseurs composées, quoique très différentes, donnent des teintes identiques dans toutes les positions du prisme. Ce fait prouve que le simple délaiement qui sépare les molécules n'altère point la faculté rotatoire. Bien plus, M. Biot a trouvé que l'huile de térébenthine conserve son caractère particulier, même à l'état de vapeur; et, si l'explosion de son appareil ne l'avait empêché de prendre des mesures exactes, il aurait probablement reconnu l'invariabilité de l'indice de rotation, malgré le changement de densité. Il a conclu de toutes ces expériences que le pouvoir rotatoire est essentiellement inhérent aux molécules des corps, et qu'il les accompagne dans toutes leurs combinaisons. Mais cette généralisation est trop prompte : car le quartz dissous par la potasse, ou (d'après le docteur Brewster) fondu par la chaleur, et privé, par conséquent, de son arrangement cris-

(1) Cet acide ne jouit point de la propriété rotatoire, et a par conséquent $r = 0$.

tallin, ne manifeste aucune propriété rotatoire. Cette partie de l'optique chimique nous paraît attendre encore de nouveaux éclaircissements.

1047. — Les recherches de Fresnel sur les phénomènes rotatoires ont été couronnées d'un succès aussi brillant que le reste de ses travaux sur la nature de la lumière. Il a fait voir qu'on peut les expliquer en admettant :

1° Que les molécules éthérées qui propagent les rayons le long de l'axe du quartz, au lieu de vibrer suivant des lignes droites, tournent uniformément en cercle de la manière décrite à l'art. 627 (corollaire), où nous avons démontré la possibilité d'un pareil mode de vibration résultant de l'interférence de deux vibrations rectangulaires de même amplitude, mais ayant une différence de phase égale à un quart d'ondulation ;

2° Qu'en vertu d'une disposition mécanique particulière aux milieux dont il s'agit, ces vibrations circulaires agissent de la droite vers la gauche, développant une élasticité peu différente de celle qui les pousserait en avant si elles avaient lieu en sens contraire.

Quant aux couleurs observées dans ces milieux, il les regarde comme provenant de l'interférence de deux faisceaux *polarisés circulairement*, et se trouvant l'un derrière l'autre, séparés par un intervalle de retard proportionnel à la différence des vitesses.

1048. — Pour rendre admissible la dernière hypothèse, il faut démontrer que le phénomène qui accompagne nécessairement une différence de vitesse a lieu dans le cas actuel, c'est-à-dire que le faisceau se bifurque en se réfractant sur des surfaces obliques : c'est ce que Fresnel a effectivement prouvé par une expérience délicate, mais décisive. Il se procura un prisme de quartz dont l'angle réfringent était de 150°, et dont les faces étaient également inclinées vers l'axe,

de manière que chaque rayon qui le traversait parallèlement à l'axe devait tomber sur chaque face sous le même angle (de 75°); cet angle étant trop grand pour laisser sortir le rayon, il cimenta sur les faces les deux moitiés d'un autre prisme parfaitement semblable, mais tiré d'un cristal de roche d'un caractère rotatoire opposé. Dans la fig. 203, A C B est le premier prisme, et la face C B du second C B E étant cimentée en C B, ce prisme est partagé en deux par le plan B D, et la moitié D B E est transportée à l'autre face, où le côté B C est mis en contact avec A C, ce qui produit le parallélipipède achromatique F A B D : un rayon tombant en Q dans la direction P Q parallèle à la base A B, c'est-à-dire à l'axe des deux cristaux, doit donc les traverser tous trois dans le sens des axes de leurs sphéroïdes de double réfraction, et par conséquent, d'après la loi de Huyghens, les faisceaux ne doivent point se diviser. Or il est évident que, si le rayon P Q est déjà partagé en deux autres polarisés circulairement en sens contraire avant son entrée en A F C, l'un de ceux-ci (R) ayant un mouvement plus rapide que l'autre (L), il doit y avoir bifurcation à la surface A C, le rayon R étant *le moins* et L *le plus* réfracté. Dans cet état ils tombent sur le milieu A C B, et il se fait un échange de vitesses entre les faisceaux R et L à raison du caractère opposé des milieux : de sorte que R, qui, à son émergence de la face A C ou F A C, était le moins *relevé*, sera maintenant le plus *abaissé*, et par conséquent la séparation des images sera doublée; il en sera de même à la face commune C B. Ainsi cette combinaison qui double l'écart des faisceaux est éminemment propre à rendre sensible la moindre bifurcation ou différence de vitesses qu'il pourrait y avoir le long de l'axe : avec un prisme construit comme nous venons de le dire, on obtient en effet une réfraction double, et l'on voit les rayons émerger en faisant entre eux un angle appréciable.

1049. — Il faut observer néanmoins que les faisceaux,

quoique séparés par une double réfraction réelle, n'ont pas acquis les propriétés qui caractérisent les faisceaux ordinaire et extraordinaire. Dans le cas général de la double réfraction, les deux faisceaux émergents sont polarisés en entier dans des plans opposés, et chacun d'eux, décomposé par un prisme biréfringent, donne deux images inégales, dont l'une est alternativement plus et moins brillante que l'autre à chaque quart de révolution du prisme. Il en est tout autrement dans le cas actuel.

1° Chacun des deux faisceaux analysés par le prisme biréfringent offre constamment deux images de même intensité, quel que soit le plan dans lequel se trouve la section principale de ce prisme : à cet égard, on peut les regarder comme à l'état naturel, et formés chacun par la réunion de deux faisceaux polarisés perpendiculairement entre eux.

1050. — 2° Cependant ils diffèrent de la lumière ordinaire ou non polarisée par une propriété remarquable découverte par Fresnel, et qui constitue le caractère distinctif de ce genre de polarisation.

Supposons que l'un d'eux tombe à angles droits sur la surface A B d'un parallélipipède de crown-glass d'un pouvoir réfringent égal à 1.51, et dont les angles A B C et A D C sont chacun de 54° 1/2 : il sera totalement réfléchi à la surface intérieure B C. Si le parallélipipède est assez long, il le sera encore dans le même plan à la surface opposée A D, jusqu'à ce qu'enfin il émerge perpendiculairement à la surface B C; mais le rayon émergent, au lieu de se comporter comme la lumière ordinaire, est alors polarisé complétement dans un plan incliné à 45° sur celui des réflexions, quelle que soit la position de ce dernier. En faisant la même expérience sur l'autre faisceau, on trouve que l'un prend un plan de polarisation dans un azimuth de 45° à droite du plan en question, et l'autre de 45° à gauche.

On voit par là que l'effet de la double réfraction le long de

l'axe du quartz est d'imprimer à chaque faisceau émergent un caractère de polarisation opposé, bien distinct de celui que donne la réflexion ordinaire ou la double réfraction par le spath d'Islande, etc. Comme dans l'expérience précédente le choix du plan des deux réflexions était arbitraire, pourvu que le rayon traversât perpendiculairement la première surface, et puisque la lumière se partageait toujours en deux faisceaux égaux, quel que fût le plan dans lequel on lui présentât le prisme biréfringent, il est clair que le rayon ainsi modifié n'a point de côtés, c'est-à-dire de relations particulières avec certains points de l'espace : c'est pourquoi, en laissant à part toute considération théorique, le nom de polarisation circulaire nous semble s'appliquer naturellement à cette espèce de modification.

3° Un rayon polarisé circulairement, transmis par une lame mince de cristal parallèlement à l'axe, se partage, par une double réfraction subséquente, en deux rayons de couleurs complémentaires, ce qui établit une différence marquée entre lui et la lumière ordinaire. D'ailleurs ces couleurs ne sont pas les mêmes que celles qui proviendraient d'un rayon polarisé de la manière ordinaire et soumis à la même décomposition; mais elles en diffèrent d'un quart de teinte exact en plus ou en moins, suivant les circonstances.

1051. — 4° Un rayon modifié par cette espèce de double réfraction produit des phénomènes exempts de coloration lorsqu'il est transmis le long de l'axe d'un morceau de cristal de roche, ou au travers d'une colonne d'huile de térébenthine, de limon, etc. ; ce qui le fait différer de la lumière polarisée et le rend semblable à la lumière commune.

1052. — Fresnel a découvert une autre manière de donner à un rayon les divers caractères que nous venons d'énumérer : c'est de faire l'inverse du procédé décrit à l'art. 1049. Par la face CD du parallélipipède de verre on fait passer un rayon

polarisé ordinaire sous l'incidence perpendiculaire, le parallélepipède étant placé en sorte que le plan de réflexion à l'intérieur de la face A D soit incliné à 45° vers celui de polarisation primitive : alors, après avoir subi deux réflexions totales à l'intérieur en G et en F, le rayon émergera en E, dépourvu de ses caractères de polarisation ordinaire et doué de ceux de polarisation circulaire, sans qu'on puisse le distinguer des faisceaux produits par la double réfraction le long de l'axe du cristal de roche.

1053. — Il reste cependant à démontrer que les caractères décrits ici, et résultants de la transmission le long de l'axe du cristal de roche, sont réellement ceux qui conviennent à un rayon propagé par des vibrations circulaires. Il suit d'abord de l'art. 627 que ce dernier rayon est le résultat de deux rayons polarisés à angles droits, et différant en phase d'un quart d'ondulation : il doit donc posséder nécessairement le premier caractère, c'est-à-dire celui de se partager en deux rayons égaux par la double réfraction dans un plan quelconque, par la raison qu'il en est de même de la lumière non polarisée, la différence de phase n'influant en rien sur ce caractère.

1054. — De plus, un rayon propagé par des vibrations circulaires, qui tombe sur un cristal de roche dans la direction de l'axe, doit (par hypothèse) être propagé le long de cet axe avec l'élasticité propre au sens de sa rotation : l'onde alors entrera dans le cristal sans éprouver de nouvelle subdivision, et il n'y aura pas de différence de routes ou de rayons interférents à son émergence, partant pas de couleurs provenant de la double réfraction ; ce qui est encore un des caractères en question.

1055. — Quand un rayon propagé par des vibrations circulaires tombe sur une lame cristallisée, on peut le regarder comme formé par la réunion de deux autres, l'un polarisé

dans le plan de la section principale; l'autre, perpendiculaire au premier, d'égale intensité, et n'en différant que d'un quart d'ondulation. Chacun de ces rayons sera transmis sans altération, et par conséquent, à leur émergence, ils se comporteront, sous le rapport de leurs interférences, comme le feraient deux faisceaux provenant de la double réfraction d'un rayon polarisé primitivement dans un azimuth de 45°, pourvu que l'on ajoute un quart d'ondulation à la phase de l'un de ces faisceaux : or, de tels rayons produisent, par l'interférence de leurs faisceaux biréfractés, les teintes ordinaires et extraordinaires dues à l'intervalle de retard dans l'intérieur de la lame (art. 969). Il s'ensuit que, dans le cas actuel, la teinte produite sera celle qui correspond à cet intervalle, *plus* ou *moins* le quart d'ondulation dont la phase de l'un des faisceaux se trouve augmentée ou diminuée : conséquemment, il y aura une différence d'un quart de teinte entre la couleur produite et celle qui proviendrait d'un rayon de lumière polarisée ordinaire qui tomberait sur la lame sous un azimuth de 45°.

1056. — Il ne reste plus qu'un caractère des rayons transmis le long de l'axe du quartz, que nous devons démontrer appartenir au rayon propagé par des vibrations circulaires : c'est celui décrit à l'art. 1049; mais il nous faut auparavant exposer le résultat des recherches de Fresnel sur les modifications que la lumière subit par la réflexion totale à l'intérieur des corps diaphanes.

Quand un rayon polarisé dans un azimuth quelconque tombe sur une surface qui le réfléchit entièrement, si on le décompose en deux autres dont l'un vibre parallèlement, l'autre perpendiculairement à cette surface, et que l'on regarde chacun de ceux-ci comme indépendant de l'autre, il est clair que la réflexion de ces faisceaux aura lieu dans des circonstances bien différentes. Les molécules éthérées, dans le premier cas, glisseront pour ainsi dire sur la surface, et par conséquent elles resteront parallèles aux couches dans lesquelles leur den

sité est constante; tandis que, dans le second, chaque molécule traversera en vibrant des couches d'une densité variable. Dans les deux cas, les réflexions auront donc lieu à des profondeurs différentes : d'où il résultera une différence de routes, et par conséquent une différence de phases dans les faisceaux réfléchis ; de sorte que le rayon réfléchi total ne pourra plus être regardé comme provenant d'une seule origine, mais comme la réunion de deux faisceaux d'inégale intensité, de polarisation opposée, et différant en phase d'une quantité qui varie avec l'angle d'incidence et le pouvoir réfringent du milieu. La discussion des formes imaginaires que prennent les formules générales relatives à l'intensité d'un rayon réfléchi sous un angle quelconque (art. 852), lorsqu'on les applique au cas de la réflexion totale, jointe à des considérations particulières d'une nature très délicate et qui se rattachent à cette discussion, a conduit Fresnel à l'expression suivante pour la différence de phases (δ) des deux faisceaux dont il s'agit :

$$\cos \delta = \frac{2 \mu^2 \sin^4 i - (\mu^2 + 1) \sin^2 i + 1}{(\mu^2 + 1) \sin^2 i - 1},$$

dans laquelle μ désigne l'indice de réfraction et i l'angle d'incidence à l'intérieur. Il faut observer néanmoins qu'il ne donne pas cette formule comme démontrée rigoureusement, mais comme une interprétation très probable du résultat imaginaire dont nous avons parlé plus haut. Cependant, comme la manière d'y parvenir est exempte de tout empirisme, il est évident que, si elle se trouve vérifiée par des expériences précises et convenablement variées, on peut l'admettre comme une loi, ainsi que tout autre résultat du même genre. Or nous avons déjà vu que, dans le cas du crown-glass, où

$$\mu = 1.51 \quad \text{et} \quad i = 54^\circ \tfrac{1}{2},$$

un rayon polarisé dont l'azimuth est de 45°, à compter du

plan de réflexion totale, perd sa polarisation et prend les caractères d'un rayon résultant de la combinaison de deux autres qui différeraient en phase de 45°, en vertu de deux réflexions totales sous cet angle (art. 1056); mais, si dans la formule précédente on fait

$$\mu = 1.51 \quad \text{et} \quad i = 54^\circ 37',$$

on trouve

$$\delta = 45^\circ \quad \text{et} \quad 2\delta = 90^\circ;$$

de manière qu'elle se vérifie dans ce cas. Fresnel a trouvé que l'on produisait le même effet par trois réflexions lorsque l'angle d'incidence est de 69° 12', et par quatre lorsqu'il est de 74° 42', conformément à la formule qui donne, dans le premier cas,

$$\delta = \frac{1}{3}\, 90^\circ,$$

et dans le second

$$\delta = \frac{1}{4}\, 90^\circ,$$

pour la différence de phase gagnée ou perdue à chaque réflexion. On a obtenu des vérifications semblables en produisant deux réflexions à la surface intérieure du verre, et deux à la surface du verre et l' eau sous des angles de 68° 27'.

1057. — Il paraît donc que, si un rayon polarisé dans un azimuth de 45° subit deux réflexions totales telles que nous venons de les décrire, il se polarise circulairement. *Vice versâ*, si les deux éléments d'un rayon ainsi polarisé reprennent leur première route, ils se réunissent pour constituer un rayon unique polarisé complétement dans un plan. Nous voyons par là que tous les caractères des rayons transmis le long de l'axe

du cristal de roche sont les mêmes que ceux du rayon composé, comme nous venons de le dire, et doué de la *polarisation circulaire*.

En conséquence, pour expliquer les phénomènes que présente un rayon polarisé qui tombe sur une lame de ce minéral taillée perpendiculairement à l'axe, il faut considérer le rayon comme décomposé, d'abord, en deux autres (A et B) de même intensité, le premier A polarisé dans un plan incliné de 45° à droite du plan vertical, et l'autre de 45° à gauche, en supposant, pour fixer les idées, que ce plan vertical soit celui de polarisation primitive. Or, en vertu de l'art. 615, un rayon polarisé dans un plan quelconque peut-être regardé comme équivalent à deux autres moins intenses de moitié et différant en phase d'un quart d'ondulation. Concevons donc le rayon A décomposé en deux autres, A *a* polarisé dans un plan à + 45° et ayant sa phase en avance de $\frac{1}{8}$ d'ondulation, et A *b* polarisé dans un plan aussi à + 45°, mais ayant sa phase en retard de $\frac{1}{8}$ d'ondulation; de manière que A *a* et A *b* diffèrent d'un quart. Pareillement, regardons B comme décomposé en B *a* polarisé à — 45° et ayant sa phase augmentée de $\frac{1}{8}$, et en B *b* polarisé aussi à — 45°, mais ayant sa phase diminuée de $\frac{1}{8}$. Le rayon primitif sera donc la réunion de quatre A *a*, A *b*, B *a* et B *b*. Or, si l'on combine ceux-ci deux à deux en ordre inverse, A *a* et B *b* sont des rayons égaux, polarisés dans des plans opposés, différant en phase d'un quart d'ondulation, qui doivent former un faisceau polarisé circulairement dont la rotation aura lieu de *droite* à *gauche*. De même, le couple A *b* et B *a* composera un faisceau de même intensité que le précédent, mais dont la rotation aura lieu en sens contraire. Or, par hypothèse, ces deux faisceaux sont transmis par le quartz avec des vitesses inégales; et, si la surface d'incidence ou d'émergence est *oblique* par rapport à l'axe, il doit y avoir réfraction double et les deux faisceaux polarisés circulairement doivent émerger suivant des directions différentes, comme l'expérience le prouve. Si

les surfaces en question sont *perpendiculaires*, les faisceaux se superposent et ne forment plus qu'un seul rayon dont nous allons rechercher le caractère et l'état de polarisation. Concevons, à cet effet, une molécule d'éther C, ébranlée par deux mouvements circulaires dirigés en sens contraire, l'un suivant A P (fig. 205), et l'autre suivant B Q. Soient A, B, les deux molécules qui partent au même instant de A et de B avec des vitesses égales : le mouvement de C, à un instant quelconque, se composera de celui de A et de celui de B à cet instant. Supposons que A arrive en P quand B arrive en Q, l'arc A P=B Q: et les mouvements en P et en Q se décomposent chacun en deux autres; ceux parallèles à C D (perpendiculaire à P Q) s'accordent, et ceux dirigés suivant P D et Q D (parallèles à P Q) se contrarient et se détruisent, parce qu'ils sont égaux. Ainsi C ne se meut qu'en vertu de la somme des deux premiers et vibre par conséquent suivant des lignes droites dans le plan C D, perpendiculaire à P D Q. Si l'épaisseur de la lame de quartz pouvait s'anéantir, ou devenir telle que l'intervalle de retard fût égal à un nombre exact d'ondulations, A et B se trouveraient diamétralement opposés, et C D, le nouveau plan de polarisation, serait perpendiculaire au diamètre A M ou coïnciderait avec le plan de polarisation primitive. Autrement, le mouvement le plus rapide anticiperait sur l'autre d'une partie de la circonférence M B qui serait, à la circonférence entière, dans le rapport de l'épaisseur de la lame à celle qui produirait une différence égale à une ondulation entière. Si l'on suppose qu'au moment où les deux ondes commencent à circuler avec la même vitesse, c'est-à-dire à leur émergence dans l'air, l'une des molécules parte de A, l'autre partira, non de M, extrêmité opposée du diamètre, mais de B; et par conséquent C D, nouveau plan de polarisation (qui, d'après ce qui a été démontré, doit toujours partager l'angle A C B en deux parties égales), ne coïncidera plus avec C N, plan de polarisation primitive perpendiculaire à A M, mais formera avec celui-ci un angle D C N égal à la moitié

de BCM, et, conséquemment, proportionnel à MB, ou à l'intervalle de retard, c'est-à-dire à l'épaisseur de la lame.

Ainsi des rayons émergeant du cristal de roche formeront un seul faisceau, polarisé dans un seul plan, et dans la direction qu'aurait prise le plan primitif si on l'avait fait tourner uniformément autour du rayon pris pour axe pendant son passage au travers de la lame. Cette théorie explique donc complétement la rotation apparente du plan de polarisation observée par M. Biot, dans le cas d'un rayon homogène.

1058. — On a remarqué que les spectres dus à la double réfraction du cristal de roche le long de son axe sont fortement et très inégalement colorés.

Les rayons violets sont les plus *séparés*, et conséquemment, la différence de vitesses des deux faisceaux en rotation est plus grande pour le violet que pour le rouge. La vitesse de rotation apparente du plan de polarisation est donc aussi plus grande pour le violet, dans la même proportion; et c'est de là que proviennent les phénomènes de coloration observés et décrits par M. Biot. Il est presque impossible d'analyser un phénomène d'une manière plus complète et plus élégante. Quant à la raison physique de la différence de vitesses entre les deux faisceaux polarisés qui traversent le quartz, il est vrai qu'on n'a pu encore la donner; mais la réalité de cette différence n'est plus douteuse, car elle résulte de la différence de réfraction et de la diversité de caractère que l'on observe dans les deux faisceaux émergents.

§ XI. — *De l'absorption de la lumière par les milieux cristallisés.*

Absorption de la lumière polarisée par les cristaux biréfringents. — Explication de la propriété de la tourmaline. — Destruction graduelle du rayon ordinaire. — Milieux doués de deux pouvoirs absorbants distincts. — Absorption partielle de la lumière des deux faisceaux dans les cristaux à un axe. — Cas de deux couleurs distinctes. — Éclairement par la lumière polarisée. — Dichroïsme. — Dichroïsme dans les cristaux à deux axes. — Couleurs de l'iolite. — Phénomènes manifestés par l'épidote. — Connexion de ces phénomènes avec ceux des anneaux polarisés et des axes optiques ; leur analogie sous le rapport de l'intensité de l'éclairement. — Digression sur la théorie des anneaux polarisés. — Loi générale relative aux plans de polarisation dans les cristaux à deux axes, due à M. Biot. — Doctrine de la polarisation mobile appliquée aux cristaux à deux axes. — Loi de l'intensité des anneaux en différents points de leur périphérie ; son expression analytique. — Recherche de la forme de la croix noire dans les cristaux à deux axes ; cette forme est une hyperbole dans le cas où les axes sont très rapprochés. — Formule empirique servant à exprimer les phénomènes du dichroïsme. — Détermination des coefficients par les teintes observées. — Application à l'iolite. — Effets inégaux de la chaleur sur les couleurs des deux faisceaux. — Caractère général des cristaux dichroïques. — Effets des lames minces non cristallisées qui se trouvent sur la route des rayons. — Phénomènes de l'agate. — Action d'une lame cristallisée. — Phénomènes du spath d'Islande hémitrope. — Phénomènes des cristaux idiocyclophanes.

1059. — Les milieux cristallisés doués de la propriété de la double réfraction absorbent inégalement les rayons colorés, en raison des plans de polarisation de ceux-ci et de l'inclinaison de ces plans par rapport à l'axe du cristal ; ils exercent aussi une absorption différente sur les rayons de même couleur, mais polarisés dans des plans différents. La tourmaline brune nous en a déjà offert un exemple remarquable : une lame de ce cristal, taillée parallèlement à l'axe, absorbe presque entièrement *tous* les rayons polarisés dans le plan de la section principale, et laisse passer seulement, parmi les rayons polarisés en sens contraire, ceux qui constituent la couleur brune.

1060. — Quand une lame de tourmaline est exposée à la lu-

mière naturelle, chaque faisceau se résout donc, au moment de l'immergence, en deux autres : l'un, polarisé dans le plan de la section principale, est absorbé par l'action du cristal; l'autre, perpendiculaire au premier, retient les rayons bruns qui échappent à l'absorption, mais conserve à son émergence le caractère qu'il a reçu en traversant la lame, c'est-à-dire qu'il est totalement polarisé dans un plan perpendiculaire à l'axe. Ainsi le phénomène curieux de la polarisation de la lumière transmise par une lame de tourmaline ou tout autre cristal coloré s'explique de cette manière, ou se réduit du moins au fait plus général d'une énergie absorbante, variable avec la position du plan de polarisation dans l'intérieur du cristal. En vertu de sa propriété biréfringente, le milieu partage le faisceau en deux autres, qu'il polarise d'une manière opposée, et l'absorption subséquente de ces derniers produit par son inégalité la suppression totale de l'un d'eux et la suppression partielle de l'autre : on voit par là que le rayon polarisé obtenu par transmission au travers d'une tourmaline doit toujours être beaucoup au-dessous de la moitié de la lumière incidente.

1061. — La destruction du faisceau polarisé dans la section principale n'est pas subite. Lorsque la lame de tourmaline est très mince, le faisceau émergent n'est que polarisé partiellement; ce qui indique qu'il contient des rayons appartenants à l'autre faisceau. La meilleure manière de s'en assurer est de tailler une tourmaline en forme d'un prisme dont l'arête soit parallèle à l'axe, et dont l'angle soit assez petit pour former un coin dont l'épaisseur ne croisse pas trop rapidement. En regardant au travers la flamme d'une chandelle, on ne voit qu'une seule image (l'extraordinaire) qui traverse la tête du coin, s'il est d'une épaisseur suffisante; mais, lorsqu'on approche l'œil de l'arête, l'image ordinaire paraît d'abord très faible, mais elle croît en intensité jusqu'à ce qu'elle devienne égale à l'autre, sur l'arête même : à cet instant la couleur de

l'image extraordinaire, qui était d'abord très chargée, devient plus claire, et les images tendent non seulement vers la même intensité, mais encore vers la même teinte. Nous voyons par là qu'à la rigueur, le faisceau ordinaire n'est jamais absorbé complétement par une épaisseur quelconque; mais, comme il diminue en progression géométrique à mesure que l'épaisseur croît en progression arithmétique, on peut, dans la pratique, regarder l'absorption comme totale même pour une épaisseur médiocre.

1062. — Les recherches infatigables du docteur Brewster, à qui l'on doit à peu près tout ce que l'on connaît sur cette matière, nous ont appris que la propriété dont il s'agit est possédée, à un degré plus ou moins élevé, par un grand nombre de milieux biréfringents.

On peut l'exprimer d'une manière générale, en considérant tous les milieux comme doués de deux pouvoirs absorbants, distincts, ou de deux *échelles d'absorption* diverses pour les deux faisceaux. On peut dire encore, en adoptant le langage employé au paragraphe III de la seconde partie, qu'ils ont deux *types* différents ou deux courbes différentes qui représentent l'absorption pour toutes les couleurs du spectre. Lorsque ces types sont des lignes droites parallèles à l'axe des abcisses, le cristal est incolore. Tel est le carbonate de chaux, le quartz, le nitre, etc. Si les types sont des courbes égales, le milieu, quoique coloré, présentera la même teinte avec la même intensité à la lumière ordinaire et à la lumière polarisée. Si les courbes sont différentes ou si elles sont semblables sans être égales, la couleur, dans le premier cas, et l'intensité, dans le second, variera avec l'inclinaison du plan de polarisation par rapport à la lumière incidente; de manière que, si une lame d'un pareil cristal, exposée à un rayon blanc polarisé, vient à tourner dans son propre plan ou à prendre une autre inclinaison, sa couleur changera sous le rapport de la nuance ou sous celui de l'intensité, ou sous tous les deux à la fois.

Le docteur Brewster a découvert ce phénomène, ainsi que d'autres qui s'y rapportent, dans une foule de cristaux à un et à deux axes, dont il a donné la liste dans un mémoire du plus haut intérêt qui fait partie des *Transactions philosophiques* de 1819, page 1. Un prisme de quartz noirci à la fumée, dont l'axe est tenu dans le plan de polarisation, paraît d'une belle couleur pourpre ou améthyste, tandis qu'il paraît d'un jaune brun si son axe est perpendiculaire à ce même plan.

1063. — Pour analyser les phénomènes avec plus d'exactitude, il faut considérer chaque faisceau séparément. Le docteur Brewster ayant pris un rhomboïde de carbonate de chaux jaune, d'une épaisseur suffisante pour donner deux images distinctes d'une petite ouverture circulaire qui se trouvait devant, et l'ayant éclairé à la lumière blanche, il observa que l'image vue par réfraction extraordinaire paraissait d'une couleur plus foncée et moins lumineuse que l'autre, sa teinte étant d'un jaune orangé, tandis que celle de la seconde était d'un blanc jaunâtre. Il trouva de plus que la différence de couleur est d'autant plus grande que les routes des rayons réfractés dans le cristal sont plus inclinées vers l'axe, cette différence étant nulle lorsque les rayons passent par l'axe, et à son maximum lorsqu'ils lui sont perpendiculaires.

En dénotant par Y_o et par Y_e les coordonnées des courbes qui expriment la loi de l'absorption (art. 490) pour les deux faisceaux, ces quantités décroîtront lorsqu'on passera de l'extrême rouge du spectre à l'extrémité violette, et correspondront aux types de l'espèce représentée fig. 114 ; mais Y_e sera plus petit et décroîtra plus rapidement que Y_o. D'ailleurs, sur l'axe, $Y_o = Y_e$, et à mesure que l'on s'en écarte, Y_o augmente, tandis que Y_e diminue dans la même proportion ; ce qui est une conséquence de ce que la couleur du faisceau ordinaire devient alors plus blanche et plus lumineuse, tandis que le contraire a lieu pour l'autre faisceau : on pourra donc représenter ces changements avec assez de fidélité, en posant

$$Y_o = Y(1 + k \sin^2 \theta), \quad Y_e = Y(1 - k \sin^2 \theta);$$

ce qui donne

$$Y_o + Y_e = 2Y = \text{constante},$$

c'est-à-dire une couleur indépendante de θ. Ce résultat s'accorde avec l'observation du docteur Brewster, que, dans toutes les positions, les teintes des deux images reproduisent par leur union la couleur naturelle du minéral, qui, dans le cas précité, était la même dans toutes les directions.

1064. — Dans le cas précédent, la couleur d'une lame de cristal d'une épaisseur donnée, exposée à la lumière naturelle, devrait donc être la même, que la lame fût taillée parallèlement ou perpendiculairement à l'axe ; mais le docteur Brewster a remarqué que cela est bien loin d'être toujours vrai. Dans quelques variétés de saphir, par exemple, la couleur est bleue quand on regarde le long de l'axe, et d'un vert jaunâtre dans le sens perpendiculaire ; dans l'idocrase, la teinte est d'un jaune orangé dans le premier sens, et d'un vert jaunâtre dans le second. On rencontre fréquemment des échantillons de tourmaline dans lesquels la teinte est d'un rouge foncé le long de l'axe, et verte dans l'autre sens. En général cette substance est toujours beaucoup moins translucide dans la direction de l'axe que dans toute autre ; à tel point que des lames d'une épaisseur médiocre, taillées perpendiculairement à cette ligne, sont presque opaques.

L'un des exemples les plus remarquables de cette particularité s'observe dans une variété de sous-oxysulfate de fer, qui cristallise en prismes hexagonaux réguliers, et paraît verte ou d'un rouge de sang très foncé, selon que l'on regarde au travers de deux faces opposées du prisme ou le long de l'axe. La dernière couleur est tellement sombre, qu'une épaisseur d'un vingtième de pouce laisse à peine passer la lumière.

Il est évident que les formules de l'article précédent sont inapplicables à des cas aussi anomaux ; cependant on peut les comprendre tous dans une même expression analytique, en prenant

$$y_o = X_o + Y_o \,.\, \sin^2\theta, \quad y_e = X_e + Y_e \,.\, \sin^2\theta,$$

X_o, Y_o, etc., ainsi que y_o, y_e, représentant des fonctions de λ (longueur d'une ondulation) qui désignent les ordonnées d'autant de courbes, ou types de teintes, dont les équations sont à déterminer : il vient alors

$$y_o + y_e = (X_o + X_e) + (Y_o + Y_e)\sin^2\theta.$$

Or cette teinte est celle que présente une sphère du même cristal que la lame, dont le diamètre est égal à l'unité, quand on la regarde à la lumière naturelle le long d'un diamètre incliné vers l'axe sous un angle θ. En représentant par A et B les ordonnées des types des teintes observées parallèlement et perpendiculairement à l'axe, on aura dans le premier cas, où $\theta = 0$,

$$y_o + y_e = A = X_o + X_e,$$

et dans le second, où $\theta = 90°$,

$$y_o + y_e = B = (X_o + X_e) + (Y_o + Y_e) :$$

d'où l'on conclut

$$Y_o + Y_e = B - A ;$$

et la teinte produite par la lumière ordinaire sous l'inclinaison θ sera exprimée par

$$\begin{aligned} y_o + y_e &= A + (B - A)\sin^2\theta \\ &= A\cos^2\theta + B\sin^2\theta. \end{aligned}$$

Ainsi, dans le cas du sous-oxysulfate de fer, A est l'ordonnée du type de la teinte rouge de sang foncé, et B celle d'un

vert léger et brillant : de sorte que, pour toutes les inclinaisons intermédiaires θ, on a la teinte

$$=(\text{rouge foncé}) \times \cos^2\theta + (\text{vert léger}) \times \sin^2\theta,$$

ce qui représente avec une exactitude suffisante le passage graduel d'une teinte à une autre lorsque l'inclinaison vient à changer.

1065. — Supposons maintenant que la lumière incidente soit polarisée dans un plan quelconque qui fasse un angle α avec celui qui contient le rayon incident et l'axe de la sphère : alors $\cos^2\alpha$ et $\sin^2\alpha$ seront les intensités des faisceaux ordinaire et extraordinaire dont la superposition reproduirait le rayon émergent si le cristal était parfaitement diaphane ; mais, à cause de l'absorption, ces intensités seront réduites à

$$y_o = \cos^2\alpha\,(X_o + Y_o \sin^2\theta)$$

et

$$y_e = \sin^2\alpha\,(X_e + Y_e \sin^2\theta)\,;$$

de manière qu'à leur émergence ils ne formeront plus de la lumière blanche, mais une teinte variable dont le type aura pour ordonnée

$$(X_o \cos^2\alpha + X_e \sin^2\alpha) + (Y_o \cos^2\alpha + Y_e \sin^2\alpha)\sin^2\theta.$$

On se rappellera que

$$X_o + X_e = A \quad \text{et} \quad Y_o + Y_e = B - A\,;$$

mais, pour déterminer les valeurs particulières de X_o, etc., il faut deux conditions de plus. On considérera d'abord que, dans la direction de l'axe, la teinte doit être indépendante de α, c'est-à-dire que

$$X_o \cos^2\alpha + X_e \sin^2\alpha$$

doit être indépendant de cet angle : conséquemment

$$X_o = X_e,$$

et l'un et l'autre sont égaux à A.

Pour obtenir l'autre condition, on observera les teintes que présente la sphère ou le cristal, lorsque son axe est perpendiculaire au rayon visuel, dans les deux cas où $\alpha = 0$ et où $\alpha = 90°$. Ces teintes sont respectivement

$$X_o + Y_o \quad \text{et} \quad X_e + Y_e :$$

en les désignant par a et b, nous aurons

$$Y_o = a - X_o = a - A, \quad Y_e = b - A;$$

ce qui donne pour expression finale de la teinte observée à la lumière polarisée

$$\begin{aligned} &A + [(a - A)\cos^2\alpha + (b - A)\sin^2\alpha]\sin^2\theta \\ &= A\cos^2\theta + (a\cos^2\alpha + b\sin^2\alpha)\sin^2\theta, \end{aligned}$$

dans laquelle nous remarquerons que a et b forment ensemble la teinte B, parce que

$$a + b = X_o + Y_o + X_e + Y_e = B.$$

(Art. 1064.)

1066. — Telle est l'expression de la teinte que manifestent les cristaux à un axe, lorsque leur couleur est autre à la lumière polarisée qu'à la lumière ordinaire. Le phénomène dont il s'agit peut être appelé généralement *dichroïsme*, quoique cette dénomination s'applique d'ordinaire au seul cas où il y a un changement marqué dans le caractère de la teinte, comme du rouge au vert, etc.

1067. — Le dichroïsme dans les cristaux à deux axes diffère

sensiblement de celui des cristaux qui n'en ont qu'un. En regardant au travers d'une lame ou d'un cristal à deux axes possédant la propriété en question, et éclairé par la lumière naturelle dans une direction telle que le rayon visuel dans le cristal passe le long d'un axe ou dans son voisinage immédiat, on observe un phénomène semblable à celui que représente la fig. 206. De chaque côté du pôle P, à droite et à gauche de la section principale, on aperçoit un espace sombre ; et, si l'on regarde le long de l'autre axe, P', on aperçoit un couple semblable dans son voisinage. Ces espaces sont égaux et d'un bleu plein, tandis que la région intermédiaire vers O, le long de OPC, et l'espace au-delà de P vers C, sont d'un blanc jaunâtre dans le minéral nommé *dichroïte* par Haüy, à cause de la différence frappante de ses teintes, suivant sa position, et *iolite* par d'autres, à cause de sa couleur violette (1). Ce phénomène a été décrit par le docteur Brewster dans le mémoire précité.

Dans l'épidote les espaces sombres sont bruns, et la région autour de O, ainsi que la section principale, sont d'une couleur verte plus ou moins lavée. Dans ce minéral, ou du moins dans quelques unes de ses variétés cristallines les plus communes, telles que les prismes striés très aplatis et terminés par des angles dièdres placés obliquement, les phénomènes sont visibles sans section artificielle, quand on regarde dans l'intérieur du cristal perpendiculairement à l'axe du prisme ; il en est de même de plusieurs autres minéraux, tels que l'axinite, par exemple, dans laquelle la transition d'une couleur à l'autre est extrêmement remarquable.

---

(1) Mohs, avec son mépris superbe, ou plutôt hostile, pour tous les usages reçus, a préféré donner à ce minéral le nom de *quartz prismatique*. Une pareille nomenclature doit tomber d'elle-même ; mais, aussi longtemps qu'elle subsiste, ses inconvénients sont intolérables : elle suffirait pour faire naître un préjugé défavorable contre un système qui, sous d'autres rapports offre des avantages précieux.

1068. — Les phénomènes du dichroïsme dans les cristaux à deux axes, comme dans ceux à un axe, ont un rapport évident avec les axes optiques, et dépendent des plans de polarisation dans lesquels se trouve la lumière durant son passage par le cristal dont elle subit l'absorption. Or, si l'on considère la forme et la situation des espaces sombres où s'exerce la plus forte énergie absorbante, on est frappé de l'analogie qu'ils offrent avec les espaces occupés par les couleurs les plus vives des anneaux autour des axes, dans la fig. 179 : cette figure (art. 900) représente la série extraordinaire des anneaux qu'on aperçoit dans un cristal dont la section principale est le plan de polarisation primitive. La fig. 207 représente la série ordinaire ou complémentaire autour de chaque axe, le pôle P et la section principale étant occupés ici par de la lumière blanche et possédant un éclat très vif : cet éclat vient de ce qu'ils contiennent la lumière incidente dans toute son intégrité, tandis que les portions latérales qui sont occupées par des anneaux colorés sont moins lumineuses, les couleurs provenant de la soustraction d'un certain nombre de rayons élémentaires.

Concevons maintenant plusieurs séries de ces anneaux colorés, de dimensions inégales, et disposés autour de pôles différents, mais très rapprochés : ces anneaux venant à se superposer, leurs couleurs s'altéreront, et se mêleront de manière à produire de la lumière blanche par leurs empiétements ; mais l'intensité générale sera toujours beaucoup plus faible dans les régions latérales que dans la section principale. L'effet produit sera précisément celui que représente la fig. 206, c'est-à-dire deux espaces sombres, nébuleux, en forme d'éventail, traversés par un trait de lumière extrêmement vif, se développant, à partir de P, vers C et O : tel serait le phénomène que manifesterait un cristal limpide, en supposant dans sa structure une légère irrégularité, suffisante pour que les rayons émanés de toutes ses molécules ne coïncidassent point. Alors aucun des espaces en question ne serait coloré, et les

phénomènes ne seraient pas visibles sans le secours de la lumière polarisée et sa décomposition subséquente ; mais, si l'on imagine que le cristal, au lieu d'être limpide, soit doué de la propriété de la *double absorption*, la partie éteinte et la partie transmise ne seront plus blanches, mais de la couleur de l'un ou de l'autre des faisceaux que chacune d'elles aura produits par sa double réfraction, suivant l'épaisseur du milieu et le plan de polarisation. Le faisceau émergent pourra être regardé comme décomposé, du moins d'une manière imparfaite, par les pouvoirs absorbants inégaux qui agissent différemment sur les deux faisceaux. On peut ajouter, à l'appui de cette hypothèse, que, si dans les cristaux qui présentent les phénomènes précédents on examine les anneaux polarisés ordinaires, on trouve ces derniers d'une extrême irrégularité, les séries se croisant et se dépassant d'une manière sensible, ce qui prouve visiblement la non-coïncidence des axes.

1069. — A l'art. 931 nous avons cherché la loi de l'intensité de l'éclairement des différents points de la périphérie des anneaux polarisés que manifestent les cristaux à un seul axe : comme cette loi ne s'applique point aux cristaux à deux axes, et que nous sommes conduits par le sujet même à considérer le cas le plus général, nous avons pensé qu'une digression sur cet article ne serait pas déplacée ici, en faisant connaître les modifications que doit recevoir cette loi pour embrasser les phénomènes propres à ces derniers cristaux.

1070.—Après de nombreuses recherches sur la loi générale de la polarisation dans les cristaux à deux axes, M. Biot est parvenu au résultat suivant (*Mémoire sur les lois générales de la double réfraction et polarisation*, etc.; Mém. de l'Acad. des sciences, 1819) :

« Si l'on fait passer deux plans par la route d'un rayon « dans un cristal et par les deux axes optiques, puis un troisiè-

« me plan par le milieu de l'angle entre les deux premiers, « celui-ci sera le plan de polarisation si le rayon est ordinai- « re, ou un plan perpendiculaire à celui de polarisation si le « rayon est extraordinaire. »

Ainsi, dans la fig. 209, C P et C P′ étant les axes optiques, et A C un rayon qui traverse le cristal, si l'on joint P A, P′A, par des arcs de cercle sur la sphère H O K A, dont C est le centre, et qu'on fasse la bisection de l'angle P A P′ par l'arc A N, le plan A C N, qui partage en deux parties égales l'angle dièdre entre les plans P C A et P′C A, sera le plan de polarisation ordinaire, et le plan perpendiculaire au même sera celui de polarisation extraordinaire. Cette loi détermine dans le cas général les plans de polarisation propres aux deux faisceaux à leur sortie d'un cristal biréfringent. Elle est une conséquence de la théorie de Fresnel; mais les raisonnements analytiques qui servent à l'en déduire sont trop longs et trop recherchés pour trouver place dans un ouvrage de la nature de celui-ci. Comme elle a été découverte par l'expérience long-temps avant d'être démontrée par le calcul, cette circonstance est une preuve de plus qu'elle est réellement une loi de la nature.

1071. — Cependant la doctrine de la polarisation mobile exige que le rayon résultant suive à son émergence un plan qui tantôt coïncide avec le plan de polarisation primitive, et tantôt fasse avec ce dernier un angle double de celui qui est compris entre le même et celui de polarisation fixe déterminé par la règle précédente. Du reste, pour tout ce qui regarde les couleurs et l'intensité des anneaux, cette doctrine représente avec fidélité leurs diverses affections dans les cristaux à deux comme à un axe, ainsi que l'a démontré M. Biot dans son excellent mémoire. Si, par le milieu de l'angle P A P′ (fig. 208), on mène A M, le rayon émergent sera affecté par une décomposition subséquente, comme s'il était polarisé soit dans

le plan de polarisation primitive, soit dans un plan incliné sur ce dernier d'un angle double de C M A : d'où il est aisé de déduire la loi d'intensité en question. En effet, le rayon qui forme le point A des anneaux se compose de deux parties, dont l'une (A) est affectée par une décomposition subséquente opérée par un prisme de spath d'Islande, comme si elle était polarisée dans un plan faisant un angle 2 C M A $= \psi$ avec celui de polarisation primitive, que nous supposons confondu avec la section principale du prisme ; et dont l'autre, complémentaire de la première ou égale à $1 - A$, conserve sa polarisation primitive. La partie A se partagera alors entre les images ordinaire et extraordinaire, dans la proportion de $\cos^2 2\psi$ à $\sin^2 2\psi$: de sorte qu'en désignant par A l'intensité de toute cette partie au moment de l'émergence, $A \sin^2 \psi$ sera l'intensité pour l'image extraordinaire ou pour les anneaux de la première série, tandis que toute la portion $1 - A$ passera dans l'image ordinaire ou dans la série complémentaire, comme à l'art. 932.

Il ne reste donc plus qu'à exprimer ces conditions analytiquement en fonction de l'azimuth du cristal même et de la direction de la lumière dans l'intérieur de la lame.

Posons à cet effet :

$a =$ P P′,

$\alpha =$ l'angle C O P $=$ l'azimuth de la section principale de la lame à partir du plan de polarisation primitive,

$\theta =$ A P,

$\theta' =$ A P′;

et, pour plus de simplicité, bornons-nous pour le moment au cas où P et P′ sont très rapprochés, comme dans le nitre, de manière que les arcs de cercles peuvent être pris pour des lignes droites et les triangles sphériques pour des triangles rectilignes (Voy. l'art. o ·

Maintenant, si nous dénotons par φ l'angle PNA (fig. 208) ou l'angle entre le plan de polarisation ordinaire et la section principale, nous aurons

$$\psi = \text{CMA} = \text{COP} + \text{MNO} = \text{COP} + \text{PNA} = \alpha + \varphi.$$

Pour trouver φ, il suffit de considérer que

$$\sin^2 \varphi = \left(\frac{\text{PA}}{\text{PN}}\right)^2 \times \sin^2 \left(\text{PAN} = \frac{1}{2}\,\text{PAP}'\right);$$

mais, puisque NA partage en deux parties égales l'angle du triangle PAP', et coupe sa base,

$$\text{PN} = \text{PP}' \times \frac{\text{PA}}{\text{PA} + \text{AP}'} = \frac{2\,a\,\theta}{\theta + \theta'}$$

et

$$\sin^2 \frac{1}{2}\,(\text{PAP}') = \frac{1}{2}\,(1 - \cos \text{PAP}') = \frac{4\,a^2 - (\theta - \theta')^2}{4\,\theta\,\theta'},$$

de manière que

$$\sin^2 \varphi = \frac{(\theta + \theta')^2\,[4\,a^2 - (\theta - \theta')^2]}{16\,a^2\,\theta\,\theta'}.$$

On obtient une valeur de φ encore plus symétrique en cherchant l'expression de $\sin^2 2\,\varphi$, laquelle, étant égale à $4 \sin^2 \varphi\,(1 - \sin^2 \varphi)$, est donnée immédiatement par une simple transformation de la formule précédente. En désignant par S la demi-somme des côtés du triangle PAP' ou $\frac{\theta + \theta' + 2\,a}{2}$, on trouve, après réduction,

$$\sin 2\,\varphi = \frac{2\,(\theta + \theta')\,(\theta - \theta')}{(2\,a)^2} \cdot \frac{\sqrt{S\,(S - \theta)\,(S - \theta')\,(S - 2\,a)}}{\theta\,\theta'}.$$

Or

$$\frac{2\sqrt{S(S-\theta)(S-\theta')(S-2a)}}{\theta\,\theta'}$$

est, comme on sait, l'expression du sinus de l'angle P A P' compris entre les côtés θ et θ' : par conséquent, en nommant cet angle P, il vient

$$\sin 2\varphi = \frac{(\theta+\theta')(\theta-\theta')}{(2a)^2}\,.\sin P.$$

La nature de cette expression rend aisée la transition du triangle rectiligne au triangle sphérique, et nous permet de conclure que, dans les cristaux dont les axes comprennent un angle 2φ, en prenant

$$\sin 2\varphi = \frac{\sin(\theta+\theta')\,.\sin(\theta-\theta')}{\sin^2 2a}\,.\sin P$$

et

$$\psi = \alpha + \varphi,$$

l'intensité des anneaux extraordinaires est toujours représentée par

$$A \sin^2 2\psi,$$

et celle des anneaux ordinaires par

$$1 - A + A\cos^2 2\psi,$$

c'est-à-dire par

$$1 - A\sin^2 2\psi,$$

la somme des deux étant égale à l'unité, comme cela doit être.

1072. — La croix noire qui divise le système des anneaux primaires est trop remarquable pour ne pas mériter un article exprès. Sa forme doit évidemment résulter de la condition que la ligne M A soit perpendiculaire dans tous ses points à C O D, et le lieu de A doit être une courbe qui marque la partie centrale, c'est-à-dire la plus noire : le problème devient alors purement géométrique. On demande d'assigner une courbe P A, telle que la droite menée de A, qui passe par le milieu de l'angle entre les droites A P et A P', joignant A aux points donnés P et P', soit toujours perpendiculaire à la ligne donnée C O D.

Pour résoudre ce problème, on conservera la notation précédente en posant

$$\mathrm{OM} = x, \quad \mathrm{MA} = y, \quad \mathrm{OA} = r,$$

et l'on aura

$$\cos \mathrm{AOP} = \cos (\mathrm{AOM} - \alpha) = \frac{x \cos \alpha + y \sin \alpha}{r} = \frac{\mathrm{N}}{r},$$

$$\sin \mathrm{AOP} = \frac{y \cos \alpha - x \sin \alpha}{r} = \frac{\mathrm{M}}{r},$$

en désignant par N et M les numérateurs des fractions précédentes.

Puisque P A M est la moitié de l'angle P A P', il est aisé de voir que l'on a

$$2 \text{ angle } \mathrm{OAM} = \mathrm{PAO} - \mathrm{P'AO};$$

mais

$$\cos \mathrm{PAO} = \frac{\theta^2 + r^2 - a^2}{2 r \theta},$$

$$\cos \mathrm{P'AO} = \frac{\theta'^2 + r^2 - a^2}{2 r \theta'},$$

$$\sin \mathrm{PAO} = \sin \mathrm{AOP} \times \frac{\mathrm{PO}}{\mathrm{PA}} = \frac{a\mathrm{M}}{r\theta},$$

$$\sin \mathrm{P'AO} = \frac{a\mathrm{M}}{r\theta'}:$$

conséquemment

$$\sin 2\,\mathrm{OAM} \text{ ou } \frac{2xy}{r^2} = \frac{a\mathrm{M}}{2r^2}\left(\frac{\theta'^2 + r^2 - a^2}{\theta\theta'} - \frac{\theta^2 + r^2 - a^2}{\theta\theta'}\right)$$

$$= \frac{a\mathrm{M}}{2r^2\theta\theta'}\cdot(\theta'^2 - \theta^2).\quad .\quad .\quad .\quad (a),$$

$$\cos 2\,\mathrm{OAM} = \frac{x^2 y^2}{r^2} = \frac{1}{r^2}\left[\frac{(\theta^2 + r^2 - a^2)(\theta'^2 + r^2 - a^2)}{4} + a^2\mathrm{M}^2\right].$$

D'ailleurs

$$\theta^2 = a^2 + r^2 - 2ar.\cos \mathrm{AOP} = a^2 + r^2 - 2a\mathrm{N},$$

$$\theta'^2 = \qquad\qquad a^2 + r^2 + 2a\mathrm{N}:$$

donc

$$\theta'^2 - \theta^2 = 4a\mathrm{N}.$$

Cette valeur, étant reportée dans celles de sin 2 O A M et de cos 2 O A M, donne les équations

$$xy\theta\theta' = a^2\mathrm{MN},$$

$$(y^2 - x^2)\,\theta\theta' = r^4 + a^2(\mathrm{M}^2 - \mathrm{N}^2);$$

et, éliminant $\theta\theta'$ entre ces dernières,

$$a^2(y^2 - x^2)\,\mathrm{MN} = xy\,[r^4 + a^2(\mathrm{M}^2 - \mathrm{N}^2)].$$

Il ne s'agit plus que de substituer, au lieu de M et de N, leurs valeurs, $y\cos\alpha - x\sin\alpha$ et $y\sin\alpha + x\cos\alpha$; ce qui rend

toute l'équation divisible par r^4 et lui donne la forme très simple

$$x y = a^2 . \sin \alpha . \cos \alpha = \frac{a^2}{2} \sin 2 \alpha :$$

La croix noire est alors une hyperbole passant par les pôles P, P′, et qui a pour asymptotes le plan de polarisation primitive et un autre perpendiculaire à celui-ci (CD et *c d*). La courbe s'approche d'autant plus de ses asymptotes que α est plus près de 0° ou de 90°, et finit par coïncider avec elles à la limite. Toutes ces particularités sont parfaitement conforme à l'expérience et se vérifient sans peine en faisant tourner une lame de nitre entre deux tourmalines croisées. Lorsque l'inclinaison réciproque des axes est si grande que les anneaux autour des deux pôles ne peuvent être vus ensemble, la formule se modifie un peu par la substitution des sinus des arcs à la place des arcs mêmes; mais ce cas est trop facile pour nous y arrêter.

1073. — Les faisceaux lumineux transmis par un milieu coloré à deux axes, qui ont une certaine relation avec les axes optiques, et qui forment les gerbes de couleur sombre de la fig. 206 ainsi que les espaces brillants qui les séparent, ont évidemment pour expression analytique une fonction de la forme

$$J \cos^2 2 \varphi + B \sin^2 2 \varphi. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (a),$$

danslaquelle J et B sont des fonctions de λ et représentent les ordonnées des types de deux teintes fondamentales, φ désignant toujours l'angle P N A (fig. 208) compris entre le plan de polarisation ordinaire et la section principale. Mais les phénomènes rapportés par le docteur Brewster comme manifestés par l'iolite exigent encore que l'on admette deux termes nouveaux qui ne sont pas relatifs à l'un des axes optiques, mais

à la ligne médiale CO, fig. 209. Ces termes seront exprimés par une fonction de la forme

$$j \cos^2 \text{O A} + b \sin^2 \text{O A}.$$

Dans le minéral susdit, les gerbes A, B, fig. 206, paraissent bleues à la lumière ordinaire, ou même à la lumière polarisée, si la section principale est perpendiculaire au plan de polarisation ; tandis que les faisceaux lumineux qui les séparent et qui passent par les pôles P, P′, sont blancs, ou d'un blanc jaunâtre. Jusque là les phénomènes s'accordent avec la formule (*a*), si l'on suppose que J représente un blanc-jaunâtre brillant et B du bleu. Mais, d'après cette expression seule, les espaces bleus devraient se prolonger au-delà de l'équateur C*ab*D (fig. 206), et il devrait y avoir deux directions CD et *ab*, dans lesquelles le minéral, vu transversalement par rapport à l'axe (qui est perpendiculaire au plan C*ab*D) paraîtrait jaune, et deux autres *mn* et *pq* suivant lesquelles il transmettrait de la lumière bleue, tandis que dans la direction de l'axe O il paraîtrait jaune. Or, il arrive, au contraire, que la couleur équatoriale est à peu près uniforme et d'un jaune pâle, tandis que le long de l'axe O elle est bleue.

En avançant de l'équateur vers l'axe O du prisme, le jaune diminue et le bleu devient plus prononcé, soit que l'on parte de C et D ou de *a* et *b*, absolument comme l'indiquerait la formule

$$j \sin^2 \text{O A} + b \cos^2 \text{O A},$$

j désignant un blanc jaunâtre et *b* une teinte bleue.

En posant donc O A $= \nu$, l'expression composée

$$T = (J \cos^2 2\varphi + B \sin^2 2\varphi) + j \sin^2 \nu + b \cos^2 \nu. \quad (b)$$

représentera avec beaucoup d'exactitude les variations de

couleur, pour autant que l'œil peut les apprécier. Ainsi en O, où $\nu = 0$ et $\varphi = 90^\circ$, on a

$$T = J + b;$$

ce qui indique du jaune, du blanc ou du bleu, suivant que l'on fait prédominer J ou b. Or, la teinte en O se trouvant être bleue, il s'ensuit que c'est b qui domine. Si nous partons de O en suivant les sections OC, OD, ou Oa, Ob, pour lesquelles $\sin 2\varphi = 0$, il vient

$$T = (J + j \sin^2 \nu) + b \cos^2 \nu = (J + b) + (j - b) \sin^2 \nu.$$

Or, j représentant un blanc jaunâtre et b un bleu chargé, $j - b$ sera un jaune vif en comparaison de l'autre; et par conséquent, la teinte bleue $J + b$ que l'on voit le long de l'axe sera mêlée de jaune, dans une proportion d'autant plus forte que l'on approchera davantage de l'équateur. En PP′ la teinte deviendra indécise, si l'on choisit des valeurs numériques convenables; après quoi le jaune commencera à prédominer et restera seul visible à l'équateur même, l'expression de T devenant alors

$$T = J + j$$

aux points C, a, b, D.

Considérons maintenant le cas où $\cos 2\varphi = 0$, ou $\varphi = 45^\circ$, c'est-à-dire les teintes situées le long des axes ou des lignes les plus intenses qui limitent les gerbes latérales. Nous avons, dans ce cas,

$$T = B + (j \sin^2 \nu + b \cos^2 \nu) = (B + b \cos^2 \nu) + j \sin^2 \nu.$$

Or, si l'on suppose que B et b représentent des teintes bleues, puisque dans le cas de l'iolite l'angle entre les axes est $PP' = 62^\circ 50'$ et $OP = 31^\circ 25'$, on a dans le voisinage immédiat des pôles $\sin^2 \nu = \frac{1}{4}$ à peu près, et $\cos^2 \nu = \frac{3}{4}$; de sorte que, très près de P, la teinte de la partie la plus intense des gerbes sera exprimée par $B + \frac{3}{4} b + \frac{1}{4} j$, ce qui dénotera un beau

bleu plein, si l'on attribue des valeurs numériques probables à B, b et j. Mais à mesure que l'on approche de l'équateur en m, n, p, q, la valeur de $\cos^2 \nu$ venant à diminuer et celle de $\sin^2 \nu$ à augmenter, la teinte sombre B est moins renforcée par la teinte $b \cos^2 \nu$ qu'elle n'est affaiblie par $j \sin^2 \nu$, jusqu'à ce qu'enfin elle s'efface; de manière qu'en ces points, ainsi qu'en C, a, D, b, la couleur devient un jaune un peu moins décidé seulement que ne l'était le bleu précédent, sa teinte étant représentée par $T = j + B$, au lieu de $j + b$.

1074. — En général, si l'on désigne par A la teinte transmise le long de l'axe O du prisme, par P celle que l'on aperçoit le long des pôles, par L celle des branches latérales à leur origine près des pôles, et par E la teinte équatoriale moyenne, on aura, pour déterminer J, j, B, b, les équations

$$A = J + b,$$

$$2E = 2j + B + J,$$

$$P = J + j \sin^2 a + b \cos^2 a,$$

$$L = B + j \sin^2 a + b \cos^2 a.$$

L'élimination fait voir qu'il faut remplir préalablement l'équation de condition

$$2(A - P) = (2A - 2E - P + L) \sin^2 a. \quad . \quad (c),$$

laquelle étant satisfaite, l'une des teintes, j par exemple, reste arbitraire, tandis que les autres sont données par les équations

$$\left.\begin{aligned} 2J &= 2E + P - L - 2j \\ 2B &= 2E - P + L - 2j \\ 2b &= 2A - 2E - P + L + 2j \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (d),$$

dans lesquelles il faut cependant que j soit tel que J, B et b, soient des teintes réelles, c'est-à-dire qu'elles soient exprimées par des nombres positifs.

1075. — Pour appliquer les formules précédentes au cas de l'iolite, nous regarderons chaque rayon blanc comme formé par deux rayons complémentaires d'égale efficacité, l'un d'un beau jaune et l'autre d'un beau bleu.

Nous supposerons en outre que l'on ait reconnu par expérience que la teinte équatoriale E est un jaune très lavé, mais très brillant, consistant en 110 rayons de la teinte jaune précédente et en 99 rayons de la teinte bleue, l'intensité totale étant égale à 209. Supposons de plus que le bleu que l'on voit le long de l'axe du prisme soit d'une belle couleur, mais d'une intensité beaucoup moins considérable, représentée par 10 rayons jaunes + 20 rayons bleus = 30; que la teinte le long des axes optiques (P) soit un blanc représenté par 36 rayons jaunes + 36 rayons bleus = 72; et celle des parties les moins colorées des gerbes latérales L, un bleu plus prononcé que celui qui colore l'axe du prisme, ayant pour expression 28 rayons jaunes + 66 bleus = 94. Ces nombres satisfont à l'équation de condition en prenant $a = 30°$. Si on les substitue dans les équations, il vient

$$J + j = 114 \text{ jaunes} + 84 \text{ bleus},$$

$$B + j = 106 \text{ jaunes} + 114 \text{ bleus},$$

$$j - b = 104 \text{ jaunes} + 64 \text{ bleus}.$$

j demeurant indéterminé, on peut le supposer produit par m jaunes + n bleus, et déterminer m et n par les deux conditions que b désigne un bleu pur sans aucun mélange de jaune, et J un jaune très pâle résultant d'un mélange de jaune et de bleu dans le proportion de 10 sur 9.

On remplit ces conditions par l'hypothèse de $m = 104$ et $n = 75$; de manière qu'on obtient finalement

$$J = 10 \text{ jaunes} + 9 \text{ bleus},$$

$$j = 104 \text{ jaunes} + 75 \text{ bleus},$$

$$B = 2 \text{ jaunes} + 39 \text{ bleus},$$

$$b = 0 \text{ jaune} + 11 \text{ bleus}.$$

Ces valeurs étant prises pour celles des coefficients dans l'expression (b), art. 1073, on trouvera qu'elles reproduisent les teintes qu'on observe effectivement. Les teintes équatoriales extrêmes étant $j + J$ et $j + B$, elles seront représentées par 114 jaunes + 84 bleus et 106 jaunes + 114 bleus. La première teinte est un jaune très léger, mais très lumineux, équivalent à 30 rayons jaunes mêlés avec 168 rayons blancs ; tandis que la seconde est un bleu très léger et très brillant, provenant du mélange de 8 rayons bleus avec 212 rayons blancs.

1076. — On voit par ce qui précède que la formule est purement empirique, et que pour l'adopter ou la rejeter il faudrait un nombre d'expériences plus grand que celui que nous possédons. Malheureusement il est très difficile de rencontrer des cristaux à deux axes qui soient assez dichromatiques pour en obtenir des résultats décisifs, et qui soient en même temps assez grands et assez diaphanes pour être taillés dans les formes voulues et examinés dans les directions nécessaires, à travers les épaisseurs qu'exige le développement entier de leurs couleurs. Les cristaux qui réunissent les conditions requises sont presque aussi rares que les pierres les plus précieuses ; et cette circonstance est un grand obstacle à l'avancement de cette branche intéressante de l'optique. Cependant il y a lieu de croire que l'on trouvera des échantillons propres aux expériences parmi les cristaux artificiels.

Un des exemples de dichroïsme les plus remarquables est fourni par le sulfate de fer. On peut y ajouter l'hydrochlorate double de potasse et de palladium, qui offre, le long de l'axe du prisme à quatre faces dans lequel il cristallise, un rouge intense, et dans une direction transversale un vert d'une grande vivacité. (Wollaston, *Trans. phil.*, 1804 : sur un nouveau métal dans le platine brut.)

Les purpurates d'ammoniaque, de potasse, etc., manifestent des propriétés curieuses décrites par le docteur Prout. (*Trans. phil.*, 1808.) A la lumière transmise, on les voit briller d'un rouge intense ; et à la lumière réfléchie, ils offrent sur une surface un brun sombre et rougeâtre, et sur l'autre un vert brillant : phénomènes qui ne peuvent être expliqués par les principes du dichroïsme proprement dit, mais qu'il faut attribuer à une certaine disposition des surfaces vertes, qui produit ce qu'il conviendrait d'appeler une *couleur superficielle*, ou une teinte analogue à celle des lames minces ou des surfaces striées.

On en trouve un exemple dans le spath-fluor vert d'Alstonmoor, dont les surfaces naturelles ou artificielles offrent, sous certains jours, une teinte d'un bleu intense qu'elles ne perdent point par la polissure.

1077. — Le docteur Brewster a fait voir que l'action de la chaleur modifie souvent, d'une manière très curieuse, la couleur des cristaux biréfringents, en produisant un changement permanent dans l'échelle d'absorption des cristaux, qui affecte l'un des faisceaux exclusivement. Ayant choisi un grand nombre de topazes du Brésil qui n'offraient aucune variation à la lumière polarisée, et qui avaient, comme de raison, les mêmes types d'absorption, il les exposa à une chaleur rouge et les fit bouillir dans de l'huile d'olive ou du mercure; ce qui leur fit éprouver un changement durable et acquérir la propriété de polariser inégalement la lumière. Il prit alors une topaze dans laquelle l'un des faisceaux était jaune et l'autre

rose, et, l'ayant exposée à une chaleur rouge, il trouva que le faisceau extraordinaire avait été beaucoup plus fortement altéré que l'autre, la couleur jaune du premier ayant entièrement disparu, tandis que le rose du second était resté presque intact.

Les joailliers connaissent ce changement de couleur de la topaze, quoiqu'ils en ignorent la raison; et ils en profitent pour donner à cette pierre une teinte qui augmente considérablement sa valeur. Il est à remarquer que la topaze reste incolore tandis qu'on la chauffe, et qu'elle ne devient rose qu'en se refroidissant.

En soumettant la topaze à l'action du feu à plusieurs reprises, le docteur Brewster ne parvint jamais à modifier ou à dissiper la teinte rose. Il serait intéressant d'examiner jusqu'à quel point une compression violente, une addition graduée ou une soustraction de calorique, ou d'autres circonstances modificatrices, préviendraient son développement: car les géologues pourraient tirer les conséquences les plus curieuses de l'existence, dans les roches, d'une substance susceptible d'éprouver une altération aussi permanente par la seule élévation de température sans changement de composition.

1078. — Un caractère général des corps dichroïques est que, si la lumière naturelle est transmise au travers d'une lame d'une épaisseur suffisante, dans une direction quelconque non coïncidente avec l'un des axes optiques, le faisceau émergent est polarisé en tout ou en partie, à cause de l'action inégale du milieu sur les deux faisceaux et de l'anéantissement de l'un d'eux qui en est le résultat. En général, toute cause qui s'oppose à la libre transmission de la lumière doit produire un semblable effet. Ainsi, par exemple, si la continuité d'un milieu biréfringent se trouve interrompue par une lame mince d'une substance quelconque non cristallisée, les deux faisceaux subiront une réflexion partielle à la surface de cette lame, mais dans une proportion différente, parce qu'en vertu de leur sé-

paration, les angles sous lesquels ils tombent sur cette surface sont inégaux, ainsi que leurs indices de réfraction relatifs au milieu dont la lame est faite. Si l'indice de réfraction de celle-ci est précisément égal à l'indice de réfraction ordinaire du cristal supposé à un seul axe, il est évident que le rayon ordinaire n'éprouvera ni changement ni diminution, tandis que l'autre variera à la fois en direction et en intensité, étant affaibli par les réflexions partielles à son entrée et à sa sortie de chaque lame de cette espèce qui peut se trouver dans le milieu. Si ces lames sont très nombreuses et disposées non suivant des courbes planes, mais suivant des surfaces onduleuses ou irrégulières, cette circonstance ne change rien à ce qui concerne le rayon ordinaire qui traverse toujours le système sans altération, si ce n'est dans le cas où quelque opacité de la matière de la lame éteint une partie de la lumière. L'autre rayon, au contraire, devient confus et se disperse, les émergences des lames n'ayant point lieu (en raison de la courbure de celles-ci) sous les mêmes angles que les incidences, lesquelles sont elles-mêmes variables suivant les inclinaisons des lames entre elles. Il en résulte un phénomène absolument semblable à celui que nous offre l'agate et les autres corps irrégulièrement lamellés. Si l'on regarde un luminaire au travers de ceux-ci, on le voit distinctement, mais comme s'il projetait une lumière nébuleuse sur un rideau. Si l'on analyse le phénomène à l'aide d'une tourmaline ou d'un prisme biréfringent, on reconnaît que l'image distincte et la lumière nébuleuse se trouvent dans des états de polarisation opposés.

En examinant à la loupe un morceau d'agate, la structure lamelleuse et la réfraction inégale des lames deviennent très sensibles. L'agate paraît entièrement composée d'une suite de couches excessivement rapprochées, disposées non suivant des plans, mais suivant des lignes onduleuses ou sinueuses comme les chiffres 33333, en serrant ceux-ci les uns contre les autres. Les plans de polarisation de l'image nébuleuse et de l'image distincte sont respectivement l'un parallèle et l'autre perpen-

diculaire au sens général des couches qui restent sensiblement uniformes, quand on n'envisage qu'une petite portion de la surface à la fois.

1079. — Mais la lame interposée peut être elle-même cristallisée et insérée entre deux portions adjacentes d'un cristal régulier, en vertu des lois de la cristallographie qui règlent la juxta-position des molécules aux surfaces communes des cristaux maclés ou hémitropes. Soit A D E F (fig. 210) une lame telle que nous venons de dire, interrompue par une lame cristallisée B C E F et terminée par des plans parallèles. Considérons ce qui arrive au rayon S *a*, incident en *a*.

Il est évident que, sans la présence de la lame cristallisée, ou si les molécules de celle-ci étaient situées d'une manière homologue par rapport à celles des parties contigües, on aurait un cristal interrompu dans le dernier cas; et, dans le premier, deux prismes dont les sections principales seraient parallèles et agissant en sens contraire. Dans les deux cas, les faisceaux émergents ordinaire et extraordinaire, séparés par la double réfraction à la première surface, sortiraient parallèles au rayon incident et, par conséquent, entre eux. Mais la section principale de la lame mince cristallisée ne coincidant pas avec celle des deux prismes A B E, C F G, la polarisation des faisceaux *a b*, *a c*, se trouvera altérée. Au lieu d'être réfractés chacun en particulier par le second prisme C F G, comme dans le cas précédent, ils éprouveront une réfraction double; de manière qu'au lieu de deux faisceaux émergents, il y en aura maintenant quatre. La subdivision des faisceaux, dans la lame interposée, peut visiblement être négligée, car ils sont réfractés *dans la même direction*, en passant de la lame mince dans le second prisme, comme ils le seraient par une lame d'air infiniment mince. Or, dans ce cas, ils émergeraient de la lame en couples respectivement parallèles aux rayons *a b*, *a c*, et, par conséquent, les uns aux autres.

La réfraction par le second prisme sera donc précisément

la même que si la lame était supprimée et que les rayons *a b*, *a c*, eussent reçu en *a* les états de polarisation qu'ils acquièrent par son action. Or, ces états étant opposés, il est évident que chacun des rayons *a b*, *a c*, doit subir une réfraction ordinaire et une extraordinaire. Dénotons les quatre faisceaux par O O, O E, E O, E E, et supposons que *a b* soit la direction prise par la partie de S *a* réfractée à la manière ordinaire, et *a c* celle de l'extraordinaire. Puisque O O est réfracté *ordinairement* par le prisme C F G et tombe sur lui dans la direction du rayon ordinaire *a b*, sa direction, à son émergence, sera parallèle à S *a*. De même, E E étant réfracté *extraordinairement* et tombant dans la direction *b c* de la partie extraordinaire de S *a*, il émergera aussi parallèlement à S *a*. Ainsi les deux rayons O O, E E, émergeront parallèlement et leurs systèmes d'ondes se superposeront. Maintenant O E, qui tombe dans la direction du rayon ordinaire, est réfracté extraordinairement, tandis que E O, qui tombe dans celle du rayon extraordinaire, est réfracté ordinairement. Ces deux faisceaux ne peuvent donc émerger ni parallèlement à S *a* ni entre eux; mais ils produiront deux images latérales, une de chaque côté de l'image centrale ou directe, laquelle aura d'ailleurs une intensité égale à la somme de celles des images latérales.

1080. — Si la lame E B C F est très mince, ou si les axes optiques sont très près de se confondre en direction avec la lumière qui la traverse, la différence de route et d'intensité, dans l'intérieur de la lame, produira l'interférence des couples de rayons qui iront former chacun des faisceaux émergents et donnera naissance aux couleurs des anneaux des images latérales. Ainsi ces couleurs seront respectivement primaires et complémentaires dans ces deux images, tandis que l'image centrale, formée par l'exacte superposition de deux faisceaux complémentaires, paraîtra blanche.

Tous ces phénomènes ont été décrits par le docteur Brew-

ster, et expliqués par lui d'après les principes exposés ci-dessus. On les observe dans certains échantillons de spath d'Islande dont la structure est interrompue par des lames minces hémitropes qui passent par les diagonales les plus longues des faces opposées du rhombe primitif. Si l'on regarde une chandelle au travers d'un tel rhombe, on l'aperçoit accompagnée de deux images latérales, telles que nous venons de décrire, qui offrent souvent des teintes complémentaires de la plus grande beauté.

1081. — Si le luminaire dont émane le rayon S a est de petite dimension, les images latérales seront séparées par un intervalle obscur entre elles, et entre chacune et l'image centrale; mais elles empiéteront les unes sur les autres, dans le cas contraire. Si le luminaire est infiniment grand, comme lorsqu'on emploie la lumière uniforme des nuées, toutes les images se recouvrent. Quoique le champ embrassé par la vue ne soit pas nécessairement uniforme et blanc, l'image au centre forme toujours un écran d'un blanc vif sur lequel se projettent les images latérales. Or, si la lame mince se trouve telle que le pôle d'une de ses séries d'anneaux soit dans le champ visible d'une seule de ses images latérales (1), cette série ne sera point projetée centralement sur la série complémentaire de l'autre image latérale, à cause de la séparation angulaire de ces deux images. Les couleurs ne seront donc pas neutralisées, et deviendront visibles *per se*, quoique très pâles à cause de leur mélange avec toute la lumière blanche de l'image centrale (O O, E E) et avec la partie visible et presque uniforme de l'autre image latérale (O E).

---

(1) C'est ce qui arrive chaque fois que l'un des axes optiques est assez près d'être perpendiculaire à la surface de la lame A D pour que l'un des rayons O E ou E O traverse la lame même dans la direction de son axe.

1082. — Cette manière n'est pas la seule par laquelle un cristal parfaitement incolore puisse manifester ses anneaux à la lumière du jour ordinaire sans polarisation préalable ou sans décomposition subséquente du faisceau transmis. La masse générale de la lame cristallisée peut avoir un de ses axes optiques dans la direction du rayon visuel, comme dans la fig. 211, et la partie CD *dc*, comprise entre deux feuillets BC*cb* et D*de*E, formera précisément alors une combinaison telle que nous l'avons décrite plus haut, et fera apercevoir une série d'anneaux pâles, en raison du peu de densité et d'épaisseur des feuillets, et de la petitesse de l'axe des surfaces BC, DE. Ces cas d'exception ne sont pas purement hypothétiques. Le docteur Brewster assure avoir rencontré des morceaux de nitre qui produisaient les anneaux *per se;* mais ce cas est fort rare, excepté pour le bicarbonate de potasse, où il est même assez fréquent. On reconnaît aisément les feuillets dans les deux cas, et leur position, ainsi que celle du système d'anneaux, ne laisse aucun doute sur l'exactitude de l'explication que nous venons de donner. Ces cristaux, dont les physiciens s'occuperont sans doute davantage par la suite, peuvent être nommés *idiocyclophanes,* jusqu'à ce qu'on ait trouvé un terme plus convenable.

---

§ XII. — *Comment la chaleur et la compression mécanique modifient l'action des milieux sur la lumière.*

Phénomènes généraux. — Double réfraction. — Effet de la chaleur analogue à celui de la pression. — Comment la pression agit sur les molécules des solides. — Effets de la compression ; leur explication par la théorie ondulatoire. — Effets contraires de la compression et de la dilatation. — Loi de la superposition. — Teintes produites par la flexion d'une lame de verre. — Tension indiquée par les teintes. — Effet des diverses tensions simultanées. — Pression exercée en un point. — Effets de la vibration. — Polarisation par des gelées comprimées. — Effets passagers de la chaleur au-dessous du degré d'amollissement. — Cas d'une lame de verre rectangulaire chauffée par un de ses côtés. — Tension du verre par la chaleur. — Etat des diverses parties d'une lame soumise à la tension par le calorique. — Production de franges d'un caractère opposé. — Franges terminales. — Lignes neutres séparant les séries de franges adjacentes. — Phénomènes manifestés par un rectangle de verre dont une extrémité se refroidit. — Effets d'une félure. — Cas d'un cercle de verre échauffé au centre. — Effets singuliers d'une félure refermée. — Phénomènes produits par le verre non recuit ; — par des plaques circulaires, carrées et rectangulaires. — Gouttes de Rupert. — Phénomènes manifestés par une plaque de verre non recuit qui tourne dans son propre plan. — Effets d'une chaleur et d'une pression inégales sur les corps cristallisés. — Recherches de Mitscherlich sur la dilatation des cristaux par la chaleur. — Propriétés pyrometriques du spath d'Islande; manière de s'en assurer. — Propriétés pyrométriques du sulfate de potasse et de cuivre. — La double réfaction des cristaux varie avec la température. — Propriété remarquable du sulfate de chaux.

1083. — Les docteurs Seebeck et Brewster remarquèrent, presque dans le même temps et à l'insu l'un de l'autre, que le verre, qui dans son état naturel n'offre aucun phénomène de double réflexion, devient coloré par l'effet d'un échauffement ou d'un refroidissement inégal, et acquiert ainsi des propriétés analogues à celles des cristaux biréfringents. Si le degré de chaleur est au-dessous de celui auquel le verre s'amollit, l'effet est passager et cesse au moment où le verre acquiert une température uniforme en se refroidissant. Mais

si la chaleur est assez forte pour que les molécules cèdent à la dilatation et à la contraction pour prendre un nouvel arrangement, l'effet est permanent et les lames de verre préparées de cette manière ressemblent, à plusieurs égards, aux corps cristallisés. Le docteur Brewster s'est assuré depuis qu'une compression ou dilatation mécanique appliquée aux verres, aux gelées, aux gommes et aux cristaux simplement réfringents, tels que le spath-fluor, etc., peut leur donner les mêmes caractères.

Si le milieu comprimé est parfaitement élastique, comme le verre, l'effet est passager, comme celui de la chaleur. Mais si par suite de la durée de la compression ou de la dilatation les particules du milieu ont pris un arrangement et un état d'équilibre nouveau, il reste un caractère de polarisation permanent, même après la suppression de la force étrangère.

1084. — Comme dans les phénomènes dont il s'agit les couleurs périodiques ne se produisent point sans décomposition de la lumière incidente en deux faisceaux qui se meuvent avec des vitesses inégales, et comme une différence de vitesse est accompagnée invariablement d'une différence de réfraction, on doit s'attendre à voir devenir biréfringents les milieux soumis à l'influence de la chaleur ou d'une pression mécanique. C'est ce que Fresnel a effectivement prouvé par des expériences directes qui lui ont fait connaître qu'il se produisait ainsi une double réfraction d'une nature particulière.

1085. — On sait que la chaleur produit dans le verre et dans d'autres substances un accroissement de volume et un état de tension tout-à-fait pareil à celui qui résulte d'une violente action mécanique.

En effet, le degré de double réfraction communiqué au verre par la chaleur, d'une manière permanente ou passagère, a pour mesure la tension qui en est la cause, excepté dans un cas très obscur et susceptible d'être contesté. Nous n'hé-

sitons guère à regarder l'inégalité de température comme la cause éloignée, et la tension mécanique ou la condensation du milieu comme la cause prochaine des phénomènes en question; et nous sommes très peu disposés à attribuer ceux-ci à un fluide de cristallisation particulier doué de propriétés analogues à celles du magnétisme, de l'électricité, etc.

1086. — Dans les milieux fluides ou aériformes, il ne se développe aucun de ces phénomènes. La raison en est simple : la pression se distribue également en tous sens et l'élasticité de l'éther (suivant la doctrine ondulatoire) maintient son uniformité. Mais il n'en est pas de même pour les solides. Les molécules ne peuvent changer de place entre elles, et l'effet de la pression, dans un sens quelconque, est :

1° De resserrer les particules contiguës dans ce sens et de faire agir par là leurs forces répulsives avec une énergie plus grande que dans l'état naturel, afin de maintenir l'équilibre;

2° De pousser, mais beaucoup moins fortement, les particules contiguës dans une direction perpendiculaire à celle de la pression, en tendant à les séparer latéralement. Cet effet provient de l'accroissement de la force répulsive oblique par l'approche des molécules qui se trouvent dans la ligne de pression, vers celles qui s'en trouvent dehors.

Mais cette action, qui dans les fluides produirait un écartement des particules latérales, est balancée, dans les solides, par l'accroissement des forces attractives des molécules adjacentes suivant une ligne perpendiculaire à celle de pression.

Nous voyons ainsi que chaque force extérieure appliquée à un solide est accompagnée d'une condensation des particules de ce dernier dans le sens de cette force, et d'une dilatation dans le sens perpendiculaire. Mais il est probable que celle-ci est excessivement faible, à cause de la diminution rapide des forces moléculaires par l'accroissement de la distance, diminution qui rend l'action diagonale imperceptible. La première cependant, en vertu de la connexion entre les mo-

lécules de l'éther et celles des milieux réfringents, peut fort bien produire, dans ce fluide, une différence d'élasticité dans les deux directions susdites, dont les conséquences nécessaires seraient les deux faisceaux interférents, les couleurs périodiques et la double réfraction. L'effet de la dilatation doit être inverse de celui de la compression, la plus grande élasticité dans un cas et la moindre dans l'autre s'exerçant dans la même direction.

1087. — Ces considérations s'accordent parfaitement avec les expériences de M. Brewster et de Fresnel sur le verre dilaté et comprimé. Suivant le premier (*Trans. phil.*, 1816, vol. 106), l'effet de la pression sur les arêtes opposées d'un parallélipipède de verre est de développer dans ce solide des axes *neutres* et des axes de *dépolarisation*, les premiers parallèles et perpendiculaires au sens de la pression, les autres à 45° de ceux-ci. En d'autres termes, un parallélipipède de verre ainsi comprimé, exposé à la lumière d'un rayon polarisé dans un plan parallèle ou perpendiculaire aux côtés auxquels la pression est appliquée, ne produit aucun changement de polarisation et ne développe pas de couleurs périodiques, tandis que, si le rayon est polarisé dans un azimuth de 45° par rapport à ces côtés, il se manifeste une teinte qui *descend* dans l'échelle des anneaux colorés à mesure que la pression augmente.

1088. — Si la pression est appliquée uniformément sur toute la longueur de chaque côté opposé, l'élasticité de l'éther, en chaque point du parallélipipède, sera uniforme dans les deux directions : pour l'une elle sera un maximum, et pour l'autre, perpendiculaire à la précédente, un minimum.

Par conséquent, la lumière incidente polarisée dans un azimuth α° se partagera en deux faisceaux d'inégale intensité

(c'est-à-dire $\cos^2 \alpha$ et $\sin^2 \alpha$) polarisés en deux plans, et différant, à leur émergence, d'un intervalle de retard proportionnel à $t\,(v' - v)$, t étant l'épaisseur traversée et $v' - v$ la différence de vitesse des deux faisceaux.

Lorsque ceux-ci tomberont sur un prisme biréfringent, ils produiront des couleurs complémentaires périodiques dans les deux images, comme dans le cas d'une lame cristallisée (art. 969), l'image extraordinaire s'évanouissant lorsque $\alpha = 0$ ou $90°$, et le contraste atteignant son maximum à $45°$. Comme il est extrêmement difficile de donner à la pression une égalité aussi parfaite, il n'est pas étonnant que la surface entière du verre ne prenne pas une teinte uniforme. Il paraît néanmoins que cette circonstance a eu lieu dans l'expérience décrite par le docteur Brewster. (Prop. 1 du Mémoire précité.)

1089.—Si l'on suppose que l'élasticité de l'éther dans le verre comprimé soit moindre dans la direction de la force que dans le sens perpendiculaire à cette direction, il s'ensuit que le contraire doit avoir lieu pour le verre dilaté : ainsi, en supposant les forces égales et les lames semblables, les ondes extraordinaires, c'est-à-dire celles dont les vibrations ont lieu dans le sens de la pression et qui, en conséquence, sont polarisées perpendiculairement à cette direction, marcheront beaucoup plus vite dans le premier cas, tandis que ce seront les ondes ordinaires dans l'autre. Si donc l'on regarde l'intervalle de retard de la teinte $t\,(v' - v)$ comme négatif dans le premier cas, il sera positif dans le second, et dans tous les deux les teintes offriront des caractères opposés à ceux que manifestent les cristaux biréfringents des deux classes mentionnées aux art. 940 et 803 comme négatives et positives ou comme répulsives et attractives. Deux pareilles lames, placées d'une manière homologue, en sorte que les forces coïncident, doivent se neutraliser, ou se renforcer si elles se croisent à angles droits. En général si t désigne

l'épaisseur et f la force comprimante appliquée à une lame quelconque, en supposant la différence de vitesse proportionnelle à la force et en regardant les forces dilatantes comme négatives, nous aurons, pour les lames placées d'une manière homologue,

$$T = \text{la teinte polarisée par un nombre quelconque de lames,}$$
$$= (f t + f' t' + f'' t'' + \text{etc.}).$$

Dans le cas de lames croisées, les épaisseurs de celles qui se trouvent placées transversalement doivent être regardées comme négatives, absolument comme dans le cas de la superposition de lames cristallisées. Tous ces résultats sont conformes aux expériences du docteur Brewster.

1090. — Les phénomènes du verre dilaté et comprimé se produisent d'une manière simple et commode, en courbant une longue plaque de verre à surfaces parallèles, dont les côtés les plus longs sont polis et traversés par la lumière dans le sens de la largeur de la plaque. Dans ce cas, comme dans tous les cas de flexion, la surface convexe est dans un état de dilatation et la surface concave dans un état de compression; tandis qu'il existe une certaine ligne ou limite intermédiaire entre ces deux régions opposées, où la substance est dans son état d'équilibre naturel, et par rapport à laquelle la tension augmente à mesure que l'on s'en éloigne pour se rapprocher de l'une ou de l'autre surface.

La fig. 212 représente en grand une section d'une pareille lame, traversée par des rayons de lumière polarisés dans un plan incliné à 45° dans le sens de la longueur de la lame, et décomposés, comme de coutume. La ligne de séparation est marquée par un trait noir, et les teintes descendent des deux côtés dans l'échelle de Newton, en formant des bandes séparées par les lignes 11, 22, 33, 44, etc. Cependant les teintes ont des couleurs opposées, à la même distance de la ligne neutre:

car elles sont positives dans le sens de la dilatation, ou du côté convexe, et négatives dans le sens opposé, c'est-à-dire du côté concave. Dans une lame de verre d'un pouce et demi (anglais) de largeur, o.28 d'épaisseur et 6 de longueur, le docteur Brewster a développé 7 ordres de couleurs avant que le verre se rompît. Cette expérience offre un magnifique exemple de l'action des forces de tension et de compression sur les solides, et rendent visible à l'œil l'état violent dans lequel leurs parties sont tenues. La sagacité du docteur Brewster n'a pas laissé échapper le parti que l'on pouvait tirer de sa découverte, appliquée au but important de s'assurer de la flexion et de la compression des diverses parties des ouvrages d'architecture, tels que les ponts de pierre, les constructions en bois de charpente, etc., en assemblant des modèles de verre de la même manière que les matériaux mêmes.

Il est bon d'observer que les résultats obtenus de cette manière ne sont concluants que lorsque la charge à supporter excède de beaucoup le poids des matériaux.

1091. — Quand une lame de verre est soumise à plusieurs compressions et dilatations distinctes en divers sens, le docteur Brewster a trouvé que son action est égale à l'action combinée de plusieurs lames soumises chacune à une des forces exercées : ainsi un carré de verre comprimé également aux quatre côtés n'a aucune action polarisante.

1092. — Si la pression est appliquée en un point unique ou plutôt en deux points opposés, elle divergera de ces deux points dans toutes les directions vers l'intérieur de la masse; et les lignes d'égale pression, qui sont réellement les lignes isochromatiques, auront une forme déterminée, jusqu'à certain point, par celle de la vis comprimante au point de contact avec le verre, puisque le bout de cette vis détermine la configuration de la portion de verre sur laquelle il presse immédiatement.

Le docteur Brewster a donné la figure d'une foule de courbes produites par une semblable pression en différents points d'un parallélipipède de verre. Le lecteur curieux de les connaître les trouvera dans le Mémoire précité, ainsi que plusieurs apparences d'une grande beauté obtenues par le croisement de bandes dans un état différent de compression.

1093. — M. Biot a observé que, dans certains cas, le verre tenu dans un état de vibration, au moyen d'un archet ou autrement, dépolarise la lumière, c'est-à-dire fait reparaître le faisceau invisible. Ce phénomène est une conséquence nécessaire des compressions et dilatations successives éprouvées par les molécules.

1094. — Lorsque des masses de gelée, surtout de colle de poisson, sont pressées entre des plaques, elles acquièrent une action polarisante. Si on les dilate en employant des moyens convenables, et qu'en cet état on les fasse sécher et durcir, le caractère qu'elles acquièrent ainsi est permanent et survit à la force dilatante. On peut expliquer cette particularité en considérant que les enveloppes durcissent beaucoup plus promptement que l'intérieur, et que, si elles ont acquis une fois la consistance d'un solide, elles sont capables de résister à la contraction subséquente des parties intérieures, et de les tenir dans un état d'expansion, lors même que la force dilatante a cessé d'agir. Cette force ne sert qu'à déterminer la figure et les dimensions de l'enveloppe, et, celle-ci une fois formée et durcie, la substance conserve cette figure sans le secours de la force qui l'a produite. Le pouvoir polarisant de la colle de poisson, développé de la sorte, est très grand, et surpasse même celui de plusieurs cristaux biréfringents, tels que le béril; une lame de colle de poisson d'une épaisseur égale à 624 polarisant la teinte donnée par une lame d'air dont l'épaisseur est l'unité, et par une lame de béril, à faces

parallèles à l'axe, d'une épaisseur = 720. Selon le docteur Brewster, il faudrait donner au verre comprimé ou dilaté par la même force une épaisseur = 12580 pour obtenir la même teinte.

1095. — Nous allons considérer maintenant les effets passagers d'une température inégale au-dessous du degré où le verre commence à s'amollir. L'effet immédiat d'un accroissement ou d'un abaissement de température en un point d'une pièce de verre est une tension mécanique de toutes les parties environnantes. Lorsque la différence de température est considérable, cette tension est extrêmement violente, et capable de déterminer la rupture des plus gros blocs de verre, comme on peut l'obtenir chaque jour. Comme on sait que la tension seule suffit pour développer une action polarisante, la maxime de philosophie *Non plures causas admitti debere*, etc., qui défend d'admettre deux causes quand une seule actuellement agissante est capable de produire l'effet observé, rendrait notre justification difficile si nous prétendions attribuer au calorique une action particulière, indépendante de son pouvoir d'altérer les dimensions de la matière.

1096. — Quand une barre de fer chaud est appliquée le long d'un des côtés d'un parallélipipède de verre exposé à la lumière polarisée que l'on a obtenue par la méthode ordinaire, l'image qui avait disparu revient avec plus ou moins d'intensité en différents points du verre. Les axes neutres sont l'un parallèle et l'autre perpendiculaire au côté chauffé, et les axes dans l'azimuth desquels la teinte polarisée est la plus forte sont inclinés de 45° sur ce côté. En tenant celui-ci dans cet azimuth, le premier effet de la chaleur est de produire une ligne, ou plutôt une espèce d'onde de lumière blanche du côté chauffé, laquelle avance graduellement sur le verre, précédée d'une onde sombre et mal terminée. Presqu'au même instant,

et *long-temps avant que l'accroissement de température ait pu atteindre l'autre extrémité de la lame*, une onde semblable, mais plus faible, part de cette extrémité, en poussant également devant elle une onde sombre. Après un intervalle de temps imperceptible, on voit paraître autour du centre de la lame une autre frange blanche, mais très pâle, qui avance également vers les deux extrémités en question, en réduisant ainsi les deux ondes sombres à deux franges noires. Les teintes blanches sont suivies de teintes d'un ordre inférieur dans l'échelle des couleurs, telles que le jaune, le rouge, le pourpre, le bleu, etc., jusqu'à ce qu'à la fin l'échelle entière des couleurs des lames minces vienne se disposer en quatre séries de franges, parallèles à l'extrémité chauffée et ayant leur origine aux franges noires mentionnées ci-dessus. D'autres franges latérales se manifestent dans le même temps le long du côté perpendiculaire à celui qui est chauffé; de manière qu'il se produit six séries en tout : deux *extérieures*, c'est-à-dire parallèles au côté chauffé et au dehors des franges noires; deux *intérieures* dans la même direction, mais entre ces franges; et deux *terminales* le long des côtés latéraux. Le phénomène est représenté en entier fig. 213. Les franges qui bordent le côté chauffé A B sont plus nombreuses et plus distinctes que celles du côté opposé; les franges centrales et terminales sont les plus pâles de toutes.

1097. — Comme le verre est un très mauvais conducteur de la chaleur, si l'on élève subitement la température du côté A B, celui-ci éprouve une dilatation, à laquelle le reste du verre ne participe point : par conséquent, si la couche de molécules A B était détachée du reste du carré, elle s'allongerait à ses deux extrémités au-delà des côtés A C, D B. Lorsque la chaleur de cette couche se communique à la couche voisine, celle-ci tend également à s'allonger, mais avec moins d'énergie; de manière qu'après un long espace de temps employé par la chaleur pour arriver à l'extrémité la plus reculée du

verre, la limite extrême prendrait la forme a C D b, les lignes a C, b D, étant certaines courbes dépendantes de la loi de propagation et du temps écoulé. Voilà ce qui arriverait si la lame de verre était composée de couches discontinues qui se dilatassent chacune indépendamment des autres. D'ailleurs, en regardant ces couches comme infiniment minces, la température et la tension seraient uniformes dans chacune d'elles, et il n'y aurait point d'action polarisante ; mais le cas est tout différent en réalité. Chaque couche est indissolublement liée dans toute son étendue avec les couches adjacentes, et ne peut ni se dilater ni se contracter sans forcer celles-ci à participer à son changement de dimension : deux couches adjacentes doivent donc se dilater en vertu d'un changement commun de température ; mais, quand l'une est plus chaude que l'autre, la première se dilate *moins* et la seconde *plus* que si elles étaient indépendantes. Or la tension produite de cette manière dans une couche quelconque n'est pas limitée par le pouvoir conducteur du milieu, comme le calorique auquel elle est due ; mais elle se propage instantanément avec une énergie décroissante parmi les couches inférieures, en vertu de l'action mutuelle des molécules.

1098. — La recherche générale de l'état actuel de tension d'une molécule quelconque en un instant quelconque offre assez de difficultés, parce que ce problème dépend à la fois des lois de la propagation lente de la chaleur, et du changement de figure instantané, mais variable, nécessaire à l'établissement d'un équilibre momentané parmi les molécules à l'instant donné. Sans chercher à analyser minutieusement les effets de ce changement de figure, nous nous contenterons de donner une idée générale de la manière dont ils ont lieu.

Concevons que la couche A B b a (fig. 214), adjacente au bord A B, soit dilatée par la chaleur, tandis que le reste du verre conserve sa température primitive. Si cette couche pouvait éprouver une expansion isolée, ses limites A a, B b,

se jetteraient au-delà des bords C α, D β. Si nous regardons deux couches terminales C A E G, D B F H, comme détachées de la partie intérieure C D β α, et susceptibles d'être mues librement par la force appliquée à leurs extrémités A, B, la dilatation de la partie A B *b a* leur donnera la position représentée par la figure, tournant autour de C et de D comme sur des points d'appui, et laissant vides les intervalles triangulaires C *a* α, D *b* β : de manière que dans ce cas il n'y aura aucune tension dans le système. Mais la cohésion du verre empêche la formation de ces vides, et les barres ou leviers C A E G, D B F H, ne peuvent se mouvoir dans cette situation sans entraîner et, par conséquent, sans distendre les couches de C D β α. Soit P Q une de ces dernières, distendue vers *p q* : son élasticité tendra à rapprocher les barres C A E G et B D H F, et produira pour premier effet une pression sur les points d'appui C, D, tendante à réunir ces points et réduisant la couche C D à un état de compression. Son deuxième effet sera de produire aussi une pression sur A *a*, B *b*, ou une résistance à la dilatation que A B *b a* doit naturellement éprouver par suite de l'élévation de température : elle doit donc tendre à comprimer les couches de A B *b a*, et à les réduire à une longueur moindre que celle qui serait produite par leur échauffement ; ou, en d'autres termes, elle doit tendre à les amener à un état de compression relative. En troisième lieu, la tension de *p q* étant supportée en C, D et A, B, son effet sera de fléchir les leviers A C G E, B D H F, en les rendant concaves en G E, H F, et convexes en C A, D B; ce qui doit distendre les lignes C A, D B, et comprimer les couches adjacentes à E G, H F.

1099. — On voit par ce raisonnement qu'en vertu de ces diverses tensions le verre doit prendre une figure concave vers les bords, surtout aux bords latéraux A C, D B, comme dans la fig. 215. L'état de tension de ses diverses parties sera tel que le représente cette figure, tous les bords étant com-

primés, principalement A B et C D, et l'intérieur dilaté. La limite entre la région distendue et la région comprimée, parallèles à A B, doit être nécessairement marquée par des lignes *neutres* ab, cd, de chaque côté desquelles commence la tension, celle-ci étant à son maximum au milieu et aux bords : conséquemment il doit se former quatre séries de franges ayant leur origine en ab, cd, dont les deux extérieures (c'est-à-dire celles entre ces lignes près des bords) doivent avoir un caractère opposé à celui des franges intérieures, la partie du faisceau polarisé parallèle à A B étant propagée plus vite que celle qui est parallèle à A C dans un cas, et moins vite dans l'autre.

Cette diversité de caractère est conforme aux observations du docteur Brewster, qui affirme (*Trans. phil.*, 1816) que les parties du verre qui manifestent les deux séries extérieures de franges adjacentes aux bords A B, C D, ont la même structure que les cristaux attractifs, tandis que celles qui produisent les franges intérieures et terminales ont la structure des cristaux répulsifs ; ce qui signifie seulement, en empruntant le langage de la doctrine ondulatoire, que l'ordre de vitesse des faisceaux biréfractés s'intervertit en passant d'une région du verre à une autre : en effet, quant à la structure même, nous n'en pouvons rien savoir. Que les franges terminales aient le même caractère que les franges intérieures, ainsi que nous l'apprend l'observation, ce n'est qu'une conséquence nécessaire du raisonnement qui précède : car les régions terminales D B, A C, sont comprimées dans des directions parallèles à leurs bords, et par conséquent perpendiculaires à la direction suivant laquelle la partie centrale se trouve distendue. Or nous avons déjà vu que la compression dans un sens équivaut à la distension dans le sens perpendiculaire, au moins pour ce qui concerne le caractère des teintes.

1100. — Finalement, les lignes noires qui séparent les franges terminales proviennent des effets combinés de la tension

de la région intérieure parallèle à A B (fig. 214), exercée en un point quelconque, tel que q, sur le bord intérieur de la portion terminale D B F H (que nous avons regardée comme une barre ou un levier élastique), et de la distension de la ligne D B, qui s'exerce également en q, et qui provient de la convexité donnée à cette ligne. En vertu de ces deux forces, chaque point q le long d'une certaine ligne à une certaine distance de l'extrême bord HF sera distendu également en sens opposés, et se trouvera par conséquent dans un état neutre, sous le rapport de la polarisation; ce qui le fera paraître noir. Les franges terminales sont moins développées que le reste, parce qu'elles proviennent simplement de la flexion des bords H F, G E. Cette flexion n'est qu'un effet indirect de la force principale: elle ne peut être que très faible, puisqu'elle est due à la légère dilatation du verre par la chaleur, qu'elle est proportionnelle au sinus verse de la courbure qui en est le résultat, et que la ligne neutre qui forme ces franges est très voisine des bords. Pour la même raison, la tension de la ligne convexe D B étant faible, et par conséquent en équilibre d'elle-même avec celle de la colonne distendue $p\,q$ en un point q voisin de son extrémité, il s'ensuit évidemment que la tension parallèle à $p\,q$ doit être fort diminuée, étant balancée en grande partie par le ressort d'autres couches toujours plus éloignées du bord que D B.

1101. — Quand une lame de verre chauffée uniformément vient à se refroidir tout à coup à l'une de ses extrémités, il se produit des effets tout contraires. La colonne la plus extérieure A B $a\,b$ (fig. 214) se contracte soudain, comprime avec violence les colonnes au-delà de $\alpha\,\beta$ qui n'ont encore rien perdu de leur chaleur, et appuie vers les bords des leviers terminaux E A G C, B F H D, qui sont ainsi violemment pressés sur les points d'appui β Q et α P. L'action de ces leviers se transmettant au bord opposé C D, tend à l'allonger et à l'amener, ainsi que A B, à un état de distension. Les bords

terminaux sont ainsi jetés en dehors. La tension de chaque point est précisément inverse de celle qu'exprime la fig. 215, et il s'ensuit un renversement dans le caractère des teintes, comme le prouvent les observations du docteur Brewster (prop. 14 du Mémoire cité).

1102. — Lorsqu'un morceau de verre inégalement chauffé vient à se fêler, les directions et les intensités des forces de tension qui dépendent entièrement de la cohésion des molécules éprouvent un changement subit par la rupture de continuité des leviers, ressorts, etc., que nous nous figurerons comme organes de cette cohésion : aussi voit-on les franges prendre aussitôt un nouvel arrangement et des formes en rapport avec la figure du fragment qui a conservé sa continuité. Il serait trop long d'analyser ici tous les effets résultants des variations de figure du verre, et de la manière dont se fait l'application de la chaleur ; nous nous bornerons au seul cas où le centre d'un cercle de verre se trouve échauffé : chaque anneau extérieur est distendu alors parallèlement à sa circonférence, et comprime l'espace qu'il environne avec une force parallèle au rayon. Le point central est neutre, étant également refoulé dans toutes les directions, et les anneaux qui l'entourent sont comprimés à la fois dans le sens du rayon et dans celui de la circonférence. La tension centripète persiste lorsqu'on s'éloigne du centre; mais la tension à la circonférence diminue, et finit, comme nous l'avons déjà dit, par se changer en distension, en passant, comme il est naturel, par un état neutre; ce qui produit un cercle noir et des franges concentriques de caractères opposés, le tout se trouvant entrecoupé par les bras d'une croix noire, l'un parallèle au plan de polarisation primitive et l'autre perpendiculaire à ce plan. Ainsi que l'on devait s'y attendre, cette croix demeure immobile lorsqu'on fait tourner la lame de verre dans son propre plan.

1103. — Une seule expérience du docteur Brewster paraît contraire à la théorie précédente. Il fendit partiellement une grosse plaque de verre avec un fer rouge, puis il la laissa en repos assez long-temps pour que, les bords de la fente venant à se rejoindre, celle-ci semblât avoir totalement disparu.

Dans cet état, le verre chauffé inégalement offrit les mêmes franges que si la fente n'eût jamais existé; mais, au moment où celle-ci reparut par l'application de la chaleur dans son voisinage, les franges changèrent subitement de figure et prirent celle qui correspondait à la partie du verre limitée par la fente. Il paraît cependant qu'il se développe une grande force d'adhésion entre les surfaces du verre qui se trouvent dans cette espèce de contact.

Cette anomalie apparente ne sera pas regardée comme une difficulté sérieuse par ceux qui savent à quel point des barres de métaux dissemblables peuvent modifier réciproquement leur dilatation ou leur contraction, et suivre par conséquent les changements de température sans être unies autrement que par juxtaposition sans soudure, jusqu'à ce que la différence d'expansion arrive au point où les barres se séparent avec éclat pour reprendre leur équilibre naturel. Il nous paraît même assez probable que les sons musicaux que faisaient entendre certaines statues, au lever du soleil, provenaient d'une action pyrométrique analogue à celle dont nous venons de parler.

1104. — Tels sont, en général, les effets passagers de la distribution inégale de la chaleur au-dessous du point d'amollissement du verre. Mais, si une masse de verre est chauffée à tel point que ses molécules puissent glisser plus ou moins librement les unes sur les autres pour s'adapter à une forme quelconque donnée à la masse, et qu'ensuite on la refroidisse subitement, soit en la plongeant dans l'eau, soit en l'exposant à l'air froid, la chaleur abandonne les couches extérieures avec une promptitude trop grande pour que celle

qui vient des couches intérieures la remplace à temps; de manière que les premières sont déjà durcies, tandis que les autres sont dans un état de mollesse. Il n'y a donc encore de tension dans aucun point en ce moment; mais, le refroidissement continuant toujours, les parties intérieures deviennent solides à la longue et tendent naturellement à se contracter. Cette tendance est contrariée par la croûte extérieure déjà formée, qui agit à la manière d'une voûte ou d'un arceau et maintient ces parties dans un état de distension, en même temps que celles-ci obéissent à la pression de dedans en dehors qui leur fait prendre leur figure d'équilibre. Le verre, dans cet état, est dit non recuit. Si le refroidissement a été subit et si la masse est considérable, le verre se fendille en se refroidissant, ou il se brise en pièces lorsqu'il est froid, soit spontanément, soit par la plus légère égratignure qui détruit la continuité de la surface. Ordinairement il se réduit en une quantité innombrable de fragments, ou même en poussière, comme on en voit un exemple familier dans les gouttes de verre nommées *larmes bataviques* ou *de Rupert*, qui sont douées d'une grande énergie polarisante, à cause de la tension violente de leurs parties, et qui éclatent avec une violence comparable à une détonation, lorsqu'on casse seulement le bout de leurs longues queues grêles. Cependant, lorsqu'on parvient à réunir les fragments dispersés, on trouve qu'ils laissent entre eux un petit espace vide; ce qui prouve suffisamment l'état anormal et la distension violente des parties intérieures. Le cas est parfaitement semblable à celui d'une substance gélatineuse qui s'est durcie sous l'influence de forces dilatantes. (Voyez art. 1094.)

1105. — Si le refroidissement est moins prompt et ménagé avec soin, le verre, quoique beaucoup plus fragile que le verre recuit ordinaire, est néanmoins susceptible d'être taillé et poli, si l'on prend les précautions nécessaires. Dans cet état, lorsqu'il est traversé par de la lumière polarisée, il offre des phénomènes de coloration d'une variété et d'une magni-

ficence surprenante, formant des franges, des iris et des dessins d'une parfaite régularité, dont la figure dépend de celle de la masse et du degré de tension des particules. Dans tous les cas, ces dessins varient avec la forme extérieure, comme on pouvait le prévoir d'avance: car si l'on écarte une partie quelconque de la croûte extérieure, la tension que supportait cette partie se distribue sur les autres et sur la nouvelle surface.

Les figures 216, 217 et 218 représentent les dessins produits par des plaques circulaires, quarrées et rectangulaires, d'environ un demi-pouce d'épaisseur, les deux dernières étant placées de telle sorte qu'un de leurs côtés est parallèle au plan de polarisation primitive. Les figures 219 et 220 représentent les dessins produits par les deux mêmes plaques dans un azimuth de 45°. Dans tous ces différents cas, les lois de superposition indiquées à l'art. 1089 s'observent lorsque des points correspondants sur des lames semblables viennent à coïncider. Si la superposition se fait d'une manière symétrique, la teinte polarisée est la même que si elle provenait d'une lame dont l'épaisseur serait égale à la somme de celles des lames semblables; et à la différence de ces épaisseurs, si les lames se croisent.

1106. — Si l'on fait tourner une plaque carrée ou rectangulaire dans son propre plan à partir de l'azimuth 0°, les bras de la croix noire qui la divise en quatre quartiers se courbent comme dans la fig. 222, et passent successivement sur toute la surface; ce qui montre que les positions des axes d'élasticité des molécules varient pour les divers points de la plaque.

Nous n'essaierons pas d'analyser ici l'état mécanique des molécules dans un cas quelconque, car cette recherche nous mènerait trop loin. Nous nous contenterons de rapporter une expérience du docteur Brewster qui suffit pour faire voir comment le fait justifie l'explication que la théorie donne du phé-

nomène précédent. Selon l'excellent observateur que nous venons de nommer, les franges parallèles au côté A B du rectangle (fig. 220) ont le même caractère que celles que l'on produit en posant sur un fer rouge le côté correspondant d'une plaque semblable de verre recuit. Or, dans ce dernier cas, les franges extérieures adjacentes à A B, C D, proviennent d'une compression des colonnes parallèles à A B, et les franges intérieures de leur distension. D'ailleurs, dans la plaque non recuite, la distribution des forces est presque exactement la même que celle décrite aux art. 1098 et 1099.

En effet, une telle plaque peut être assimilée, à certains égards, à un cadre de bois sur lequel se trouve tendue une surface élastique, comme un tambour. Les quatre côtés sont courbés du dehors au dedans par l'effet de la tension, qui les comprime, en outre, directement dans le sens de leur longueur, indépendamment de cette courbure. Les franges terminales mentionnées aux articles précités proviennent uniquement des forces secondaires développées par la flexion; mais l'analogie serait complète si, au lieu de supposer une plaque de verre recuit chauffée par un côté seulement, on chauffait tout son contour en l'entourant d'un cadre de fer. Pour avoir une notice plus étendue sur ces brillants phénomènes, on consultera le curieux mémoire du docteur Brewster que nous avons déjà cité.

1107. — Fresnel a réussi à rendre visible la bifurcation des faisceaux dans le verre comprimé, par une ingénieuse combinaison de prismes dont les angles réfringents sont tournés en sens contraire. Les prismes qui se suivent étant comprimés dans des plans respectivement perpendiculaires, l'effet se trouve doublé, comme dans le cas de la double réfraction le long de l'axe du quartz.

1108. — La chaleur et la pression, en altérant les relations des corps cristallisés avec la lumière qu'ils transmettent, pro-

duisent des effets moins marqués sur ces derniers que sur les corps non cristallisés, à cause des phénomènes beaucoup plus frappants de la double réfraction qui masquent ceux de la tension mécanique. Néanmoins, dans les cristaux dont le pouvoir biréfringent est faible ou même insensible, comme dans le spath-fluor, le muriate de soude et d'autres appartenants au système tessulaire, le docteur Brewster a fait voir que l'action polarisante et biréfringente est développée par les mêmes agents, précisément comme dans les corps non cristallisés. En soumettant à une pression violente des substances cristallisées, en même temps qu'il observait les systèmes d'anneaux qui se trouvaient dans le voisinage immédiat de leurs axes, où l'action polarisante est très faible, M. Biot est parvenu à produire une distorsion évidente des anneaux; ce qui démontre clairement que ce n'est que l'extrême faiblesse de l'action polarisante obtenue de cette manière, comparativement à l'action ordinaire du cristal, qui empêche la première d'être appréciable dans toutes les directions.

1109. — Dans tout ce que nous venons de dire, nous n'avons considéré que l'action indirecte résultant de la distribution inégale de la chaleur, qui produisait une tension et des effets semblables à ceux d'une pression, comme nous l'avons fait voir plus haut. Mais le professeur Mitscherlich a reconnu, après une longue suite de recherches, que, lors même que la chaleur est distribuée avec assez d'égalité dans les corps cristallisés pour que toute la masse soit au même degré de température, son action est tout-à-fait différente de celle qu'elle exerce sur les corps non cristallisés (1). Dans ceux-ci

---

(1) Nous espérons voir bientôt réunir en corps de doctrine ces recherches intéressantes, que nous ne connaissons que par des extraits imparfaits.

et dans les cristaux qui appartiennent au système tessulaire, une élévation de température partagée par toute la masse produit une égale dilatation dans tous les sens, la masse ne faisant que croître en dimension, sans changer de figure. Mais dans les cristaux qui n'appartiennent pas au système tessulaire, c'est-à-dire qui n'ont pas une forme symétrique par rapport à trois axes rectangulaires, la dilatation causée par un accroissement de température est loin d'être la même dans toutes les directions. Dans certains cas, la dilatation dans un sens est accompagnée d'une contraction dans un autre.

1110. — M. Mitscherlich a trouvé dans le spath d'Islande ordinaire (carbonate de chaux) un exemple remarquable de ce dernier fait, le plus important, sans aucun doute, que l'on connaisse en pyrométrie. Lorsque ce cristal est chauffé, il se dilate dans le sens de l'axe du rhomboïde obtus qui constitue sa forme primitive et se contracte dans le sens perpendiculaire à cet axe; de sorte qu'il doit y avoir une direction intermédiaire dans laquelle la substance conserve ses dimensions, malgré le changement de température. Une conséquence nécessaire de cette inégalité d'action pyrométrique, c'est que les angles de la forme primitive s'altèrent, le rhomboïde devenant moins obtus à mesure que la température s'élève, comme on s'en est assuré par des mesures directes. M. Mitscherlich a trouvé qu'une élévation de température, depuis le degré de congélation jusqu'à celui d'ébullition, produisait une différence au moins de 8′ 30″ dans l'angle dièdre à l'extrémité de l'axe du rhomboïde. (*Bulletin des sciences publié par la société philomatique de Paris*, 1824, page 40.)

1111. — M. Mitscherlich s'est assuré du fait précédent en mesurant, à divers degrés de température, une lame de spath d'Islande à faces parallèles à l'axe, à l'aide du *sphéromètre*, espèce de *calibre* d'une extrême précision imaginé par M. Biot pour mesurer l'épaisseur d'un solide quelconque en forme de

lame au moyen de la révolution d'une vis dont la pointe touche légèrement la surface et qui permet d'apprécier sur-le-champ jusqu'à un dix-millième de pouce. L'expérience est délicate de sa nature ; mais le fait général d'une variation inégale de dimension par le changement de température peut être démontré par une simple expérience qui n'exige presque aucun appareil.

Au-dessus d'une lampe à esprit de vin on fait fondre, dans une cuillère, une petite quantité de sulfate de potasse et de cuivre, espèce de sel anhydre que l'on compose aisément en faisant cristalliser ensemble les sulfates de potasse et de cuivre. La fusion a lieu à un degré de chaleur justement au-dessus de celui du fer rouge et produit un liquide d'un vert sombre qui se change, par le refroidissement, en un solide d'un beau vert émeraude qui conserve sa cohésion jusqu'à la température de l'eau bouillante. Alors une commotion se propage dans toute la masse, à partir de la surface, chaque molécule se détachant des autres avec violence, jusqu'à ce qu'en peu d'instants toute la masse soit réduite en poussière. Un pareil effet ne pourrait avoir lieu si tous les petits cristaux entrelacés dont se composent le sel solidifié éprouvaient, par le refroidissement, une contraction égale dans tous les sens, qui maintiendrait leur juxtaposition. Des phénomènes analogues et explicables par les mêmes principes ont été observés, par M. Achard, dans la fusion de diverses frittes de verre.

1112. — La liaison est si intime entre les caractères optiques et cristallographiques que nul changement ne peut avoir lieu dans les uns sans que les autres ne s'altèrent en conséquence. Comme le rhomboïde de spath d'Islande devient moins obtus par l'action de la chaleur, et approche davantage du cube, on pouvait s'attendre à voir diminuer son pouvoir biréfringent par la même cause : c'est en effet ce que M. Mitscherlich a reconnu par des mesures directes.

Le même physicien a découvert, plus récemment, ce fait singulier, que le gypse, ou sulfate de chaux ordinaire, qui, à des températures moyennes, a ses deux axes optiques dans le plan de ses lamelles inclinés à 60° l'un sur l'autre, subit une altération très grande par l'élévation de la température. Les axes se rapprochent et finissent par se réunir; mais si la chaleur est poussée plus loin, ils se séparent de nouveau, dans un plan *perpendiculaire* à celui des lamelles, et offrent ainsi un bel exemple de la théorie des axes optiques due au célèbre Fresnel.

1113. — Nous citons de mémoire le résultat précédent, ayant cherché en vain la source d'où nous le tenons. Mais le cristal dont il s'agit change de constitution chimique à une température si basse, par la perte de son eau de cristallisation, qu'il était naturel de s'attendre à le voir éprouver, par la chaleur, des effets plus marqués que d'autres corps moins destructibles.

Dans ce moment, nous n'avons pas l'opportunité de vérifier le fait; mais nous remarquerons, en passant, que les teintes manifestées par une lame de sulfate de chaux actuellement devant nous, et exposée à la lumière polarisée, s'élèvent rapidement dans l'échelle lorsque la lame est chauffée modérément par la flamme d'une chandelle tenue à une certaine distance au-dessous d'elle, et descendent quand la chaleur cesse; ce qui, jusque-là, est conforme au résultat rapporté ci-dessus. Soumis à la même épreuve, le mica n'éprouve aucun changement sensible dans la position de ses axes ou la grandeur de ses anneaux, même quand on pousse la chaleur jusque près de l'ignition.

—

§ XIII. — *Des propriétés de la lumière considérées comme caractères chimiques et minéralogiques ; de l'emploi qu'on en peut faire pour découvrir la structure intime des corps.*

Relation entre les pouvoirs réfringents et la composition chimique des corps. — Classification des corps suivant l'ordre de leurs puissances réfractives. — Table des indices de réfraction ; remarques sur cette table. — Table des pouvoirs réfringents intrinsèques ; remarques sur cette table. — Table des pouvoirs dispersifs ; remarques sur cette table. — Expérience sur l'huile de cassia. — Usage de l'angle de polarisation comme caractère physique. — Action des surfaces cristallisées sur la lumière réfléchie. — Table des angles entre les axes optiques de plusieurs cristaux. — Teintes opposées de la vésuvienne. — Pouvoirs polarisants considérés comme caractères physiques des milieux. — Usage de la lumière polarisée pour démêler des structures compliquées. — Cristaux de nitre. — Arragonite. — Topaze. — Tessélite. — Sulfate de potasse. — Analcime.

1114. — Newton, *dont les regards ont embrassé toute la nature,* observa le premier la connexion qui existe entre les pouvoirs réfringents des milieux diaphanes et leurs propriétés chimiques. Sa conjecture bien connue sur la nature inflammable du diamant, fondée sur l'extrême réfringence de ce minéral et vérifiée par la découverte subséquente du carbone, fut peut-être moins remarquable par sa hardiesse à cette époque où la chimie n'était qu'un pur jargon dans lequel *le sel, le soufre, la terre, l'huile* et *le mercure* pouvaient être substitués presque indifféremment l'un à l'autre, qu'elle ne l'eût été cinquante ans plus tard. Celle de la nature inflammable de l'un des éléments de l'eau est au moins aussi étonnante comme preuve de sagacité, et peut-être est-elle plus intéressante par la grande influence que sa vérification a exercée sur la science chimique tout entière. Ces exemples suffisent pour montrer l'importance de l'indice de réfraction, soit qu'on le combine avec la pesanteur spécifique du milieu, soit qu'on le considère séparément comme simple caractère

physique. Les indices de réfraction d'une multitude de substances sont le fruit des travaux de Newton et des expérimentateurs subséquents, parmi lesquels on remarque surtout les docteurs Brewster et Wollaston. On peut leur donner une classification générale, par ordre de grandeur, de la manière suivante :

1115. *Première classe.* Gaz et vapeurs. L'indice de réfraction varie de 1.000 à 1002 à la température et pression ordinaires.

Deuxième classe. $\mu = 1.05$ . . . . $\mu = 1.45$. Les gaz condensés ; les liquides éthérés, spiritueux et aqueux ; les solutions acides, alcalines et salines (non métalliques).

Troisième classe. 1° Presque toutes les substances onctueuses : les graisses, les cires, les gommes, les résines, les camphres, les baumes, les substances végétales et animales inflammables, et toutes les variétés de l'hydrocarbone ; 2° les pierres et les composés vitreux dans lesquels les alcalis et les terres alcalines les plus légères, en combinaison avec la silice, l'alumine, etc., sont les ingrédients prédominants ; 3° les sels dans lesquels ne dominent pas les métaux ou les acides métalliques les plus pesants. $\mu = 1.40$. . . . $\mu = 1.60$.

Quatrième classe. Les pâtes (verres avec beaucoup de plomb), et, en général, les composés dans lesquels abondent le plomb, l'argent, le mercure et les métaux ou oxides métalliques les plus pesants. Les pierres précieuses, les combustibles à l'état solide, les métaux. $\mu = 1.60$ et au-dessus.

Cependant ces classes offrent tant d'exceptions et d'anomalies, elles sont si vagues et si mal définies, que nous ne les suivrons pas dans la distribution des indices. Nous nous contenterons de classer ceux-ci par ordre de grandeur ; méthode que l'usage a déjà pour ainsi dire consacrée.

—

1116. — TABLE DES INDICES DE RÉFRACTION,

ou valeurs de μ pour les rayons d'une réfrangibilité moyenne.

N. B. Suivant le docteur Young (*Trans. phil.*, vol. XCII, p. 370), les résultats du docteur Wollaston appartiennent plutôt au rouge extrême. Les autorités citées sont :

Br. Brewster, *Encyclop. Ed.* et *Traité sur de nouveaux instruments de physique.*

B. Y. Le docteur Young, Réductions faites aux observations du docteur Brewster. *Quarterly Journal*, vol. XXII.

Bi. Biot ; Bos. Boscovich ; F. Faraday ; Du. Dulong ; M. Malus ; N. Newton ; Fr. Fraunhofer ; W. Wollaston, *Trans. phil.*

He. Herschel (J.-F.-W) ; Eul. Euler fils.

C. et H. Autorités citées par le docteur Young dans ses *Leçons.*

—

Vide	1.000000	
Gaz		
A la température de la glace fondante et sous une pression = 29.922 pouces anglais = 0.76 mètre.		
Hydrogène	1.000138	Du.
Oxygène	1.000272	Du.
Air atmosphérique	1.000294	Bi.
Azote	1.000300	Du.
Gaz nitreux	1.000303	Du.
Oxide de carbone	1.000340	Du.
Ammoniaque	1.000385	Du.
Gaz des marais	1.000443	Du.
Acide carbonique	1.000449	Du.
Acide muriatique	1.000449	Du.

Acide hydrocyanique	1.000451	Du.
Oxide d'azote	1.000503	Du.
Hydrogène sulfuré	1.000644	Du.
Acide sulfureux	1.000665	Du.
Gaz oléfiant	1.000678	Du.
Chlore.	1.000772	Du.
Hydrogène protophosphoré	1.000789	Du.
Cyanogène	1.000834	Du.
Ether muriatique	1.001095	Du.
Phosgène, ou gaz oxi-chloro-carbonique.	1.001159	Du.
Vapeur de soufre carburé.	1.001500	Du.
Vapeur d'éther sulfurique (en ébullition à 35° centig.)	1.001530	Du.

Liquides et solides.

Ether dilaté par la chaleur de manière à occuper un espace triple	1.0570	Br.
Tabasheer de Vellore, variété diaphane d'une couleur jaunâtre.	1.1111	Br.
Premier des nouveaux fluides découverts par M. Brewster dans les cavités de la topaze	1.1311	Br.
Tabasheer transparent de Nagpore. . .	1.1454	Br.
Idem autre échantillon .	1.1503	Br.
Idem variété la plus blanche de Nagpore	1.1825	Br.
Nouveau fluide découvert par M. Brewster dans l'améthyste, à 83° ½ Fahr. . .	1.2106	Br.
Second fluide nouveau découvert par le même dans la topaze, à 83° Fahr. . .	1.2946	Br.
Oxide d'azote liquéfié par la pression . .	moindre que pour l'eau.	F.
Gaz acides muriatique et carbonique liquéfiés par la pression, presque égaux en pouvoir réfringent	beaucoup moindre que pour l'eau.	F.
Glace	1.307 1.3085 1.3100	Br. Br. W.
Chlore liquéfié par la pression.	moindre que pour l'eau.	F.

Cyanogène liquéfié par la pression . . .	peut-être moindre que pour l'eau.	F.
Idem idem	1.316	Br.
Acide sulfureux, idem	le même que pour l'eau.	F.
Eau	1.336	N. W. Br.
Hydrogène sulfuré, liquéfié par la pression.	plutôt supérieur à celui de l'eau.	F.
Ammoniaque, idem	supérieur à celui de l'eau et de tous les autres gaz liquéfiés.	F.
Humeur aqueuse de l'œil humain . . .	1.3366	Br.
Idem de l'œil de morue. . .	1.341	B.Y.
Humeur vitrée idem.	1.336	W.
	1.3394	Br.
	1.340	B.Y.
Humeur vitrée de l'œil d'agneau . . .	1.345	B.Y.
Idem de l'œil de pigeon . . .	1.353	B.Y.
Salive.	1.339	B.Y.
Mucus expectoré	1.339	B.Y.
Eau salée (de mer?)	1.343	Br.
Cryolite	1.344 1.349	Br.
Vinaigre (distillé)	1.344	Eul.
Idem	1.372	H.
Vinaigre	1.347	B. Y.
Acide acétique (de quelle force?) . . .	1.396	Br.
Colle de poisson (Medusa æquorea). . .	1.345	Br.
Blanc d'œuf	1.351	Eul.
Vin de Porto.	1.351	B. Y.
Sang humain	1.354	B. Y.
Eau saturée d'alun.	1.356	He.
Huile de buis	1.356	B. Y.

Éther	1.358 1.374	W. B. Y.
Albumine	1.360	W.
Blanc d'œuf de poule	1.361 1.359	Br. B. Y.
Eau-de-vie	1.366	B. Y.
Rhum	1.360	B. Y.
Huile d'ambre gris	1.368 1.379	Br. B. Y.
Alcool	1.37	W.
Idem (poids spéc. 0.866)	1.370	N.
Idem	1.371	C.
Idem rectifié	1.372	He.
Idem	1.374	Br.
Idem	1.377	B. Y.
Dissolution saturée de sel	1.375	C.
Acide muriatique (poids spéc. ?)	1.376	Br.
Idem (poids spéc. 1.134)	1.392	He.
Idem	1.395	B. Y.
Idem (fort)	1.401	Br.
Idem (très concentré)	1.4098	Bi.
Huile du vin	1.379	B. Y.
Esprit de nitre, doux	1.384	He.
Cornée d'agneau	1.386	B. Y.
Acide malique	1.395	Br.
Pus	1.395	B. Y.
Acide nitreux (de quelle force?)	1.396 1.404	Br. B. Y.
Acide nitrique (de quelle force?)	1.406	Br.
Cristallin de l'œil humain, à la surface	1.3767	Br.
Idem idem, dans l'intérieur	1.3786	Br.
Idem idem, au centre	1.3990	Br.
Idem de l'œil d'agneau, à la surface	1.386	B. Y.
Idem idem, dans l'intérieur	1.428	B. Y.
Idem idem, au centre	1.436	B. Y.
Idem de l'œil de morue, à la surface	1.410	B. Y.
Idem idem, dans l'intérieur	. . . .	. .
Idem idem, au centre	1.439	B. Y.
Idem de l'œil de bœuf	1.380 1.447 1.463	W. W. Eul.
Idem de l'œil de pigeon	1.406	B. Y.
Jus d'écorce d'orange	1.403	B. Y.

Solution de potasse (poids spéc. 1.416, rayon E)	1.40563	Fr.
Acide nitrique (poids spéc. 1.48)	1.410	B. Y.
	1.410	W.
Idem	1.412	C.
Soude liquéfiée par la chaleur	1.411	B. Y.
Acide hydrophosphorique, idem	1.423	B. Y.
Acide phosphorique (fluide)	1.426	Br.
Gluten de froment séché	1.426	B. Y.
Jaune d'œuf frais	1.428	B. Y.
Acide sulfurique (poids spéc. 1.7)	1.429	N.
Idem (poids spéc. ?)	1.430	He.
Idem	1.435	W.
Idem	1.440	Br.
Spath-fluor	1.433	W.
	1.436	Br.
Huile de rhue	1.433	Br.
	1.449	B. Y.
Acide phosphoreux	1.437	B. Y.
Acide hydrophosphorique froid	1.441	B. Y.
	1.442	Br.
Spermaceti (fondu)	1.446	W.
	1.454	B. Y.
Huile de cire	1.452	C.
Huile d'absinthe	1.453	Br.
Cire fondue	1.453	B. Y.
Huile de camomille	1.457	Br.
Idem	1.476	B. Y.
Huile de lavande	1.457	Br.
Idem	1.467	W.
Idem	1.475	B. Y.
Alun	1.457	W.
Idem (poids spéc. 1.714)	1.458	N.
Idem	1.488	B. Y.
Suif (fondu)	1.460	W.
Cire blanche (fondue)	1.462	B. Y.
Huile de pavot	1.467	Br.
	1.483	B. Y.
Sulfate de magnésie	1.465	Br.
Borax (poids spéc. 1.714)	1.467	N.
	1.467	C.
	1.475	Br.
Huile de menthe	1.468	W.
	1.473	B. Y.

Huile de romarin	1.469	Br.
	1.472	B. Y.
Huile de spermaceti	1.470	Br.
	1.473	B. Y.
Huile d'amandes	1.469	W.
	1.470	
Idem	1.481	B. Y.
	1.483	Br.
Huile de térébenthine épurée	1.470	W.
Esprit de térébentine (poids spéc. 0.874) .	1.471	N.
Huile de térébenthine	1.475	Br.
Idem	1.476	B. Y.
Idem, commune.	1.476	W.
Idem	1.482	C.
Idem	1.485	B. Y.
Idem, commune.	1.486	He.
Idem (poids spéc. 0.885, rayon E.)	1.47835	Fr.
Huile d'olive.	1.467	N.(1)
	1.469	W.
	1.470	Br.
	1.4705	He.
	1.476	B. Y.
Huile de bergamote	1.471	Br.
	1.473	B. Y.
Huile de baleine	1.471	Br.
Idem, provenant du spermaceti . . .	1.470	B. Y.
	1.471	Br.
Huile de genièvre	1.473	Br.
Beurre froid	1.474	B. Y.
	1.480	W.
Huile de palmier	1.475	B. Y.
Huile de navette.	1.475	B. Y.
		Br.
Naphte	1.475	B. Y.
Essence de limon	1.476	W.
Gomme arabique (poids spéc. 1.375) . .	1.476	N.
Huile d'aneth	1.477	Br.
Huile de thym	1.477	Br.
Huile de cajeput	1.478	B. Y.
	1.483	Br.
Opale (en partie hydrophane).	1.479	Br.

(1) Le poids spécifique de celle employée par Newton était 0.913.

Savon de Naples.	1.479	B. Y.
Huile de macis, fondue	1.481	B. Y.
Huile de menthe aiguë.	1.481	Br.
	1.496	B. Y.
Huile de limon	1.481	Br.
	1.489	B. Y.
Carbonate de potasse (?)	1.482	Br.
Huile de pouliot.	1.482	Br.
Idem	1.485	B. Y.
Huile de lin (poids spéc. 0.932)	1.482	N.
Idem	1.485	W.
Idem	1.487	B. Y.
Huile de sabine.	1.482	Br.
Huile de genièvre	1.482 / 1.491	B. Y.
Sulfate d'ammoniaque et de maguésie . .	1.483	Br.
Huile de baleine	1.483	B. Y.
Huile d'absinthe.	1.485 / 1.489	B. Y.
Huile de castor	1.485	B. Y.
	1.490	Br.
Huile de Florence	1.485	B. Y.
Huile de thym	1.486	B. Y.
Huile d'aneth	1.487	B. Y.
Huile de sainfoin	1.487	Br.
Idem	1.488	B. Y.
Camphre.	1.487	W.
. . . .	1.496	B. Y.
. . . .	1.500	C.
Poids spécifique, 0.996.	1.500	N.
Huile d'hysope	1.487	Br.
	1.495	B. Y.
Savon de Windsor	1.487	B. Y.
Obsidienne.	1.488	Br.
Spath d'Islande, moindre réfraction . .	1.488	W.
	1.519	Br.
Idem maximum	1.657	W.
	1.665	Br.
Idem rayon ordinaire	1.6543	M.
Idem rayon extraordinaire .	1.4833	M.
Idem (poids spéc. 2.72).	1.667	N.
Sulfate de magnésie (réfraction maximum?).	1.488	Br.

Huile de noix (peut-être impure)	1.490	He.
Idem	1.507	Br.
Huile de castor	1.490	Br.
Suif froid	1.49 1.492	W. B. Y.
Huile de carvi	1.483 1.491	B. Y. Br.
Huile de marjolaine	1.490 1.491	B. Y. Br.
Huile de noix muscade	1.491 1.497	B. Y. W.
Huile de noix	1.491 1.507	B. Y. Br.
Huile d'angélique	1.491 1.493	B. Y. Br.
Cire froide	1.492 1.507	B. Y.
Cire (à 14° Réaum.)	1.5123	M.
Idem fondante	1.4503	M.
Idem bouillante	1.4416	M.
Idem	1.542	W.
Idem (cire blanche froide)	1.535	W.
Sulfate de fer (réfraction maximum)	1.494	Br.
Baume de soufre	1.494 1.497	B. Y. Br.
Sulfate de potasse	1.475 1.509	W. Br.
Miel	1.495	B. Y.
Sel de la Rochelle (rayons verts moyens)	1.4985	He.
Idem (rouge moyen)	1.4929	He.
Idem (tartrate de potasse et de soude)	1.515	Br.
Thériaque	1.500	W.
Jaune d'œuf (séché)	1.500	B. Y.
Huile de faîne	1.500	Br.
Huile de Rhodes	1.500 1.503 1.505	Br. B. Y. Br.
Lame de crown-glass. d'Angleterre	1.500	W.
de France	1.504	W.
d'Angleterre (rouge extr.)	1.5133	He.
idem	1.514	Bos.
de Hollande	1.517	W.

Crown commun	1.525	W.
Idem en lame.	1.526	Bos.
Idem taillé en prisme par Dollond (rayons rouges extrêmes)	1.526	He.
Idem en lame.	1.527 1.529	Br. Bos.
Crown-glass, autre prisme de Dollond (rouge extr.)	1.5301	He.
Idem, de Fraunhofer N° 13, rayon E. (poids spécifique 2.535).	1.5314	Fr.
Idem, lame jaune, (poids spéc. 2.52)	1.532	C.
Idem, de Fraunhofer, N° 9, rayon E. (poids spécifique 2.535)	1.5330	Fr.
Idem, de Radcliffe	1.533 1.536	W.
Verre (1) crown	1.534	Br.
Verre (1) en lame.	1.538	Bos.
Verre (1) idem.	1.542	Bos.
Verre (1) de Saint-Gobin	1.543	W.
Verre (1) crown	1.544	Br.
Verre (1) vieux, en lame	1.545	W.
Verre (1) commun	1.550	N.
Verre (1) crown de Fraunhofer, M., poids spéc. 2.756, rayon E.	1.5631	Fr.
Verre (1) en lame, poids spéc. 2.76	1.573	C.
Verre (1) de bouteille.	1.582	Br.
Spermaceti froid	1.503 1.535	B. Y. W.
Huile de piment	1.503 1.507 1.510	B. Y. Br. B. Y.
Empois (séché)	1.504	B. Y.
Muriate d'antimoine sec	1.504	B. Y.
Idem exposé à l'air depuis deux jours	1.613	B. Y.
Huile d'ambre	1.505 1.507	W. B. Y.
Glu	1.506	B. Y.
Huile de fenouil odoriférant.	1.506 1.507	Br. B. Y.

(1) Il est probable que les échantillons les plus réfringents de cette liste sont des flint-glass d'une qualité inférieure, contenant du plomb.

Baume de Copaïba	1.507	W.
	1.514	B. Y.
	1.516	
	1.528	Br.
Stilbite	1.508	Br.
Huile de cumin	1.508	Br.
	1.578	B. Y.
Scammonée	1.510	B. Y.
Huile de macis	1.512	B. Y.
	1.526	
Gomme arabique	1.512	Br.
Idem (encore humide)	1.513	B. Y.
Idem	1.514	W.
Épiderme humain	1.514	W.
	1.517	
Nitre, indice maximum	1.514	Br.
Idem, minimum	1.335	Br.
Idem	1.524	C.
Nitre (?) poids spéc. 1.9	1.524	N.
Sulfate de fer	1.515	N.
Nadelstein de Faroë	1.5153	Br.
Mesotype, indice minimum	1.516	Br.
Idem, maximum	1.522	Br.
Sulfate de zinc, réfraction ordinaire	1.517	Br.
Myrrhe	1.517	B. Y.
	1.524	Br.
Acide tartarique, réfraction minimum	1.518	Br.
Idem, maximum	1.529	Br.
	1.575	
Gomme adragante	1.520	Br.
	1.66	W.
Verre composé de borax 1, silex 2	1.522	Br.
Gomme laque	1.52 +	W.
	1.525	Br.
	1.528	B. Y.
Huile de sassafras	1.522	B. Y.
	1.532	Br.
	1.536	W.
	1.544	Eul.
Caoutchouc	1.524	W.
	1.534	Br.
	1.557	B. Y.

Sélénite	1.525	W.
Idem, réfraction maximum	1.536	Br.
Idem, poids spéc. 2.252	1.488	N.
Acide citrique	1.527	Br.
Leucite	1.527	Br.
Baume de Canada	1.528	W.
	1.532	B. Y.
	1.549	Br.
Baume de Judée.	1.529	B. Y.
Cristallin de bœuf (séché) et d'un poisson.	1.530	W.
Poix	1.531	W.
	1.581	B. Y.
	1.586	Br.
	1.588	B. Y.
Sulfate de cuivre, réfraction minimum .	1.531	Br.
Idem, maximum	1.552	Br.
Olibanum	1.532	B. Y.
	1.544	Br.
Pierre du Brésil (poids spéc. 2.62) . . .	1.532	C.
Acide phosphorique fondu	1.532	Br.
Idem solide	1.544	Br.
Borax fondu.	1.532	Br.
Manne.	1.533	B. Y.
Idem brûlée	1.547	B. Y.
	1.565	B. Y.
Arragonite, indice extraordinaire . . .	1.5348	M.
Idem, ordinaire	1.6931	M.
Elémi	1.533	W.
	1.547	Br.
	1.550	B. Y.
Mastic.	1.535	W.
	1.539	B. Y.
	1.560	Br.
Arséniate de potasse	1.535	W.
Gomme animе	1.535	W.
	1.546	B. Y.
Copal	1.535	W.
	1.549	B.
	1.553	B. Y.
Huile de clous	1.535	W.
	1.539	B. Y.

Sucre blanc	1.535	W.
Idem	1.541	B.Y.
Idem (fondu)	1.545	B.Y.
Idem (après avoir été fondu)	1.555	Br.
Feldspath.	1.536	Br.
Huile de noix de cachou	1.536	B.Y.
Huile d'anis	{ 1,536	B.Y.
	1.601	Br.
Mellite	1.538	Br.
Idem	1.556	Br.
Gomme de genévrier	{ 1.538	Br.
	1.541	B.Y.
Carbonate de baryte, réfr. minimum . .	1.540	Br.
Buis	1.542	W.
Colophane	1.543	W.
Apophyllite, la variété qui manifeste des anneaux blancs et noirs (*Leucocyclite*) .	1.5431	He.
Carbonate de strontiane, réfr. minimum.	1.543	Br.
Idem, maximum.	1.700	Br.
Dichroïque (iolite)	1.544	Br.
Petroleum	1.544	B.Y.
Sel gemme (poids spéc. 2.143)	1.545	N.
Idem de roche	1.557	Br.
Térébenthine de Chio	{ 1.545	B.Y.
	1.557	Br.
Gomme sagapenum.	1.545	B.Y.
Térébenthine	1.545	B.Y.
Poix de Bourgogne.	{ 1.546	B.Y.
	1.560	Br.
Encens	{ 1.546	B.Y.
	1.554	Br.
Huile de tabac	1.547	Br.
Cristal de roche	1.547	W.
Quartz, réfraction ordinaire	1.5484	M.
Idem, extraordinaire	1.5582	M.
Améthyste	1.562	W.
Cristal de roche (double)	1.562	Br.
Idem (poids spéc. 2.65).	1.563	N.
Idem	{ 1.568	} C.
	1.575	
Ambre.	1.547	W.
Idem (poids spéc. 1.04).	1.556	N.
Résine.	{ 1.548	B.Y.
	1.552	B.Y.
	1.559	Br.

Gayac	1.550	B.Y.
Glu presque dure	1.553	B.Y.
Chalcédoine	1.553	Br.
Comptonite	1.553	Br.
Opium	1.559	B.Y.
	1.57 —	W.
Hyposulfate de chaux (rouge moyen)	1.5611	He.
Idem (jaune verdâtre moyen)	1.566	He.
Sang de dragon	1.562	B.Y.
Corne	1.565	Br.
	1.58 —	W.
Verre coloré en rose	1.570	Br.
Assa-fœtida	1.575	B.Y.
Flint-glass, divers échantillons	1.576	Br.
	1.578	He.
	1.583	W.
Idem, taillé en prisme par Dollond (rouge extrême)	1.584	He.
Idem (rouge extrême)	1.585	He.
Idem, divers échantillons	1.586	W.
	1.590	Bos.
	1.593	Bos.
	1.594	Bos.
	1.596	Br.
Idem, prisme de Dollond (rouge extrême)	1.601	He.
Idem, portant l'indication : *heavy* (fort)	1.602	He.
Idem, autre échantillon	1.604	Br.
	1.604	Bos.
Idem	1.6055	M.
Idem, N° 3 de Fraunhofer (rayon E.)	1.614	Fr.
Idem, autre variété	1.616	Br.
Idem, idem	1.625	Bos.
Idem, N° 30 de Fraunhofer (rayon E.)	1.6374	Fr.
Idem, N° 23 idem, idem	1.6405	Fr.
Idem, N° 13 idem, idem	1.6420	Fr.
Anhydrite, indice ordinaire	1.5772	Bi.
Idem, extraordinaire	1.6219	Bi.
Gomme ammoniaque	1.578	B.Y.
	1.592	Br.

Hyposulfite de chaux, réfr. minimum. .		1.583	He.
Idem, maximum.		1.628	He.
Baume de styrax.		1.584	Br.
Émeraude		1.585	Br.
Benjoin	de	1.586	W.
	à	1.596	
Huile de canelle.	de	1.589	B.Y.
		1.604	
	à	1.632	
Écaille de tortue		1.591	Br.
Baume du Pérou		1.593	B.Y.
		1.597	Br.
		1.605	B.Y.
Gayac.		1.596	W.
		1.600	B.Y.
		1.619	Br.
Béril		1.598	Br.
Baume de Tolu		1.60 —	W.
		1.610	B.Y.
		1.627	B.Y.
		1.628	Br.
Verre, couleur de rubis		1.601	Br.
Huile essentielle d'amandes amères. . .		1.603	Br.
Méionite		1.606	Br.
Verre, couleur pourpre		1.608	Br.
Résine de jalap		1.608	B.Y.
Hyposulfite de strontiane, réfr. minimum.		1.608	He.
Idem, maximum		1.651	He.
Topaze incolore.		1.6102	Bi.
Topaze bleuâtre (*cairngorm*)		1.624	Br.
Topaze du Brésil, indice ordinaire . .		1.6325	Bi.
Idem, extraordinaire		1.6401	Bi.
Topaze bleue, d'Aberdeen		1.636	Br.
Topaze jaune.		1.638	Br.
Idem rouge		1.652	Br.
Verre de couleur verte.		1.615	Br.
Castoréum		1.620	B.Y.
		1.626	Br.
Sulfate de baryte, indice ordinaire. . .		1.6201	Bi.
Idem, extraordinaire		1.6352	M.

Sulfate de baryte	1.6468	M.
Idem, réfraction ordinaire le long de l'axe, pour les rayons vert-jaunâtres	1.6460	He.
Idem, autre échantillon pour les rayons rouges	1.6459	He.
Idem, idem, pour les rayons vert-jaunâtres	1.6491	He.
Une fausse topaze (sulfate de baryte), poids spéc. 4.27	1.643	N.
Sulfate de baryte	1.646	W.
Idem double, réfraction maximum	1.664	Br.
Huile de cassia	1.624	B.Y.
	1.631	B.Y.
	1.641	Br.
Muriate d'ammoniaque	1.625	Br.
Aloès	1.634	B.Y.
Verre opale	1.635	Br.
Euclase, indice ordinaire	1.6429	Bi.
Idem, extraordinaire	1.6630	Bi.
Sulfate de strontiane	1.644	Br.
Verre de couleur hyacinthe	1.647	Br.
Nacre de perle	1.653	Br.
Spargelstein	1.657	Br.
Epidote, réfr. minimum	1.661	Br.
Idem, maximum.	1.703	Br.
Tourmaline	1.668	Br.
Cryolite, réfr. minimum.	1.668	Br.
Idem, maximum.	1.685	Br.
Chlorure de soufre	1.67 —	He.
Nitrate de bismuth, réfr. minimum, environ	1.67 —	He.
Idem, maximum, environ.	1.89 —	He.
Sulfure de carbone.	1.678	Br.
Verre de couleur orange	1.695	Br.
Boracite	1.701	Br.
Verre coloré en rouge au moyen de l'or	1.715	Br.
Verre contenant : plomb 1, flint 2	1.724	Br.
Verre rouge foncé	1.729	
Nitrate d'argent, réfr. minimum	1.729	Br.
Idem, maximum.	1.788	Br.
Verre contenant : plomb 3, flint 4	1.732	Br.
Hyposulfite de soude et d'argent, réfraction minimum	1.735	He.
Idem, maximum	1.785	He.

Axinite	1.735	Br.
Nitrate de plomb	1.758	Br.
Pierre de canelle	1.759	Br.
Chrysobéril	1.760	Br.
Spinelle	1.756	He.
	1.761	Br.
	1.812	W.
Feldspath.	1.764	Br.
Saphir (blanc)	1.768	W.
Idem (bleu)	1.794	Br.
Rubellite	1.768	He.
	1.779	Br.
Rubis	1.779	Br.
Jargon (orange).	1.782	Br.
Verre contenant : plomb 1, flint 1 (Zeiher)	1.787	Zeih.
Pyrope	1.792	Br.
Felspath du Labrador.	1.80 ±	He.
Muriate d'antimoine (variable), environ	1.8	W.
Arsénic	1.811	W.
Carbonate de plomb, réfr. minimum . .	1.813	Br.
Idem, maximum.	2.084	Br.
Borate de plomb fondu et refroidi (rouge extrême)	1.866	He.
Sulfate de plomb	1.925	Br.
Verre contenant : plomb 2, sable 1. . . .	1.987	W.
Zircon.	1.95	W.
Idem, réfr. minimum	1.961	Br.
Idem, maximum.	2.015	Br.
Soufre (Haüy)	1.958	Ha.
Idem	2.008	B.Y.
Idem	2.04	W.
Idem natif.	2.115	Br.
Idem fondu	2.148	Br.
Calomel	1.970	Br.
Tungstate de chaux, réfr. minimum . .	1.970	Br.
Idem, maximum.	2.129	Br.
Verre d'antimoine	1.980	W.
	2.216	Br.
Verre contenant : plomb 3, flint 1 (de Zeiher).	2.028	Z.
Écaille d'oxide de fer	2.1 —	Y.
Silicate de plomb, atome pour atome, rouge extrême	2.123	He.

Phosphore		2.125 2.224 2.260	B.Y. Br. Br.
Nitrite de plomb (à deux axes? quadronitre) cristallisé en prisme à six pans; réfr. ordinaire		2.322	He.
Diamant (poids spéc. 34)		2.439	N.
Idem		2.470	Br.
Idem brun		2.487	Br.
Idem, suivant Rochon		2.755	Ro.
Plombagine	de à	2.04 2.44	W.
Chromate de plomb, réfr. minimum		2.479 2.500 2.503	Br.
Idem, maximum		2.926 2.974	Br.
Octohédrite		2.500	Br.
Réalgar artificiel		2.549	Br.
Mine d'argent rouge		2.564	Br.
Mercure, indice probable (Voy. art. 594)		5.829	

—

1117.—En jetant les yeux sur la table précédente, on remarque d'abord combien elle est vague par le peu de soin avec lequel la composition chimique des corps s'y trouve déterminée. Les indices de réfraction assignés aux différentes huiles, aux acides, etc., quoique déterminés avec une grande exactitude sans doute pour les espèces analysées, sont privées du plus grand intérêt qu'ils pourraient offrir sous le rapport scientifique, par l'impossibilité où l'on se trouve de savoir quelle est précisément la substance analysée. D'après les recherches de Chevreul, la plupart des huiles fixes se composent probablement de deux substances distinctes dans une proportion très variable, à savoir : d'une matière solide et concrète (la stéarine) et d'une autre liquide (l'élaïne). Il est

donc à présumer que jamais deux échantillons différents n'offriront les mêmes proportions.

Cette remarque s'applique particulièrement à l'huile d'anis, qui se congèle presque entièrement par un froid très médiocre. Ce serait un travail pénible, à la vérité, mais en même temps éminemment utile pour la science de l'optique, que de dresser une table des indices de réfraction et de dispersion de tous les corps naturels dont la composition chimique est parfaitement connue et dont l'identité est aisée à constater. Les recherches de Fraunhofer ont fait voir quel degré de précision on peut donner à ces indices et le parti qu'on peut en tirer. La haute puissance réfractive de l'huile de cassia et son pouvoir dispersif également énergique ont porté le docteur Brewster à soupçonner, dans cette substance, quelque élément particulier que l'analyse chimique n'a pas encore fait connaître. La faible réfraction des huiles de buis et d'ambre gris n'est pas moins remarquable. Cependant, c'est pour les sels artificiels que l'on pourrait obtenir les résultats les plus précis, et faire une ample moisson de données précieuses tant pour l'optique que pour la chimie et la cristallographie.

1118. — La fraction $P = \frac{\mu^2 - 1}{s}$, dans laquelle μ désigne l'indice de réfraction et s le poids spécifique, exprime, suivant la doctrine de l'émission, l'énergie réfractive intrinsèque du milieu, *en supposant de même poids les derniers atomes de tous les corps.*

Les résultats suivants sont dus à divers physiciens, qui les ont calculés pour des substances très différentes en composition chimique et mécanique.

TABLE DES POUVOIRS RÉFRINGENTS INTRINSÈQUES.

Gaz.

En prenant pour unité la valeur de P pour l'air atmosphérique. (Biot, *Précis élémentaire de physique*, tome II, page 224.)

Oxygène	0.86161
Air	1.00000
Acide carbonique	1.00476
Azote	1.03408
Gaz muriatique	1.19625
Hydrogène percarburé	1.81860
Idem carburé	2.09270
Ammoniaque	2.16851
Hydrogène	6.61436

Valeurs de P données directement par la formule (1).

Tabasheer	0.0976	Br.
Cryolite	0.2742	Br.
Spath-fluor	0.3426	Br.
Oxygène	0.3799	Du.
Sulfate de baryte	0.3829	Du.
	0.3979	N.
Gaz acide sulfureux	0.44548	Du.
Gaz nitreux	0.44911	Du.
Air	0.4528	Du.
	0.4530	Bi.
	0.5208	N.
Acide carbonique	0.45372	Du.
Azote	0.4734	Du.
Chlore	0.48135	Du.
Verre d'antimoine	0.4864	N.

(1) Les résultats attribués à Dulong sont déduits des indices donnés par ce physicien dans la table précédente.

Oxide nitreux	0.5078	Du.
Phosgène	0.5188	Du.
Sélénite	0.5386	N.
Oxide carbonique	0.5387	Du.
Quartz	0.5415	M.
Cristal de roche	{ 0.5450	N.
	0.6536	Br.
Verre commun	0.5436	N.
Acide muriatique	0.5514	Du.
Idem sulfurique	0.6124	N.
Spath calcaire	{ 0.6424	M.
	0.6536	N.
Sel gemme	0.6477	N.
* Muriate de soude	1.2086	Br.
Alun	0.6570	N.
Acide nitrique	0.6676	Br.
Borax	0.6716	N.
Nitre	0.7079	N.
* Nitre	1.1962	Br.
Acide hydrocyanique	0.7366	Du.
Rubis	0.7389	Br.
Sulfate de fer	0.7551	N.
Ether muriatique (vapeur)	0.7552	Du.
Topaze du Brésil	0.7586	Br.
Eau de pluie	0.7845	N.
Flint-glass (moyen)	0.7986	Br.
Cyanogène	0.8021	Du.
Hydrogène sulfuré	0.8419	Du.
Gomme arabique	0.8574	N.
Vapeur de sulfure de carbone	0.8743	Du.
Idem d'éther sulfurique	0.9138	Du.
Hydrogène protophosphoré	0.9680	Du.
Ammoniaque	1.0032	Du.
Esprit de vin rectifié	1.0121	Du.
Carbonate de potasse	1.0227	Br.
Chromate de plomb	1.0436	Br.
Gaz oléfiant	1.0654	Du.
* Muriate d'ammoniaque	1.1290	Br.
Hydrogène carboné (gaz des marais)	1.2204	Du.
Camphre	1.2551	N.
Huile d'olive	1.2607	N.
Huile de lin	1.2819	N.
Cire d'abeilles	1.3308	M.
Esprit de térébenthine	1.3222	N.
Ambre	1.3654	N.

Octohédrite	1.3816	Br.
Diamant	1.4566	N.
Réalgar	1.6666	Br.
Ambre gris	1.7000	Br.
Mercure (probablement)	2.4247	
Soufre.	2.2000	Br.
Phosphore	2.8857	Br.
Hydrogène	3.0953	Du.

1119. — Les résultats marqués d'un astérisque, dans la table précédente, proviennent de calculs probablement inexacts. De même que l'hydrogène occupe le plus haut degré de cette table, ainsi la fluorine devrait occuper le plus bas, si on pouvait l'obtenir à l'état simple. Les propriétés optiques du tabasheer sont, à tous les égards, d'étranges anomalies. On remarquera que la fonction $\frac{\mu^2 - 1}{s}$ exprime uniquement le pouvoir réfringent intrinsèque dans l'hypothèse de la divisibilité infinie de la matière et de l'égale pesanteur de chaque molécule. Mais si les corps se composent d'une quantité finie d'atomes variant en poids, suivant la composition de la substance, ainsi que l'enseigne la chimie moderne, l'énergie réfractive intrinsèque des atomes d'un milieu quelconque a pour expression la fonction précédente multipliée par le poids atomistique, et l'ordre des milieux classés ci-dessus change considérablement. Ainsi, le poids de l'atome d'hydrogène étant le plus faible, et celui de l'atome de mercure un des plus forts, cette multiplication abaisse le rang du premier et élève celui du second, de manière à mettre entre les nombres correspondants à ces deux substances un très grand intervalle. Il faudrait aussi établir une distinction entre les atomes simples et les atomes composés ; mais, comme ces considérations sont particulières au système de l'émission, nous ne nous y arrêterons pas davantage.

1120. — Les pouvoirs dispersifs des corps fournissent un autre caractère distinctif d'un haut intérêt. Le docteur Brewster en a donné, dans son *Traité sur de nouveaux instruments de physique*, la table suivante, presque entièrement due à ses propres observations.

—

TABLE DES POUVOIRS DISPERSIFS.

N. B. La première colonne contient les noms des milieux; la seconde les valeurs de la fonction $\frac{\delta\mu}{\mu - 1}$; la troisième celles de $\delta\mu$ seulement, $\delta\mu$ étant la différence de réfraction entre le rouge extrême et le violet extrême.

POUVOIRS DISPERSIFS.	$\frac{\delta\mu}{\mu - 1}$	$\delta\mu$	Auteurs.
Chromate de plomb, valeur max. estimée	0.400	0.770	B.
Idem, idem, surpasse.	0.296	0.570	B.
Réalgar fondu	0.267	0.394	B.
Chromate de plomb, réfr. minimum.	0.262	0.388	B.
Réalgar fondu, autre espèce.	0.255	0.374	B.
Huile de cassia	0.139	0.089	B.
Soufre, après la fusion.	0.130	0.149	B.
Phosphore	0.128	0.156	B.
Baume de Tolu	0.103	0.065	B.
Baume du Pérou	0.093	0.058	B.
Carbonate de plomb, valeur max.	+0.091	+0.091	B.
Aloès des Barbades.	0.085	0.058	B.
Huile d'anis	0.074	0.044	B.
Baume styrax	0.069	0.039	B.
Gayac	0.066	0.041	B.
Carbonate de plomb, réfr. minim.	0.066	0.056	B.
Huile de cumin	0.065	0.053	B.
Gomme ammoniaque	0.063	0.037	B.

POUVOIRS DISPERSIFS.	$\frac{\delta\mu}{\mu - 1}$	$\delta\mu$	Auteurs.
Huile de goudron des Barbades . .	0.062	0.032	B.
Huile de clous de girofle	0.062	0.033	B.
Verre de couleur verte.	0.061	0.037	B.
Sulfate de plomb	0.060	0.056	B.
Verre d'un rouge foncé	0.060	0.044	B.
Huile de sassafras	0.060	0.032	B.
Verre opale	0.060	0.038	B.
Résine.	0.057	0.032	B.
Huile de fenouil.	0.055	0.028	B.
Huile de menthe aiguë.	0.054	0.026	B.
Verre orange	0.053	0.042	B.
Sel de roche	0.053	0.029	B.
Flint-glass, réfr. max. (Boscovich) .	0.0527		Bos.
Caoutchouc	0.052	0.028	B.
Huile de piment	0.052	0.026	B.
Flint-glass	0.052	0.032	B.
Verre d'un pourpre foncé. . . .	0.051	0.031	B.
Huile d'angélique	0.051	0.025	B.
Huile de thym	0.050	0.024	B.
Huile de sainfoin	0.050	0.024	B.
Huile d'absinthe	0.049	0.022	B.
Huile de pouliot	0.049	0.024	B.
Huile de carvi	0.049	0.024	B.
Huile d'aneth	0.049	0.023	B.
Huile de bergamote	0.049	0.023	B.
Flint-glass	0.048	0.029	B.
Térébenthine de Chio	0.048	0.028	B.
Encens	0.048	0.028	B.
Flint-glass	0.048	0.028	B.
Huile de limon	0.048	0.023	B.
Huile de genièvre	0.047	0.022	B.
Huile de camomille.	0.046	0.021	B.
Gomme de genévrier	0.046	0.025	B.
Carbonate de strontiane, réfr. max.	0.046	0.032	B.
Huile de baleine	0.046	0.021	B.
Flint-glass, réfr. minimum (Boscovich)	0.0457		Bos.
Acide nitrique	0.045	0.019	B.

POUVOIRS DISPERSIFS.	$\frac{\delta\mu}{\mu-1}$	$\delta\mu$	Auteurs.
Huile de lavande	0.045	0.021	B.
Baume de soufre	0.045	0.023	B.
Ecaille de tortue	0.045	0.027	B.
Corne	0.045	0.025	B.
Baume du Canada	0.045	0.024	B.
Huile de marjolaine.	0.045	0.022	B.
Gomme olibanum	0.045	0.024	B.
Acide nitreux (?).	0.044	0.018	B.
Huile de cajeput	0.044	0.021	B.
Huile d'hysope	0.044	0.022	B.
Huile de Rhodes.	0.044	0.022	B.
Verre rose	0.044	0.025	B.
Huile de sabine	0.044	0.021	B.
Huile de pavot	0.044	0.020	B.
Jargon, réfr. maximum	0.044	0.045	B.
Acide muriatique	0.043	0.016	B.
Copal	0.043	0.024	B.
Huile de noix	0.043	0.022	B.
Poix de Bourgogne.	0.043	0.024	B.
Huile de térébenthine.	0.042	0.020	B.
Huile de romarin	0.042	0.020	B.
Feld-spath	0.042	0.022	B.
Glu	0.041	0.022	B.
Baume de copahu	0.041	0.021	B.
Huile de noix muscade.	0.041	0.021	B.
Stilbite	0.041	0.021	B.
Ambre	0.041	0.023	B.
Huile de menthe poivrée	0.040	0.019	B.
Spinelle	0.040	0.031	B.
Carbonate de chaux, réfr. max. .	0.040	0.027	B.
Huile de navette.	0.040	0.019	B.
Verre de bouteille	0.040	0.023	B.
Gomme élémi	0.039	0.021	B.
Sulfate de fer	0.039	0.019	B.
Diamant	0.038	0.056	B.
Huile d'olive.	0.038	0.018	B.
Gomme mastic	0.038	0.022	B.
Blanc d'œuf	0.037	0.013	B.

POUVOIRS DISPERSIFS.	$\frac{\delta\mu}{\mu-1}$	$\delta\mu$	Auteurs.
Huile de rhue	0.037	0.016	B.
Gomme myrrhe	0.037	0.0 20	B.
Béril	0.037	0.022	B.
Obsidienne	0.037	0.018	B.
Ether	0.037	0.012	B.
Sélénite	0.037	0.020	B.
Alun	0.036	0.017	B.
Huile de castor	0.036	0.018	B.
Sulfate de cuivre	0.036	0.019	B.
Crown-glass, très vert	0.036	0.020	B.
Gomme arabique	0.036	0.018	B.
Sucre fondu et refroidi.	0.036	0.020	B.
Colle de poisson (*medusa æquorea*) .	0.035	0.015	B.
Eau	0.035	0.012	B.
Humeur aqueuse de l'œil de morue.	0.035	0.012	B.
Idem vitrée idem . . .	0.035	0.012	B.
Acide citrique	0.035	0.019	B.
Rubellite	0.035	0.027	B.
Leucite	0.035	0.018	B.
Epidote	0.035	0.024	B.
Verre commun (Bosc. max.) cité par Brewster	0.0346		Bos
Grenat.	00 33	0.027	B.
Verre commun (Bosc. min.) cité par Brewster	0.033		Bos
Pyrope	0.033	0.026	B.
Chrysolite.	0.033	0.022	B.
Crown-glass	0.033	0.018	B.
Huile d'ambre gris	0.032	0.012	B.
Huile de vin.	0.032	0.012	B.
Acide phosphorique, prisme solide.	0.032	0.017	B.
Lame de verre	0.032	0.017	B.
Acide sulfurique.	0.031	0.014	B.
Apophyllite (leucocyclite). . . .	0.031	0.017	He.
Acide tartrique	0.030	0.016	B.
Borax	0.030	0.014	B.
Axinite	0.030	0.022	B.

POUVOIRS DISPERSIFS.	$\frac{\delta\mu}{\mu - 1}$	$\delta\mu$	Auteurs.
Alcool	0.029	0.011	B.
Sulfate de baryte	0.029	0.019	B.
Tourmaline	0.028	0.019	B.
Crown-glass, Leith (Robison) cité par Brewster	0.027		Rob.
Carbonate de strontiane, réfr. min.	0.027	0.015	B.
Cristal de roche	0.026	0.014	B.
Emeraude	0.026	0.015	B.
Carbonate de chaux, réfr. min.	0.026	0.016	B.
Saphir bleu	0.026	0.021	B.
Topaze bleue, cairn-gorm	0.025	0.016	B.
Chrysobéril	0.025	0.019	B.
Topaze bleue d'Aberdeen	0.024	0.025	B.
Sulfate de strontiane	0.024	0.015	B.
Spath-fluor	0.022	0.010	B.
Cryolite	0.022	0.007	B.

—

1121. — On peut appliquer à cette table les observations que nous avons faites à l'égard de celle des pouvoirs réfringents : elle exigerait une entière révision. Mais il n'y a que ceux qui connaissent la difficulté de ce genre de recherches qui puissent apprécier le mérite des travaux du docteur Brewster, que nous sommes bien loin de vouloir rabaisser par cette remarque. Si les perfectionnements que chaque jour introduit dans la science nous rendent de plus en plus exigeants, le véritable physicien a plutôt lieu de se louer que de se plaindre en voyant ses procédés remplacés par d'autres plus puissants et ses résultats perdre de leur importance par les observations plus exactes de ses successeurs. Ce qui manque surtout maintenant, c'est la connaissance exacte des in-

dices de réfraction pour des rayons déterminés du spectre et pour des milieux parfaitement définis par leurs propriétés chimiques. Les recherches de Fraunhofer et de M. Arago ont assez prouvé que ce but *pouvait* être atteint: aussi espérons-nous qu'il ne tardera pas à l'être complétement.

1121. — On peut faire, sur les diverses substances de la table précédente, plusieurs remarques importantes. *En général*, une grande puissance réfractive est accompagnée d'un pouvoir dispersif énergique; mais les exceptions sont innombrables, surtout parmi les pierres précieuses, entre lesquelles on distingue le diamant. Certains corps paraissent communiquer ces pouvoirs réfringents et dispersifs à leurs composés, et cette propriété est d'autant plus évidente, que, par suite de la méthode de classification de ces pouvoirs, on fait abstraction de la densité. Ainsi le fluor et même l'oxygène semblent n'avoir qu'une très faible influence sur les pouvoirs dispersifs de leurs composés, tandis que l'hydrogène, le soufre, et surtout le plomb, paraissent en exercer une très grande en sens contraire. Le contraste entre les huiles d'ambre gris et de cassia est au moins aussi étonnant, sous le rapport de la dispersion, que sous celui du pouvoir réfringent. L'expérience suivante fait reconnaître la présence de l'hydrogène dans cette dernière huile et donne une preuve convaincante de l'indépendance mutuelle des deux pouvoirs. On fait passer un courant de chlore dans l'huile de cassia jusqu'à saturation. Le premier effet du gaz est de donner à l'huile une couleur plus sombre, que la continuation du courant change ensuite en un jaune rougeâtre, jusqu'à ce que l'action du gaz soit complète, l'huile prenant alors une belle teinte rose au bout de quelques jours. Pendant toute la durée de l'opération, on voit s'élever des bouffées continuelles de gaz muriatique qui annoncent une soustraction abondante d'hydrogène. A la fin l'huile se convertit en une masse visqueuse, s'écoule en longs fils et perd entièrement son parfum particulier; sa saveur

aromatique est remplacée par un gout âcre et piquant qui ne lui ressemble en rien. Elle conserve son inflammabilité, quoiqu'à un degré moindre qu'auparavant, et brûle avec une flamme verte aux extrémités, qui indique la présence du chlore. Cependant son pouvoir réfringent est très peu diminué. Une goutte du mélange étant mise dans l'angle de deux lames de verre et à côté d'elle une autre goutte d'huile pure, le spectre d'une ligne lumineuse fut regardé *par le même œil* au travers des deux milieux à la fois. La ligne parut continue, le spectre de l'huile pure n'étant réfracté en largeur que d'un quart environ de plus que celui de l'huile mélangée. Mais le pouvoir dispersif de celle-ci était considérablement altéré : car il fut trouvé non seulement au-dessous de celui de l'huile pure, mais même du flint-glass. Lorsque la dispersion de l'huile pure était compensée par le flint-glass, celle de l'huile mélangée était plus que compensée ; et, lorsque l'angle des lames de verre était tel que la dispersion de cette dernière était entièrement corrigée par un prisme de Dollond, *heavy-flint*, d'un angle réfringent d'environ 25°, le spectre de l'autre était presque égal à celui du flint. La dispersion avait donc été diminuée de moitié, tandis que la réfraction n'avait guère subi de changement appréciable. (7 octobre 1825.)

1123. — L'angle de polarisation complète d'un rayon réfléchi à la surface d'un milieu offre un caractère minéralogique d'une grande importance, en ce qu'il donne sur-le-champ une valeur approchée de l'indice de réfraction suffisante, dans une foule de cas, pour distinguer deux substances susceptibles d'être confondues autrement; et en ce qu'on le mesure avec facilité, dès que l'on a une seule surface assez polie pour donner une réflexion régulière. Ce caractère est encore utile en ce qu'il peut s'appliquer à de petits fragments, à des pierres montées en bijoux, à des échantillons trop précieux pour être sacrifiés, à des corps opaques et

à une infinité d'autres cas, pour lesquels la mesure directe de la réfraction serait impraticable.

La remarque suivante n'a point échappé à la sagacité du docteur Brewster : c'est que l'angle de polarisation à la surface des milieux cristallisés n'est pas absolument le même dans tous les plans d'incidence, et que la déviation, quoique excessivement faible lorsqu'il s'agit de la réflexion ordinaire, devient très sensible, et quelquefois énorme, lorsque le pouvoir réfléchissant est affaibli par l'action d'un ciment qui recouvre la surface du milieu de manière à ne laisser arriver à l'œil que les rayons qui ont pénétré jusqu'à une certaine profondeur et subi en partie l'action du cristal, si ce ciment est doué d'un pouvoir réfringent approchant de celui du milieu.

Le sujet est des plus curieux en matière de réflexion. Nous regrettons que les limites que nous nous sommes imposées, ainsi que l'espèce d'obscurité qui couvre encore cette doctrine, nous défendent de lui consacrer un paragraphe. Nous nous contenterons de renvoyer le lecteur à l'excellent Mémoire du savant précité, qui se trouve dans les *Transactions philosophiques* de 1819.

1124. — Les angles compris entre les axes optiques des cristaux à deux axes constituent un caractère physique de premier ordre, par leur facilité à être reconnus et par leur connexion intime et immédiate avec la disposition et pour ainsi dire la structure des molécules du cristal. Cependant ils ne sont rien moins qu'aisés à déterminer avec précision. Rarement les deux axes se trouvent ensemble dans le champ de la vision, et peuvent être aperçus au travers des surfaces naturelles : ce qui exige alors des sections artificielles ; du moins c'est le seul moyen sûr pour observer les teintes. En effet les angles sous lesquels les couleurs des différents ordres se manifestent successivement sur une lame à surfaces parallèles, hors du voisinage des axes, sont ordinairement trop in-

certains pour permettre d'assigner avec quelque exactitude la position des axes, sans parler des erreurs qui peuvent avoir leur source dans le dichroïsme ou dans la couleur fortement prononcée du cristal.

En ayant égard à toutes ces circonstances, on ne peut manquer d'être frappé de surprise et d'admiration en considérant la patience infatigable qu'il a fallu pour dresser, presque sans aucun secours étranger, une table aussi étendue que celle qui suit :

TABLE DES INCLINAISONS DES AXES OPTIQUES POUR DIVERS CRISTAUX.

1. CRISTAUX A UN AXE. —— Inclinaison = 0.

Négatifs.

Carbonate de chaux (spath d'Islande).
Carbonate de chaux et de magnésie.
Carbonate de chaux et de fer.
Tourmaline.
Rubellite.
Corindon.
Saphir.
Rubis.
Emeraude.
Béril.
Apatite.
Idocrase (vésuvienne).
Wernérite.
Mica de Kariat.
Phosphate de plomb.
Phosphato - arséniate de plomb.
Hydrate de strontiane.
Arséniate de potasse.
Muriate de chaux.
Muriate de strontiane.
Sous-phosphate de potasse.
Sulfate de nickel et de cuivre.

Positifs.

Zircon.
Quartz.
Oxide de fer.
Tungstate de zinc.
Titanite.
Boracite.
Apophyllite.
Sulfate de potasse et de fer
Peracétate de cuivre et de chaux.
Hydrate de magnésie.
Glace.

Non classés.

Hyposulfate de chaux.
Oxysulfate de fer.

II. CRISTAUX A DEUX AXES.

Noms des cristaux.	Caractère de l'axe principal suivant le système du doct[r] Brewster.	Inclinaison des axes optiques.
Sulfate de nickel, certains échantillons.	+	3° 0′
Carbonate de plomb	—	5 15
Sulfato-carbonate de plomb . . .	—	
Carbonate de strontiane	—	6 56
Carbonate de baryte	—	
Nitrate de potasse	—	5 20
Mica, certains échantillons . . .	—	6 0
Talc	—	7 24
Nacre de perle	—	11 28
Hydrate de baryte	—	13 18
Mica, certains échantillons . . .	—	14 0
Arragonite	—	18 18
Prussiate de potasse (Ferrocyanate?)	+	19 24
Mica, certains échantillons . . .	..	25 0
Cymophane	+	27 51
Anhydrite.	+	28 7
Borax	+	28 42
Mica, divers échantillons examinés par M. Biot	..	30 0
	..	31 0
	..	32 0
	..	34 0
	..	37 0
Apophyllite à deux axes	—	35 8
Sulfate de magnésie	—	37 24
Sulfate de baryte	+	37 42
Spermaceti, environ	+	37 40
Borax natif	—	38 48
Nitrate de zinc, valeur estimée. .	..	40 0
Stilbite	+	41 42
Sulfate de nickel	+	42 4
Carbonate d'ammoniaque.	—	43 24
Sulfate de zinc	—	44 28
Anhydrite examinée par M. Biot .	..	44 41

Noms des cristaux.	Caractère de l'axe principal suivant le système du doct[r] Brewster	Inclinaison des axes optiques.
Mica	—	45° 0′
Lépidolithe.	—	45 0
Benzoate d'ammoniaque	+	45 8
Sulfate de magnésie et de soude. .	••	46 49
Sulfate d'ammoniaque.	+	49 42
Topaze du Brésil (Brewster et Biot).	••	49 ou 50 0
Sucre	—	50 0
Sulfate de strontiane	+	50 0
Sulfo-muriate de magnésie et de fer	—	51 16
Sulfate d'ammoniaque et de magnésie	+	51 22
Phosphate de soude	—	55 20
Comptonite	+	56 6
Sulfate de chaux	+	60 0
Oxynitrate d'argent	+	62 16
Iolite	—	62 50
Feldspath.	—	63 0
Topaze (d'Aberdeen)	+	65 0
Sulfate de potasse	+	67 0
Carbonate de soude	—	70 1
Acétate de plomb	—	70 25
Acide citrique	+	70 29
Tartrate de potasse.	—	71 20
Acide tartrique	—	79 0
Tartrate de potasse et de soude. .	+	80 0
Carbonate de potasse	••	80 30
Cyanite	+	81 48
Chlorate de potasse.	••	82 0
Epidote, environ	••	84 19
Muriate de cuivre	••	84 30
Péridot	••	87 56
Sels cristallisés de Cheltenham . .	••	88 14
Acide succinique (valeur estimée), environ.	••	90 0
Sulfate de fer, environ.	••	90 0

1125. — Parmi les cristaux à un axe, le docteur Brewster a compté l'idocrase ou vésuvienne, et avec raison. Il n'y a pas de doute cependant que, s'il eût observé dans les échantillons dont il s'est servi le renversement extraordinaire des teintes de l'échelle de Newton, manifesté par un morceau d'idocrase que nous avons eu sous les yeux, il n'aurait pas manqué d'en faire mention. Nous donnons ici la série des couleurs qu'offrait une lame du morceau en question, comme un nouveau cas singulier à ajouter à ceux des différentes variétés de l'apophyllite à un seul axe, dont nous avons déjà fait connaître le renversement de teintes.

—

TABLE DES TEINTES

Manifestées par une lame de vésuvienne d'une épaisseur = 0.11035 de pouce, taillée presque parallèlement à l'axe.

Angle d'incidence.	Image ordinaire.	Image extraordinaire.	$n =$	Angle de réfraction.
+ 66° +'	Point de lumière	Point de lumière		
+ 66 o	Rouge de brique	Vert pâle et terne.		
+ 64 o	Rouge orangé .	Beau bleu-verdâtre.		
+ 60 o	Rose orangé .	Beau vert-bleuâtre.		
+ 52 o	Rose - jaunâtre pâle . . .	Vert - jaunâtre pâle.		
+ 47 o	Rose avec une nuance de pourpre . .	Beau jaune-brillant.		
+ 42 o	Pourpre pâle et indécis . .	Beau jaune . .	$\frac{1}{2}$	— 25° 56'
+ 37 o	Blanc bleuâtre .	Jaune moins brillant.		

Angle d'incidence.	Image ordinaire.	Image extraordinaire.	$n =$	Angle de réfraction.
+ 30° 0′	Blanc-jaunâtre très pâle.	Jaune d'un brun sombre.		
+ 15 0	Blanc jaunâtre.	Jaune-brun très sombre.		
+ 10 0	Idem . . .	Idem presque noir . . .	o	− 6° 31′ ±
+ 3 0	Idem . . .	Brun-pourpre très sombre.		
± 0 0	Idem . . .	Jaune-brun sombre.		
− 9 0	Blanc bleuâtre.	Plutôt jaune sombre.		
− 12 0	Bleu-pourpre terne . . .	Jaune brillant.	$\frac{1}{2}$	+ 7 48
− 16 0	Pourpre rougeâtre. . . .	Jaune pâle.		
− 19 0	Rose tirant sur le rouge de brique. . .	Vert imparfait.		
− 22 0	Rouge jaunâtre.	Vert bleuâtre.		
− 26 0	Jaune tirant sur l'orangé . .	Beau bleu-verdâtre.		
− 28 0	Jaune brillant.	Bleu pourpre.		
− 28 30	Idem . . .	Pourpre indécis	1	+ 18 10
− 29 0	Idem . . .	Pourpre rougeâtre.		
− 30 0	Jaune verdâtre.	Cramoisi.		
− 32 0	Beau vert . .	Beau rose.		
− 35 0	Bleu verdâtre .	Rose orangé.		
− 37 30	Bleu pourpre .	Jaune pâle.		
− 38 30	Pourpre indécis	Idem . . .	$\frac{3}{2}$	+ 24 0
− 39 15	Pourpre rougeâtre. . . .	Jaune verdâtre.		
− 41 30	Beau rose . .	Beau vert.		
− 45 0	Rose jaunâtre.	Beau bleu-verdâtre.		

Angle d'incidence.	Image ordinaire.	Image extraordinaire.	$n =$	Angle deréfraction.
— 47° 20′	Blanc jaunâtre.	Bleu pourpre.		
— 47 30	Idem . . .	Pourpre indécis	2	+ 28° 48′
— 48 o	Vert très pâle .	Pourpre rougeâtre. . . .		
— 49 30	Beau vert .	Beau rose.		
— 53 o	Beau vert-bleuâtre . . .	Rose orangé.		
— 54 o	Bleu verdâtre .	Jaune.		
— 54 —	Point de lumière	Point de lumière.		

On remarquera que le premier anneau déduit de cette table par le calcul a un diamètre inférieur à celui que donne la loi des sinus, probablement parce que la section soumise à l'examen ne passait pas précisément au-dessus de leur centre commun, et produisait ainsi un pouvoir polarisant plus grand que celui qu'on déduirait des angles correspondants à $n = 1$, $n = \frac{3}{2}$, $n = 2$, qui s'accordent pour assigner 41.35 comme mesure approchée du pouvoir en question. Voy. art. 1126.

Il suit de cette série que, des deux images produites par la double réfraction de la vésuvienne et d'autres cristaux analogues, la *plus réfractée* paraît être la *moins dispersée*, particularité que nous n'avons pas eu l'opportunité de vérifier par des observations directes. Elle résulte néanmoins immédiatement de la théorie des anneaux précédemment exposée, puisque, plus sont petits les diamètres des anneaux pour un rayon coloré quelconque, plus est grande la séparation des faisceaux par la double réfraction. Ainsi, dans le cas actuel, les rayons rouges sont séparés par un intervalle plus grand que les violets dans les deux spectres, et conséquemment le spectre le moins réfracté doit être le plus long. Dans la variété de l'a-

pophyllite, qui manifeste des anneaux blancs et noirs (*leucocyclite*), les deux dispersions doivent être presque exactement égales, et la seule différence entre les deux spectres doit consister en une légère variation dans les largeurs proportionnelles des divers espaces colorés de chacun d'eux.

1126. — Un autre caractère très important est *l'intensité* de l'énergie polarisante ou biréfractive. On peut la conclure de la séparation angulaire des images; mais cet écart est ordinairement trop faible pour admettre une détermination bien précise dans des échantillons aussi imparfaits que ceux que l'on a souvent à examiner, et il vaut beaucoup mieux rechercher la teinte manifestée, sous l'incidence perpendiculaire, par une lame d'une épaisseur donnée et dans une direction perpendiculaire aux deux axes optiques. La teinte (que nous appellerons équatoriale) peut se déduire immédiatement de l'observation des teintes sous un angle quelconque, au moyen de la formule

$$N = \frac{n}{t} \cdot \frac{\cos \rho}{\sin \theta \cdot \sin \theta'},$$

dans laquelle N est la teinte en question, exprimée en nombre; n la teinte développée sous un angle d'incidence corrélatif de l'angle de réfraction ρ, par une lame d'une épaisseur égale à t exprimée en pouces anglais; θ et θ' les angles que le rayon fait avec les deux axes en traversant la lame. La valeur de N est la même chose que $\frac{1}{h}$ dans l'équation de l'art. 907. La liste suivante, quoique ne comprenant qu'un petit nombre de substances, suffira pour faire voir la grande variété de valeurs qu'admet la quantité N, et par conséquent son utilité comme caractère physique. Ces considérations engageront peut-être les observateurs à étendre cette liste même et à lui donner la plus grande précision possible.

CRISTAUX A UN AXE.	Pour le jaune moyen. $N=$	$h=\frac{1}{N}$
Spath d'Islande.	35801	0.000028
Hydrate de strontiane (prenant $\mu = 1.5$).	1246	0.000802
Tourmaline	851	0.001175
Hyposulfate de chaux	470	0.002129
Quartz.	312	0.003024
Leucocyclite (apophyllite à un axe, première variété)	109	0.009150
Camphre	101	0.009856
Vésuvienne	41	0.024170
Apophyllite à un axe, deuxième variété .	33	0.030374
Idem, troisième variété .	3	0.366620
CRISTAUX A DEUX AXES.		
Nitre	7400	0.000135
Anhydrite (angle entre les axes = 43°48′).	1900	0.000526
Mica (angle entre les axes = 45°) . . .	1307	0.000765
Sulfate de baryte	521	0.001920
Heulandite (blanche, angle entre les axes = 54°17′	249	0.004021

1127. Les phénomènes de la réfraction, de la réflexion et de la polarisation, ne servent pas seulement à faire reconnaître les substances en gros, à l'aide de tables semblables à la précédente; ils font encore découvrir des particularités de structure propres à certains échantillons ou à certaines espèces, qui auraient échappé à l'observation sans leur secours. La structure singulière de l'améthyste a déjà été expli-

quée, et l'on pourrait citer une foule de cas d'hémitropisme dans lesquels la lumière polarisée rend évidente la juxtaposition des parties. Les cas les plus curieux et les plus intéressants sont néanmoins ceux dans lesquels les parties juxtaposées sont combinées de manière à former un tout régulier et à produire l'apparence d'un pseudo-cristal, par leur symétrie. On en trouve des exemples dans le nitre, l'arragonite, la topaze, l'apophyllite, le sulfate de potasse, l'analcime, l'harmotome, etc.

1128. — La forme ordinaire des cristaux du nitre, quand ils sont grands et bien développés, est le prisme hexagonal régulier. Mais une section de ce prisme, perpendiculaire à l'axe, se compose très souvent de deux parties, ou d'un plus grand nombre, dans lesquelles les méridiens optiques sont inclinés à 60° l'un sur l'autre. Le plan de division coupe quelquefois une des faces latérales du prisme, sans qu'aucune marque extérieure annonce la solution de continuité; de manière que, sans le secours de la lumière polarisée, cette diversité de structure ne saurait être remarquée. Les propriétés de l'arragonite sont, à cet égard, tout-à-fait analogues à celles du nitre.

1129. — Si l'on examine à la lumière polarisée une lame de topaze du Brésil taillée à angles droits par rapport à l'axe du prisme rhomboïque, qui est sa forme primitive, on la trouvera quelquefois consister en un rhombe central entouré d'un bord dans lequel les méridiens optiques des côtés alternes sont inclinés à $\frac{1}{4}$ d'angle droit sur celui du compartiment central, et à $\frac{1}{2}$ angle droit l'un sur l'autre. En conséquence, lorsqu'on tient une telle lame rhomboïque en sorte que sa plus grande diagonale se trouve dans le plan de polarisation primitive, deux cotés opposés du bord paraissent lumineux et les deux autres sombres, tandis que le compartiment central brille d'un éclat intermédiaire. D'autres échantillons

offrent les phénomènes du dichroïsme dans le compartiment central, tandis que le bord est incolore dans toutes les positions.

1130. — C'est dans la variété de l'apophyllite que le docteur Brewster a nommée tessélite que ce phénomène d'un cristal qui semble entouré d'un autre cristal se manifeste avec le plus de régularité. Dans une des variétés de cette substance singulière, dont la forme est le prisme rectangulaire à sommets aplatis, des tranches prises sur chaque sommet offraient une structure uniforme. Mais, celles-ci une fois détachées, chaque tranche subséquente consistait en un bord rectangulaire qui ne renfermait pas moins de neuf compartiments, arrangés comme dans la figure 223, et séparés du bord et entre eux par des traits déliés. Chacun de ces compartiments avait une structure cristallographique différente et polarisait des teintes particulières, la loi de symétrie étant toujours observée. Dans quelques échantillons, les espaces triangulaires *p q r s* manquaient, tandis que dans d'autres ils paraissaient consister en deux portions séparées par une prolongation imaginaire de la droite qui joint leurs angles obtus au losange central.

Les lames terminales, le losange au centre et les bandes étroites qui séparent les compartiments, appartiennent à la variété à un seul axe, que nous avons nommée leucocyclite à cause de la blancheur de ses anneaux. Les bandes en question sont des sections de feuillets ou lames minces parallèles à l'axe du cristal et qui se trouvent sur toute sa longueur. Les rectangles R V, S T, à l'exception des parties occupées par le losange et les cloisons, appartiennent à un milieu ayant *deux axes* dont l'inclinaison mutuelle est de 34° et un méridien optique parallèle à l'axe du prisme qui passe par les diagonales R V, S T de ces rectangles. Les autres rectangles sont formés d'une matière semblable, mais dont le méridien optique est perpendiculaire au précédent et passe par les diagonales R T, S V.

1131. — Une autre singularité de structure a été observée par le docteur Brewster, dans une variété de l'apophyllite de Faroë, d'une teinte blanc-verdâtre. Lorsqu'un prisme complet de cette variété est exposé à la lumière polarisée, en sorte que son axe se trouve dans un azimuth de 45°, la lumière étant transmise perpendiculairement par deux côtés opposés, on aperçoit le dessin, représenté fig. 224, dans lequel l'aire curviligne au centre est rouge, tandis que les parties qui complètent le rectangle sont vertes. Les carrés immédiatement adjacents à chaque côté, dans la direction de l'axe, sont aussi d'un rouge vif au centre, qui dégénère en blanc à la circonférence, tandis que le reste du dessin se compose de bandes brillantes, rouges, vertes et jaunes, qui se succèdent. Le lecteur en trouvera une figure coloriée dans le mémoire original inséré dans les *Transactions d'Édimbourg*, vol. IX, 2me partie, ainsi qu'une foule de détails intéressants pour lesquels on pourra consulter aussi le *Journal philosophique d'Édimbourg*, vol. I.

1132. — Le sulfate de potasse offre un autre exemple remarquable d'une structure composée. Ce sel se rencontre sous la forme de prismes hexagonaux et quelquefois sous celle de dodécaèdres bipyramidaux. Il se trouve encore, mais plus rarement, sous celle de prismes rhomboïques de 114° et de 66°. Selon le docteur Brewster, ces prismes ont deux axes, tandis que les hexagonaux n'en ont qu'un ; ce qui donne un nouvel exemple de dimorphisme à ajouter à ceux de l'arragonite, du soufre, etc. Cependant, en examinant les dodécaèdres, il les trouva consister en six prismes triangulaires équilatéraux, de la variété à deux axes, groupés ensemble et ayant tous leurs méridiens optiques convergents vers l'axe commun, les molécules ayant, dans chaque couple de prismes opposés, une disposition telle que l'angle entre les faces opposées de chaque pyramide (114°) est égal à l'angle obtus du rhomboïde.

1133. — La structure et le mode d'action de l'analcime, dont parle le docteur Brewster dans le 10me vol. des Transactions d'Édimbourg, 1re part., page 187, sont tellement singuliers qu'il est difficile de décider si ce cristal doit être regardé comme un groupe cristallisé composé de parties indépendantes et seulement adhérentes, ou comme une masse unique dans laquelle la distribution de l'éther est réglée par une loi générale et uniforme. Cette dernière opinion paraît cependant la plus problable. La forme du cristal en question est l'icosi-tétraèdre, contenant vingt-quatre trapèzes égaux, et peut dériver d'un cube dont on aurait abattu les angles solides par trois plans symétriques par rapport aux arêtes. Le cube étant placé dans sa position naturelle, relativement à la figure qui en dérive, si l'on mène par son centre des plans qui passent par chaque côté et par chacune des diagonales des six faces, il se trouvera partagé en vingt-quatre tétraèdres irréguliers. Toutes les faces de ceux-ci, qui passent par des *arêtes* du cube, passeront également par des arêtes, dans la figure dérivée; et les faces qui passent par les *diagonales* des faces du cube passeront également par les diagonales des faces de la figure dérivée, partageant en deux leurs angles obtus. Or, il résulte des observations du docteur Brewster que toutes les molécules situées en un point quelconque de l'un de ces plans sont privées de pouvoir biréfringent et polarisant; et que, plus une molécule est éloignée de ces plans, plus son pouvoir polarisant est énergique.

A cet égard, ce cristal diffère essentiellement de tous ceux qui ont été examinés jusqu'à ce jour, chaque particule de ceux-ci étant également douée du pouvoir polarisant comme faisant partie d'un même système cristallin. Il n'y a pas d'analogie plus forte qu'entre le mode d'action dont il s'agit et celui du verre non recuit et des corps de même genre. Dans ceux-ci, un changement de forme extérieure détermine un changement de pouvoir polarisant, tandis que dans l'analcime chaque particule possède les mêmes propriétés optiques,

soit qu'elle se trouve détachée de la masse, ou dans son état de connexion naturelle avec les molécules environnantes. L'action des parties qui possèdent un pouvoir polarisant n'a point de rapport non plus avec des axes, donnés seulement en direction et passant par chaque molécule, mais avec des plans dont on connaît et la direction et la place, la teinte développée en un point quelconque d'une lame dépendant du carré de la distance au plus voisin de ces plans : d'où il suit que les lignes isochromatiques sont des franges droites colorées, parallèles à des bandes noires marquées par l'intersection de ces plans avec la lame. Les phénomènes sont accompagnés d'une double réfraction très sensible. Nous renvoyons le lecteur qui désirerait des détails ultérieurs au mémoire déjà cité, l'un des plus dignes de l'attention des physiciens.

§ XIV. — *Des couleurs des corps.*

Hypothèse de Newton sur les couleurs des corps. — Demandes. — Cause de l'opacité. — Cause des couleurs naturelles. — Objections. — Exceptions apparentes. — Couleurs vraies et fausses. — Cas auxquels s'applique la théorie de Newton. — Autre objection. — Réponse. — Idées de Newton sur la grandeur des particules des corps.

1134. — Parmi les phénomènes naturels qui se rattachent à l'optique, ceux de la coloration des corps se présentent certainement en première ligne. Malgré notre crainte d'excéder les bornes de cet ouvrage, il nous est impossible de passer sous silence la théorie que Newton a imaginée pour en rendre raison ; théorie aussi hardie qu'ingénieuse, dans laquelle des difficultés capitales sont sauvées à force de sagacité, et où notre ignorance sur des points délicats est si adroitement balancée par le poids de nos connaissances sur le reste, que les

objections les plus fortes se trouvent, sinon réfutées, du moins éludées avec bonheur, toutes concluantes qu'elles paraissent au premier coup-d'œil. Les *demandes* sur lesquelles reposent ce système sont :

1135. — « 1° Tous les corps sont poreux ; les pores ou in-« tervalles vides de la matière pondérable prennent une par-« tie beaucoup plus considérable de l'espace occupé par un « corps que les parties solides qui le constituent essentielle-« ment. »

1136. — « 2° Les particules solides d'un milieu ont une « grandeur et peut-être une figure qui leur est propre et qui « convient uniquement à ce milieu. »

« Cette grandeur ne peut être changée par une action « mécanique ou par aucune autre voie qui n'entraîne pas un « changement dans la nature chimique ou dans la constitu-« tion du milieu. Ces particules sont, en un mot, les *derniers* « atomes. Rompre ces atomes, c'est détruire leur essence, et « leur donner une autre forme matérielle, possédant d'au-« tres propriétés. »

1137. — « 3° Ces atomes sont parfaitement diaphanes et « également perméables à la lumière de tous les degrés de « réfrangibilité, qui, dès qu'elle a une fois pénétré leur sur-« face, poursuit sa route au travers de leur substance. »

Nous ferons observer que Newton ne suppose aux atomes qu'une transparence limitée ; mais il ne s'assujettit point à cette condition, et sa théorie dépend essentiellement de leur parfaite transparence, comme le prouve l'explication de l'opacité, que contient la demande suivante.

1138. — « 4° L'opacité des corps provient de la multitude « des réflexions qui ont lieu dans leur intérieur. »

A moins d'admettre pour les atomes une cause d'opacité autre que celle qui, dans cette théorie, produit l'opacité de leurs aggrégats, il est évident que ceux-là ne peuvent être que parfaitement translucides, puisqu'ils ne peut y avoir de réflexion là où il n'y a pas d'intervalle ou de changement de milieu. Nous devons avouer que ce raisonnement ne nous satisfait pas, ni pour les atomes, ni pour les milieux.

Il nous est difficile de concevoir des réflexions internes telles que les rayons qui les subissent soient *tous* et *pour toujours* retenus, et, pour ainsi dire, confondus et rejetés d'atome en atome, sans jamais atteindre la surface pour s'échapper : car si cette dernière circonstance avait lieu, il est évident que tous les corps qui recevraient un rayon de lumière le dissémineraient, dans toutes les directions, à la manière des corps lumineux par eux-mêmes.

1139. — « 5° Les couleurs des corps sont celles des lames « minces ; elles sont dues à la même cause, c'est-à-dire à l'in- « tervalle entre les surfaces antérieures et postérieures des ato- « mes. Lorsque cet intervalle est un multiple impair de la « moitié de la longueur de l'accès de facile réflexion ou de fa- « cile transmission d'un rayon coloré quelconque qui se meut « dans le milieu, ce rayon ne peut pénétrer. Le contraire a « lieu si cet intervalle est un multiple pair. (Voyez art. 655.) « C'est donc *l'épaisseur* des atomes et leurs distances récipro- « ques qui déterminent la couleur qu'un milieu réfléchit ou « transmet sous l'incidence perpendiculaire. Ainsi, si les mo- « lécules et les interstices ont une grandeur au-dessous de « l'intervalle qui correspond à la transmission, c'est-à-dire « au bord de la tache noire dans les anneaux réfléchis, le « milieu composé de ces atomes et de ces interstices sera par- « faitement diaphane. Si la grandeur dont il s'agit surpasse « cet intervalle, le milieu réfléchira une couleur correspon- « dante à l'excès d'épaisseur. »

1140. — On peut objecter que toutes les couleurs naturelles ne trouvent pas nécessairement une place dans l'échelle des teintes des lames minces, même celles des corps dont la composition chimique est uniforme. Mais on peut répondre que les couleurs réfléchies par la première couche de molécules seulement doivent être *pures*; que celles des couches inférieures, ayant à traverser une certaine épaisseur, éprouvent des décompositions successives en pénétrant parmi les atomes supérieurs. D'ailleurs, quelque *forme* que l'on attribue aux atomes, il est impossible que tous les rayons les pénètrent en traversant la même épaisseur sur toute leur étendue, à moins de les regarder comme de simples *lamelles*, sans angles ni faces, douées d'un énorme pouvoir réfringent (1).

Il faut faire la même réponse à l'objection, également naturelle, que, dans tous les cas, la teinte transmise doit être le complément de la teinte réfléchie, et que, par conséquent, des cas tels que ceux que fournissent l'or en feuille, le verre opalescent et l'infusion du *lignum nephriticum*, font exception à la théorie, les substances susdites réfléchissant une teinte et en transmettant une autre, mais de manière à violer la condition précédente.

Dans le fait, cependant, les rayons transmis ont traversé toute l'épaisseur du milieu, et subi, par conséquent, un bien plus grand nombre de fois l'action de ses atomes que les rayons réfléchis, spécialement ceux qui tombent près de la première surface à qui est dû l'éclat le plus vif de la couleur réfléchie.

1141. — L'infusion du *lignum nephriticum* offre une parti-

---

(1) Newton ne paraît pas avoir senti pleinement la nécessité de prendre la forme des molécules en considération. Prop. VII, liv. II, *Opt.*, *versus finem*.

cularité fort singulière qui a été expliquée par le docteur Young par l'hypothèse de particules très petites, mais d'une grandeur définie, tenues en suspension dans la liqueur. Quoique fort transparente, la couleur qu'elle réfléchit est vert-bleuâtre, et celle qu'elle transmet, jaune ou couleur de vin, offrant ainsi un phénomène tout contraire de celui de l'or en feuille. Cependant il n'y a pas le moindre doute que c'est un cas d'opalescence qui a lieu également pour certains verres jaunes, dans lesquels une feuille très visible d'une matière opalescente voisine de la surface réfléchit vers l'œil une teinte vert-bleuâtre, tandis que la lumière transmise conserve la teinte jaune qui provient du verre. La réflexion est produite par des particules qui n'ont rien de commun avec la lumière transmise.

1142. — Malgré ce qu'il vient d'être dit, l'objection ne nous paraît pas entièrement levée. Certains milieux, transparents et colorés, des liquides purs qui ne contiennent pas de particules flottantes, ont une couleur non réfléchie. Quand on les a versés dans un vase opaque noirci intérieurement et rempli jusqu'au bord, on détruit la réflexion incolore de leur surface supérieure en les faisant réfléchir dans un plan opposé sous l'angle de polarisation. On voit alors sur-le-champ qu'aucune lumière n'est réfléchie de l'intérieur du milieu, ni près de la surface, ni à une profondeur plus grande. Si l'on objectait que cette manière d'observer détruit la réflexion intérieure aussi bien que celle de l'extérieur, on pourrait répondre que l'image d'un objet blanc réfléchi par la surface d'un fluide contenu dans un vase noir opaque est presque d'un blanc pur, quelle que soit la couleur de ce fluide. Nous ne savons pas si l'objection ainsi posée a jamais été bien combattue ou même avancée. Quant à nous, elle nous semble d'un grand poids, et nous ne pouvons nous empêcher de croire que des causes, autres que de simples réflexions internes, doivent intervenir pour empêcher les couleurs complé-

mentaires de parvenir jusqu'à l'œil, et que cette théorie ne donne pas une explication satisfaisante de l'absorption, ni du phénomène subordonné (ou plutôt, du cas extrême) de l'opacité.

1143. — Si l'on admet la théorie de Newton, les couleurs naturelles peuvent se diviser en *vraies* et en *fausses*. Les *vraies* sont celles qui proviennent de rayons qui ont pénétré la substance des corps et subi leur action absorbante : telles sont les couleurs des poudres des milieux transparents, le cinabre, le bleu de Prusse, les couleurs des fleurs, etc. Les *fausses* ou *superficielles* sont celles qui ne sont dues qu'à des interférences de rayons : telles sont les couleurs changeantes des ailes des insectes, des surfaces striées, de l'acier oxidé, etc., auxquelles la doctrine de Newton s'applique rigoureusement : car on ne saurait nier qu'à l'exception des couleurs qui ne sont pas simplement superficielles, il n'en est point dont cette doctrine ne donne une explication au moins très probable. Nous n'en citerons qu'un ou deux exemples. Si l'on verse quelques gouttes d'une dissolution extrêmement faible de nitrate d'argent dans une dissolution très faible d'hyposulfite de chaux, il se forme un précipité d'une blancheur opalescente et d'une excessive ténuité. Si l'on augmente la dose du nitrate, le précipité change de poids, d'état, d'aggrégation, et en même temps de couleur, devenant jaune d'abord, puis jaune-brun, puis d'un beau brun-orangé, puis d'un brun pourpre et finalement d'un brun presque entièrement noir. Le précipité acquiert une densité de plus en plus grande et finit par se déposer au fond du vase. Dans cette série de variations, il est impossible de ne pas remarquer les teintes du premier ordre des anneaux réfléchis dues à l'épaississement des particules qui s'aggrégent ; mais il est également impossible de ne pas reconnaître l'action d'une cause tout-à-fait différente qui augmente l'opacité du composé par une action absorbante, bien supérieure à celle des particules agissant comme lames minces, et qui n'en dé-

pend point. Les phénomènes de l'hématine, décrits par M. Chevreul et cités par le docteur Brewster (*Encyc. d'Édimbourg, Optique*, page 623) et par M. Biot (*Traité de physique*, tome IV, page 134), approchent trop des teintes du second ordre pour ne pas légitimer la présomption que la théorie de Newton peut s'appliquer également à ce cas. La lumière bleue disséminée d'un ciel pur en offre un autre exemple. Ce bleu est indubitablement le bleu du premier ordre réfléchi par les particules d'eau contenues dans l'air. La preuve en est qu'à 74° du soleil, il est *complétement polarisé* dans un plan qui passe par le centre du soleil.

1144. — Newton a répondu victorieusement à une autre objection contre sa théorie. Tout changement d'obliquité dans l'incidence doit produire un changement de couleur, de même qu'une lame d'une épaisseur donnée réfléchit une teinte différente sous l'incidence oblique et sous l'incidence perpendiculaire. Mais cette variation est d'autant moindre que le pouvoir réfringent du milieu est plus grand; et, comme ce pouvoir croît avec la densité, celui des derniers atomes des corps doit être extrême; de sorte que la teinte réfléchie par ces atomes doit varier fort peu avec l'incidence (art. 669). Les couleurs de l'acier oxidé en offrent un excellent exemple. Le pouvoir réfringent de cet oxide, quoique grand (2.1), n'est certainement pas à comparer à celui des derniers atomes des corps; et, néanmoins, les teintes de la surface de l'acier bleu varient très peu avec l'obliquité. On peut ajouter encore que la couleur de tout corps d'une grandeur sensible n'est réellement que la combinaison des couleurs réfléchies par toutes les molécules, sous toutes les incidences possibles, et qu'ainsi aucun changement d'incidence ne peut l'affecter.

1145. — Quant à l'excessive ténuité des molécules des

corps, Newton paraît n'en avoir eu qu'une idée imparfaite, quand il suppose qu'on peut les distinguer avec des microscopes qui grossissent trois ou quatre mille fois (1). Nous avons vu un objet, *sans qu'il parût excessivement confus*, au travers

---

(1) Le passage suivant de Newton est plein de la plus subtile philosophie; et, indépendamment des considérations théoriques qu'il renferme, il annonce une finesse d'observation bien supérieure au temps dans lequel vivait ce grand homme :

« J'ai rendu ces descriptions aussi détaillées que j'ai pu, parce qu'il n'est pas impossible qu'on parvienne à perfectionner les microscopes au point de faire apercevoir les particules dont dépendent les couleurs des corps, si déjà même ces instruments n'ont pas atteint en partie ce degré de perfection : en effet, s'ils peuvent maintenant ou plus tard faire paraître, avec une netteté suffisante, un objet cinq ou six cents fois plus gros qu'il ne paraît à l'œil nu, à la distance d'un pied, j'en conclurai qu'ils peuvent nous faire découvrir quelques uns des plus gros corpuscules; un microscope qui grossirait trois ou quatre mille fois les ferait peut-être découvrir tous, même ceux qui produisent le noir. Je ne vois rien dans la théorie précédente dont on puisse raisonnablement douter, si ce n'est cette proposition, « que les corpuscules transparents de mêmes « épaisseur et densité donnent la même couleur. » Encore ne faut-il pas la prendre dans un sens trop rigoureux, tant parce que ces corpuscules peuvent affecter une figure irrégulière et que plusieurs rayons peuvent les frapper obliquement, et par conséquent les traverser par une route plus courte que la longueur de leurs diamètres, que parce que le peu de matière contenue dans ces corpuscules peut fort bien changer la marche de la lumière ou d'autres circonstances dont dépend la réflexion. Mais je ne puis supposer une grande influence à cette dernière cause, car j'ai observé que de petites lames de verre moscovite d'une épaisseur uniforme, vues au microscope, paraissaient, vers les bords, de même couleur qu'en d'autres endroits. Cependant je crois que, si à l'aide du microscope on parvient jamais à apercevoir les corpuscules, cette découverte, d'un si haut intérêt pour les physiciens, marquera le dernier degré de perfection pour cet instrument. En effet il paraît impossible d'arriver jusqu'aux derniers éléments des corps et de saisir le secret de la nature dans les corpuscules, à cause de leur transparence. »

d'un microscope d'Amici qui amplifiait au-delà de trois mille fois le diamètre des objets, sans soupçonner aucunement que nous fussions près d'apercevoir les molécules primitives du corps. Il paraît plutôt que Newton regarde les molécules *colorifiques* comme des *groupes* divisibles d'atomes plus subtils et plus denses que les autres, ces groupes pouvant se partager eux-mêmes jusqu'à ce qu'ils atteignent le dernier degré et deviennent indivisibles. M. Biot a donné un résumé curieux et pour ainsi dire pittoresque de la doctrine de Newton, dans son *Traité de physique*.

§ XV. — *Des rayons calorifiques et chimiques du spectre solaire.*

Découvertes de Scheele, de W. Herschel, de Ritter. — Rayons calorifiques, lumineux et chimiques; ils suivent tous les mêmes lois optiques. — Les rayons chimiques interfèrent comme les rayons lumineux. — Observations de Wollaston sur le gaïac. — Effets de la lumière sur le verre pourpre. — Autres effets de la lumière solaire.

1146. — On a observé depuis long-temps l'influence singulière que la lumière exerce sur les couleurs des corps, en les rendant tantôt plus claires, tantôt plus foncées, même lorsqu'on les a soustraites à l'action de l'air.

Les sels et oxides métalliques, surtout ceux d'argent, noircissent promptement et lorsqu'ils sont exposés directement aux rayons solaires ou même à la lumière ordinaire d'un beau jour. Pendant long-temps on ne rechercha point si ces effets étaient dus à la chaleur des rayons ou à quelque autre cause. Le premier pas fut fait par Scheele, qui reconnut que le muriate d'argent noircit davantage aux rayons violets qu'à tous les autres (*Traité de l'air et du feu*, § 66). D'un autre côté, les expériences de W. Herschel sur le pouvoir calorifique des divers rayons prismatiques prouvèrent suffisamment que les rayons les plus réfrangibles possèdent très peu de pouvoir

calorifique, l'échauffement étant à son maximum sous l'influence des rayons rouges extrêmes, et s'étendant même beaucoup au-delà des limites du spectre dans cette direction. Cette découverte remarquable, qui établit l'indépendance des effets calorifiques et éclairants des rayons solaires, a conduit le professeur Ritter, à Iéna, en 1801, à examiner si cette extension au-delà des limites du spectre visible n'aurait pas lieu pour les rayons chimiques ou désoxidés. Il reconnut qu'en exposant du muriate d'argent en divers points au dedans et au dehors du spectre, l'effet maximum avait lieu hors des rayons violets visibles, l'action étant plus faible dans le violet même, moindre encore dans le bleu, et diminuant avec une grande rapidité à mesure qu'on approche de la partie la moins réfrangible. Le docteur Wollaston était parvenu de son côté à la même conclusion.

1147. — Les rayons solaires possèdent donc au moins trois pouvoirs distincts : d'échauffer, d'éclairer, et d'effectuer des combinaisons ou décompositions chimiques. Ces pouvoirs sont partagés entre les rayons inégalement réfrangibles, de manière à prouver qu'ils sont indépendants entre eux. Des expériences plus récentes feraient croire qu'ils sont encore doués d'une vertu magnétique. Sans révoquer en doute l'exactitude de ces dernières observations, qu'il nous soit permis d'exprimer le vœu que des recherches nouvelles expliquent pourquoi dans un grand nombre de cas il ne s'est manifesté aucun des effets annoncés.

1148. — D'après les expériences de Bérard, il paraît que les rayons calorifiques sont soumis aux lois de la polarisation et de la double réfraction aussi bien que les rayons lumineux. Quant à la loi des interférences, il faudrait des expériences bien délicates pour décider si elle a également lieu. On ne rencontre pas la même difficulté pour les rayons chimiques : polarisés ou non, ils se comportent de la même manière, sous

le rapport de l'interférence, que le feraient des rayons lumineux.

Ce fait a été constaté par le docteur Young, et ensuite par M. Arago, qui a employé des moyens plus précis. Une série de franges formées par l'interférence de deux faisceaux solaires, ayant une origine commune, furent projetées constamment et pendant un long temps sur le même endroit d'une feuille de papier frottée avec du muriate d'argent : on vit alors se former une série de lignes noires séparées par des intervalles plus petits que ceux des franges obscures et des franges lumineuses produites par de la lumière violette homogène.

1149. — Le docteur Wollaston, ayant observé que la gomme de gaïac tourne au vert quant elle est exposée à l'air et à la lumière solaire, prit deux morceaux de papier colorés avec cette gomme dissoute dans l'alcool, et exposa l'un au soleil et à l'air, et l'autre à l'air dans l'obscurité : le premier tourna sensiblement au vert en cinq minutes, et le changement fut complet au bout d'un petit nombre d'heures; tandis que le second n'était pas encore décoloré après plusieurs mois. Il concentra alors les rayons violets sur ce dernier au moyen d'une lentille, et le changement s'effectua sur l'heure. Les rayons les plus brillants du spectre ne produisaient pas cet effet; et, sous l'influence des rayons rouges, non seulement le vert ne se manifestait point, mais le vert provenant de l'exposition du papier aux rayons violets retournait au jaune. Ce dernier effet paraît cependant être dû entièrement à la chaleur, car on l'obtient de même avec le dos d'une cuillère d'argent chauffée.

1150. — M. Faraday a observé que le verre teint en pourpre par le manganèse prend une teinte beaucoup plus prononcée lorsqu'il a été traversé par les rayons solaires : de sorte que deux portions d'une même lame, dont l'une fut te-

une dans l'obscurité et l'autre exposée librement au jour, offrirent au bout de quelque temps une différence sensible dans l'intensité de leur teinte.

1151. — L'action directe de la lumière du soleil, ou peut-être aussi de sa chaleur, produit encore d'autres effets chimiques, tels que la combinaison immédiate des éléments du phosgène, l'explosion d'un mélange atomique de chlore et d'hydrogène, et d'autres phénomènes qui indiquent tous dans cet agent merveilleux une puissance dont nous n'avons encore qu'une idée imparfaite. La couleur verte des plantes et les nuances brillantes des fleurs en dépendent entièrement. Des tanaisies qui avaient crû au fond d'une houillère étaient totalement dépourvues de couleur et de la saveur qui les caractérise. Le céleri, qui blanchit et s'adoucit par l'exclusion de la lumière, est encore un exemple familier de cette puissance.

Jamais, jusqu'à présent, on n'a recherché *soigneusement* l'influence des divers rayons colorés dans la production de ces phénomènes, bien qu'on ait déjà tenté plusieurs essais. Nous espérons pourtant que ce sujet curieux ne tardera pas à être exploité complétement.

FIN.

TABLE DES MATIÈRES.

TOME PREMIER.

PREMIÈRE PARTIE.

DE LA LUMIÈRE NON POLARISÉE.

DEUXIÈME PARTIE.

CHROMATISME.

TROISIÈME PARTIE.

DES THÉORIES DE LA LUMIÈRE.

TOME SECOND.

QUATRIÈME PARTIE.

DE LA LUMIÈRE POLARISÉE.

FIN DE LA TABLE.

SUPPLÉMENT

AU

TRAITÉ DE LA LUMIÈRE

DE SIR J.-F.-W. HERSCHEL,

PAR

A. QUETELET.

AVANT-PROPOS.

L'objet de ce Supplément est moins d'éclaircir ou de commenter des passages du *Traité de la lumière* de sir J. Herschel que de compléter, autant que possible, cet ouvrage par l'exposition des recherches récemment faites en optique. La traduction, qui est plus spécialement le travail de M. Verhulst, était terminée depuis trois ans; mais les éditeurs anciens, en renonçant au commerce de la librairie, en ont constamment retardé la publication. Ce n'est que vers le milieu de 1833 que l'impression a été reprise, et ces retards ont nécessairement donné lieu à un travail nouveau pour la rédaction de ce Supplément, travail d'autant plus pénible que la plupart des recherches nouvelles devaient naturellement se trouver dans des ouvrages encore peu répandus. Néanmoins il a été facilité par plusieurs physiciens, qui ont bien voulu consentir à présenter eux-mêmes tous les renseignements désirables sur leurs travaux.

A. Q.

SUPPLÉMENT

AU

TRAITÉ DE LA LUMIÈRE.

1. *Sur les progrès récents de l'optique.*

On trouve dans les rapports sur la seconde assemblée générale de l'association britannique (1) un aperçu des progrès récents de l'optique fait par sir D. Brewster. Il n'existait point en Europe de juge plus compétent dans cette branche des sciences que l'illustre physicien écossais. Aussi nous nous ferons un devoir de présenter ici la majeure partie du rapport qu'il a lu à la réunion générale des savants anglais, à Oxford, avec la partie du rapport de M. W. Whewell sur les *propriétés optiques* en minéralogie. On y trouvera sans doute des choses déjà connues ; mais, pour ne pas nuire à l'ensemble, nous avons cru ne devoir apporter aucune modification au texte.

« ..... La nature de ce rapport exige que je fasse mention de découvertes plus récentes, qui sont moins accessibles et moins généralement répandues, et que je m'efforce de montrer les sentiers nouveaux que le jeune physicien peut suivre avec le plus d'espoir de succès, et les applications de l'optique qui doivent probablement présenter le plus d'utilité, en éten-

---

(1) Report of the first and second meetings of the british association. London, John Murray, 1833, in-8°.

dant la jouissance de l'homme, en jetant une lumière nouvelle sur d'autres branches des sciences, et en facilitant la recherche de la structure et des propriétés de la matière organisée.

« Il est à regretter que la première partie de ce travail doive comprendre les recherches d'un si petit nombre de physiciens, et je crains que l'avenir n'offre qu'une légère perspective d'accroissement, soit dans leur nombre, soit dans leurs travaux. Des recherches plus populaires et plus généralement comprises, des emplois incompatibles avec les recherches scientifiques, ont détourné de l'étude de l'optique plusieurs de ces hommes distingués qui étaient les plus capables de s'attaquer aux difficultés qu'elle présente; et depuis peu de mois, la science a perdu le docteur Seebeck de Berlin, l'un des physiciens les plus habiles de ce siècle et les plus heureux en fait de découvertes (1).

« Les seules personnes qui se soient occupées récemment et avec activité des parties les plus élevées de l'optique physique sont M. Airy de Cambridge, et M. Cauchy de l'académie des sciences.

« En examinant les deux rayons provenant de la double réfraction du quartz, M. Airy fut conduit à une découverte que nous regardons comme une des plus remarquables qui aient été faites jusqu'à présent dans cette branche de l'optique (2) tant par l'importance de ses résultats que par la beauté des phénomènes qui en dépendent. La polarisation circulaire des deux rayons dans l'axe du quartz avait été étudiée par différens physiciens, et expliquée par Fresnel d'une manière extrêmement ingénieuse en partant des principes de la

---

(1) Le docteur Thomas-Jean Seebeck naquit à Reval le 9 avril 1770; il mourut à Berlin le 10 décembre 1831, dans sa soixante-deuxième année.

(2) On the nature of the light in the two rays produced by the double refraction in quartz. *Transactions de Cambridge*, 1831.

théorie des ondulations; cependant on n'avait fait aucune tentative pour prouver que cette propriété n'appartient qu'aux rayons qui s'approchent de l'axe du cristal, ou pour déterminer la limite où finit la polarisation circulaire et où commence la polarisation plane. Fresnel et tous ceux qui ont écrit sur ce sujet semblent avoir reculé devant cette difficulté; mais M. Airy jugea que les deux espèces de polarisation devaient avoir quelque lien commun, et, avec l'aide de la théorie et de l'expérience, il parvint à le découvrir. Au lieu des deux rayons qui, dans le quartz, posséderaient la polarisation plane, comme on le croyait généralement, M. Airy a montré que les rayons présentent une polarisation elliptique, le grand axe de l'ellipse étant pour l'un des rayons dans le plan principal du cristal, et pour l'autre, perpendiculaire à ce plan. Il trouva que la polarisation elliptique de l'un des rayons est dirigée vers la droite, et celle de l'autre vers la gauche. Le rapport des axes du rayon ordinaire s'approche plus de l'égalité que celui des axes du rayon extraordinaire, chacun de ces rapports devenant celui de l'égalité lorsque la direction du rayon coïncide avec l'axe, et s'écartant de plus en plus de cette égalité à mesure que l'inclinaison augmente, suivant une loi qui reste à découvrir. Les résultats calculés d'après la théorie s'accordent parfaitement avec ceux que M. Airy a obtenus par des expériences très délicates et très difficiles; de sorte que nous pouvons regarder cette belle et singulière propriété des deux rayons du quartz comme parfaitement établie.

« M. Airy a, plus récemment encore, découvert une modification remarquable des anneaux de Newton, lorsqu'ils sont produits par une lentille posée sur une surface métallique polie (1). Cette modification présente déjà un grand in-

---

(1) On a remarkable modification of Newton's rings. *Transactions de Cambridge*, 1832.

térêt lorsqu'on ne la considère que comme un fait isolé; mais son importance s'accroît de beaucoup par son influence directe sur les deux théories rivales de la lumière. Dans l'hypothèse de Newton, les couleurs des lames minces sont dues uniquement à la lumière réfléchie par la seconde surface de la lame; tandis que, suivant l'hypothèse des ondulations, elles proviennent de l'interférence de la lumière réfléchie à la seconde surface avec la lumière réfléchie à la première. Il suit de là que, si nous pouvions, par quelques moyens, détruire la lumière réfléchie à la première surface, les anneaux, dans l'hypothèse des ondulations, devraient s'évanouir, tandis que, dans celle de Newton, ils devraient continuer à paraître. M. Airy conçut l'heureuse idée d'employer une lumière polarisée qui était librement réfléchie par la seconde surface, tandis qu'elle était incapable d'être réfléchie par la première; et en soumettant cette idée à l'expérience, il trouva que les anneaux disparaissaient. Résultat qu'il regarde « comme complétement inexplicable dans aucune théorie de l'émission, et comme prouvant, avec une évidence satisfaisante, que les anneaux sont produits uniquement par interférence. » Nous n'hésitons pas à admettre que cette expérience est inexplicable dans l'hypothèse des accès de Newton, et que l'action qu'exercent soit l'un sur l'autre, soit sur la rétine, les deux pinceaux réfléchis, est nécessaire à la production des anneaux; mais comme le docteur Young et d'autres physiciens ont montré qu'on pouvait concilier la doctrine des interférences avec celle de l'émission, il s'en suit que la disposition des anneaux n'est pas nécessairement inexplicable dans toute théorie de l'émission.

« Je regrette de ne pas être à même de rendre un compte satisfaisant des découvertes optiques très importantes de M. Cauchy; et je ne sache pas qu'il ait publié quelque rapport détaillé sur ces recherches. Dans un des mémoires qu'il a publiés en dernier lieu, parmi ceux de l'académie des sciences,

il renvoie à trois résultats importants, qu'il a déduits de la théorie des ondulations (1):

1° La déduction de la loi des tangentes qui lie l'angle de polarisation avec le pouvoir réfringent du corps;

2° L'explication des phénomènes de la dispersion;

3° L'existence d'une triple réfraction.

L'insuffisance de la théorie des ondulations pour expliquer les phénomènes de l'inégale réfrangibilité est à peu près la seule exception que présente son application générale pour expliquer les phénomènes les plus compliqués de la lumière. Différents essais ont été faits pour écarter cette difficulté, mais en général sans succès. Le docteur Young supposait que les particules matérielles des corps transparents sont susceptibles de vibrations permanentes, un peu plus lentes que les ondulations qui les produisent, et que la vitesse de l'ondulation primitive est diminuée en raison de sa fréquence. Le révérend M. Challis, adoptant l'idée du docteur Young, a essayé d'expliquer de quelle façon les ondulations de l'éther dans les corps sont modifiées par leurs atomes matériels (2). Il suppose qu'une réflexion sensible a lieu à chaque solution de continuité dans le milieu; et il en infère que l'effet moyen produit par une cause retardatrice proportionnelle au pouvoir réfléchissant des atomes doit rendre la condensation correspondante à une vitesse donnée plus grande, selon un

(1) M. Cauchy a inséré dans le *Bulletin des sciences mathématiques*, pour juin et juillet 1830, deux articles qui renferment les bases de la théorie mathématique d'où il est parti dans ses recheveches; et, à la suite de la note sur la *dispersion de la lumière*, il promet un nouvel article sur ce sujet important.

M. Ampère s'est aussi occupé de la surface courbe des ondes lumineuses; il en a fait l'objet d'un Mémoire qu'il a lu à l'Académie des sciences de Paris. Le même savant a exposé ses idées sur la nature de la chaleur et de la lumière dans la *Bibliothèque universelle de Genève*, pour mars 1832. A. Q.

(2) *Philosophical magazine*, n° 45, sept. 1830.

certain rapport, que dans l'espace libre, et diminuer la vitesse de propagation dans le même rapport. M. Airy a plus récemment tâché d'écarter cette difficulté en supposant que, dans des milieux réfringents, il peut exister quelque chose dépendant du temps, qui altère leur élasticité, de la même manière que dans l'air l'élasticité est plus grande pour une rapide que pour une lente vibration des particules.

« Un écrivain anonyme, dans un numéro très récent des *Annales de physique*, a proposé une autre hypothèse pour obtenir une différence d'élasticité. Il suppose que l'éther s'accumule autour des particules des milieux transparents, et forme des sphères d'une densité croissante en allant vers les centres; et il en conclut qu'une succession de vibrations communiquées à travers un milieu constitué de cette manière doit donner lieu à de nouvelles vibrations propagées avec des vitesses diverses, correspondantes à celles des différents rayons du spectre.

« L'anéantissement complet d'une pareille difficulté dans la théorie des ondes, par l'analyse de M. Cauchy, doit être considéré comme un des plus grands pas dans l'optique physique; et les philosophes porteront sans doute leur attention avec le plus vif intérêt sur le développement d'une théorie qui rend nécessaire l'existence d'une triple réfraction.

« Tel est le résumé très rapide de quelques unes des découvertes et des vues les plus récentes dans l'optique expérimentale. Ce serait maintenant une tâche bien agréable à remplir, d'indiquer ce qui reste à faire dans cette branche de la science, de montrer les gisements de ces riches mines qui restent encore à explorer, si nous trouvions de jeunes et actifs travailleurs qui ne craindraient pas de réunir tous leurs efforts pour un ouvrage aussi difficile. Mais, quand nous voyons ceux qui sont le mieux préparés pour de semblables recherches ou abandonnant ensemble l'étude de la lumière, ou la poursuivant comme on ferait en quelque sorte une affaire de contrebande, nous devons désespérer presque de

voir notre pays acquérir la gloire de faire quelques nouveaux progrès. Si nous pouvions compter sur les travaux sans entraves de deux de nos physiciens les plus distingués, nous avons déjà montré de si hautes capacités pour les découvertes en optique, que nous pourrions encore rivaliser avec le génie étranger, quoiqu'il repose aux rayons bienfaisants de la faveur royale et de l'aisance académique.

« Il n'est guère de partie de la double réfraction ou de la polarisation qui ne présente le champ le plus vaste de découvertes. Même la théorie des ondulations, malgré sa puissance et sa beauté, est encore chargée de difficultés et ne saurait mériter notre assentiment implicite. Elle n'a pas encore fait rentrer dans son domaine les phénomènes de la polarisation elliptique avec toutes ses variétés, depuis la polarisation rectiligne des corps transparents, jusqu'à la polarisation presque circulaire de l'argent pur. Elle n'a point expliqué la singulière influence de la force de la double réfraction, sur la force qui polarise la lumière réfléchie; et elle a beaucoup de difficulté à rendre compte de certains phénomènes d'absorption dont je vais avoir occasion de parler.

« La détermination des données physiques (ou des constantes physiques, comme M. Babbage les nomme), dans cette partie de la science, constitue un champ nouveau auquel on n'a presque point encore touché, et qui peut être cultivé avec succès par presque toutes les spécialités de talents. Les indices de réfraction des deux pinceaux dans tous les corps cristallisés, mesurés en ayant égard à des points fixes dans le spectre, comme cela a été fait dans les derniers temps par M. Rudberg; — les angles sous lesquels la lumière est polarisée par réflexion à la surface des corps cristallisés et non cristallisés; — l'inclinaison des axes dans les cristaux doués de la double réfraction, pour différents rayons du spectre; — les dimensions de l'ellipse qui règle la polarisation des métaux et de leurs alliages; — les forces circulairement polarisantes des fluides et des solutions; — les pouvoirs réfrin-

gents et dispersifs des corps ordinaires solides et fluides, mesurés d'après la méthode de Fraunhofer :—Tels sont les principaux points sur lesquels nous voudrions appeler l'attention des jeunes et zélés physiciens.

« Non moins importante que ces déterminations sous le point de vue scientifique, et particulièrement pour le renouvellement de la minéralogie, l'application des principes de la double réfraction à l'examen des formes est pleine d'un intérêt plus puissant encore. Le chimiste peut effectuer les analyses les plus compliquées.— Le cristallographe peut soumettre les cristaux à la détermination la plus précise de leurs formes et de leur clivage. — L'anatomiste et le botaniste peuvent diriger le scalpel et se servir du microscope avec l'adresse la plus grande. — Cependant il existe encore des structures dans les minéraux, les végétaux et le règne animal, qui échappent à toutes les méthodes d'examen et qui ne peuvent céder qu'à l'analyse magique de la lumière polarisée. Un corps entièrement transparent, et qui se montre à l'œil aussi uniforme dans sa structure que dans ses apparences, pourra cependant montrer, sous l'influence de la lumière polarisée, l'organisation la plus délicate et développer le résultat de nouvelles lois de combinaison que l'imagination pourrait à peine avoir conçues. Comme le voyageur qui a visité un pays inconnu, la lumière polarisée sort des corps, emportant avec elle les renseignements qu'elle a acquis pendant son passage, et indiquant les structures par lesquelles elle a passé, quand on l'interroge en la soumettant à l'analyse optique. Je puis citer comme des exemples de l'utilité de cet agent pour l'exploration des minéraux, des végétaux et des structures animales, l'organisation extraordinaire de l'apophyllite et de l'analcime, la disposition symétrique et régulière des cristaux siliceux dans l'épiderme des plantes du genre *equisetum*, et les variations étonnantes de densités dans les lentilles cristallines et les téguments des yeux des animaux.

« Un des plus beaux champs de recherches en optique et

des moins explorés est celui de l'absorption de rayons définis du spectre par l'action spécifique des atomes matériels de ces corps à travers lesquels la lumière est transmise, ou par lesquels elle est réfléchie. La découverte des lignes noires dans le spectre solaire est sans doute une des plus belles qu'on ait faites dans ce siècle, que nous la considérions soit pour sa portée en théorie, soit pour ses applications pratiques à la construction du télescope achromatique et à la détermination de toutes les données optiques qui dépendent de la lumière colorée (1). Fraunhofer trouva que le spectre formé par la lumière solaire est traversé par une infinité de lignes obscures de différentes largeurs, tandis que le spectre de flammes blanches artificielles contient tous les rayons qui manquent de l'autre part. Fraunhofer compte ensuite 590 de ces lignes ; et, dans une petite carte du spectre qu'il a publiée, il a figuré les plus prononcées, dont le nombre s'élève à

---

(1) Dans le spectre formé par un mince rayon de lumière du jour, le docteur Wollaston, avant l'année 1802, a découvert *sept* lignes, qu'il a désignées par les lettres A, B, *f*, C, *g*, D, E ; la première ligne étant, d'après ses observations, la limite extrême des rayons *rouges* du spectre, et E la limite extrême des rayons *violets*. La correspondance de ces lignes avec celles de Fraunhofer a été établie par moi, non sans quelque difficulté, de la manière suivante :

A, B, *f*, C, *g*, D, E ; lignes de Wollaston.
B, D, *b*, F, G, H, lignes de Fraunhofer.

Il n'existe pas une seule ligne dans le dessin du spectre donné par Fraunhofer, ni dans le spectre réel, qui coïncide avec la ligne C de Wollaston, et lui-même la décrit comme n'étant pas si clairement marquée que les autres. J'ai trouvé néanmoins que cette ligne C correspond à un nombre de lignes à égale distance entre *b* et F, qui, par l'absorption de l'atmosphère, sont particulièrement visibles dans la lumière du ciel près de l'horizon.

Pour voir les lignes B et H de Fraunhofer, surtout la dernière, le rayon de lumière du jour, de Wollaston, a dû être pris dans une partie du ciel très voisine du disque solaire.

environ 354. Il trouva que quelques unes de ces lignes étaient entièrement blanches, tandis que d'autres étaient plus foncées que le reste du spectre. De différentes expériences auxquelles il les soumit, il conclut qu'elles ont leur origine dans la nature de la lumière du soleil, et qu'elles ne peuvent être attribuées à l'illusion, l'aberration, ou toute autre cause secondaire. Sir John Herschel, prenant la chose sous un point de vue plus général, remarque qu'il n'est point impossible que les rayons manquants dans la lumière du soleil et des étoiles soient absorbés dans leur passage à travers les atmosphères de ces astres; ou, pour approcher davantage encore de l'origine de la lumière, nous pouvons concevoir un rayon éteint dans l'acte même de l'émanation par une molécule lumineuse au moyen d'un pouvoir absorbant intense, résidant dans la molécule même; ou, en un mot, la même indisposition peut se rencontrer dans la molécule d'un milieu absorbant à la propagation d'un rayon coloré qui la traverse ou passe dans son voisinage, et constituer ainsi un obstacle *in limine* à la production de ce rayon.

« Je conçois, d'après des raisons que j'aurai occasion de déduire dans une autre communication, que la lumière originelle du soleil est continue d'une extrémité du spectre visible à l'autre, et que les rayons qui manquent sont absorbés par les gaz engendrés pendant la combustion par laquelle la lumière est produite. Mais quelque soit le mode de génération de ces lignes obscures, il est évident qu'en même temps qu'elles sont de la plus grande valeur en donnant des points fixes dans le spectre, elles rendent la lumière du soleil absolument impropre à des expériences sur l'absorption. Nous ne pouvons, par exemple, examiner l'action des milieux absorbants sur aucun des 590 rayons qui manquent; et il n'y a pas moyen de les reconnaître, pour les examiner séparément dans les spectres de ces flammes artificielles blanches où elles existent toutes.

« Cette difficulté néanmoins a été complétement écartée

par la découverte que j'ai faite récemment d'une substance gazeuse qui produit plus d'un milier de lignes obscures dans les spectres des flammes ordinaires, et rend ainsi la lumière artificielle plus propre même que celle du soleil à la détermination des données optiques, en même temps qu'elle nous met à même d'étudier l'action des corps matériels sur tous les rayons manquants de la lumière solaire. J'ai fait ici mention de cette expérience, afin de faire concevoir sa portée dans ce qui concerne les deux théories rivales de la lumière. Dans l'hypothèse newtonienne de l'émission, le fait peut être établi de la manière suivante : — Quand un faisceau de lumière blanche est transmis à travers une certaine épaisseur d'un gaz particulier, un *millier* de portions différentes de ce faisceau sont arrêtées dans leur passage, en vertu d'une action spécifique exercée sur elles par les atomes matériels du gaz; action qui est puissamment secondée par la simple application de la chaleur. On conçoit assez bien une semblable affinité spécifique entre des atomes définis et des rayons définis, quoique nous ne puissions pas en déterminer la nature; et nous pouvons la rendre plus facile à admettre, en hasardant la conjecture que les particules de la lumière même sont identiques avec les dernières molécules du corps; et que les atomes similaires des deux parts peuvent se réunir de nouveau quand ils sont ramenés dans les sphères de leurs attractions mutuelles.

« Dans le langage de la théorie des ondulations, les mêmes faits peuvent être exprimés ainsi : Des milliers d'ondes différentes ou rayons de lumière de différentes vitesses ou réfrangibilités, sont incapables de propager des ondulations à travers l'éther d'un gaz transparent, tandis que toutes les ondes ou rayons de vitesses et de réfrangibilités intermédiaires sont librement transmis à travers le même milieu. C'est-à-dire, une onde de lumière rouge, large de la 250 millionième partie d'un pouce, et une autre onde de la même lumière, large de la 252 millionième partie d'un pouce, sont

en état de transmettre librement des vibrations à travers le gaz, tandis qu'un autre rayon rouge, formant la 251 millionième partie du pouce, produit des vibrations qui sont entièrement arrêtées par le milieu. Il n'y a point de fait analogue à celui-ci dans les phénomènes du son, et je ne puis m'imaginer un simple milieu élastique modifié par les particules du corps qui le contient, de manière à former un choix aussi extraordinaire dans les ondes qu'il arrête et qu'il transmet. Nous pouvons supposer en effet que l'éther est un milieu composé, consistant en d'autres milieux, dont les particules sont les derniers atomes de la matière, et que les ondulations du même éther dans les corps transparents sont de manière ou d'autre affectées par l'affinité d'atomes similaires dans l'éther et dans le corps qui réfracte. Mais ceci ne fait que reculer la difficulté, et la production d'un pareil système de rayons défectifs par l'action d'un milieu gazeux presente une difficulté formidable dans la théorie des ondulations.

« Quelle que soit l'hypothèse destinée à embrasser et à expliquer cette classe de phénomènes, le fait que j'ai mentionné ouvre un vaste champ de recherches. A l'aide de l'absorbant gazeux, nous pouvons étudier, avec la précision la plus délicate, l'action des éléments des corps dans toutes leurs variétés de combinaisons, sur des rayons de lumière définis et facilement reconnaissables, et nous pouvons découvrir des analogies curieuses entre leurs affinités et celles qui produisent les lignes fixes dans les spectres des étoiles. Cependant l'appareil requis pour se livrer avec succès à de pareilles recherches ne peut être employé dans des appartements ordinaires. Des lentilles d'un grand diamètre, des héliostats bien faits, et des télescopes d'une grande ouverture sont absolument nécessaires à cet effet. Mais avec de pareils auxiliaires il serait aisé de construire des combinaisons optiques, au moyen desquelles on pourrait observer les rayons manquants dans les spectres de toutes les étoiles fixes, jusqu'à celles de *dixième*

grandeur, et étudier les effets de la véritable combustion qui répand la lumière devant les soleils des autres systèmes. »

---

2. *Sur les propriétés optiques en minéralogie.*

—

Dans le cours de ses recherches sur la double réfraction, Malus examina plusieurs substances minérales; mais il ne paraît pas avoir observé de différence entre la double réfraction des cristaux de différentes formes. M. Biot trouva des raisons pour séparer les cristaux doués de la double réfraction en deux classes, caractérisées par des propriétés opposées qu'il nomma attractives et répulsives, ou positives et négatives; le quartz appartient à la première, et la chaux carbonatée à la seconde. Mais on ne réussit pas à trouver de différence extérieure marquée dans de semblables substances; le seul fait établissant un rapport entre la forme des cristaux et leurs propriétés optiques, fut celui observé par Haüy, que les substances ayant pour forme primitive le cube, l'octaèdre, le dodécaèdre, etc., ne jouissent pas de la double réfraction.

Sir David Brewster doit être particulièrement considéré comme le créateur de la science qui étudie la dépendance mutuelle des propriétés optiques et des formes cristallines, et il ne donna pas seulement la première impulsion à cette science, mais il l'a encore enrichie d'une quantité d'observations curieuses et intéressantes tellement grande, que tout ce qui a été fait par d'autres observateurs dans cette partie ne peut être comparé jusqu'à présent à ce qu'il est parvenu à effectuer.

Quelques uns des premiers résultats de sir David Brewster paraissent néanmoins en opposition avec le fait général

auquel nous venons de faire allusion (*Edinb. trans.*, 8, 1815). Il trouva que quelques échantillons de muriate de soude, de spath-fluor et de diamant qui, d'après la loi mentionnée, ne devaient pas avoir d'axes optiques, montraient, quand on les obtenait d'une épaisseur considérable, les couleurs qu'on reconnaissait déjà comme des indices de la double réfraction. Les cristaux semblaient consister en parties complémentaires, dont les effets se neutralisaient à peu près, mais laissaient dans certaines parties un petit excès d'action d'un côté et de l'autre.

Ses observations portèrent ensuite sur le spath calcaire. Il avait déjà montré que les couleurs qui se développent dans les échantillons traversés par des lamelles sont produites, non par les lamelles agissant comme lames minces, mais par les propriétés de la lumière polarisée; et il trouva, en dernier lieu, que ces lamelles ont une cristallisation dont la position est opposée à celle du reste du cristal.

Un autre mémoire récent de sir David Brewster est du plus haut intérêt. Il paraissait, d'après ses expériences, que la compression et la dilatation donnaient aux corps transparents une structure produisant les mêmes effets que la cristallisation, qui suppose la propriété de la double réfraction. Il essaya donc les effets de la compression et de la dilatation sur les cristaux, et il trouva que les phénomènes optiques étaient différemment modifiés de cette manière, que les anneaux étaient déformés, les couleurs altérées, les lignes multipliées, etc.; il vit aussi, comme loi qui règle l'influence de cette tension mécanique sur la tension cristalline préalable de la substance, que « les cristaux *positifs*, *comprimés* de manière que l'axe (ou direction) de la compression soit *parallèle* à l'axe du cristal, ont un ordre de teintes plus *élevées*. » Les termes *négatifs*, *dilatés*, *perpendiculaire* et *abaissées* répondent naturellement, dans l'énoncé de cette loi, aux termes *positifs*, *comprimés*, *parallèle*, *élevées*.

La belle et frappante généralisation qui a établi pour

toujours une liaison étroite entre la cristallonomie et la photonomie, liaison riche en découvertes qu'elle a déjà fait naître, et plus riche encore en découvertes qu'elle promet, a été publiée dans les *Trans. phil.* pour 1818 (le mémoire avait été envoyé en 1817). Sir David Brewster y établit que l'extrême délicatesse du sujet, et la difficulté de se procurer des échantillons convenables, l'avaient empêché jusque alors de faire ce qu'il réalisait dans ce travail, c'est-à-dire de réduire à un principe général toutes les apparences compliquées qui résultent de l'action combinée de plus d'un axe de double réfraction.

Cette loi (en tant qu'elle nous intéresse comme minéralogistes, car je ne dois pas m'occuper des recherches purement optiques) se réduit à ceci : que « tous les cristaux à un axe optique appartiennent au système hexagonal ou pyramidal (en me servant des termes déjà expliqués, qui sont équivalents à ceux de sir David Brewster) ; que tous les cristaux à trois axes optiques appartiennent au système tessulaire, et que tous les cristaux à deux axes optiques cristallisent sous d'autres formes ».

Ce principe important ne fut pas tiré à la hâte d'un petit nombre d'observations, comme des personnes, jugeant des grandes découvertes après coup, et frappées seulement de leur simplicité, sont toujours disposées à le croire ; il fut déduit avec soin de l'examen d'un grand nombre de minéraux comprenant 23 espèces à un axe et 81 à deux axes, et il s'en trouva trois qui présentèrent des exceptions apparentes et des difficultés dans l'application du principe ; elles ont néanmoins disparu par un examen plus attentif. Peut-être un des cas les plus frappants d'une semblable rencontre est l'histoire d'un minéral qui a été nommé par M. Brooke le *sulfato-tricarbonate de plomb* ; il avait été placé à la fois par M. le comte Bournon et par M. Brooke parmi les formes rhombohédrales et hexagonales, et il devait en conséquence n'avoir qu'un seul axe optique. Cependant sir

David Brewster trouva que ce minéral présentait les phénomènes appartenant aux cristaux à deux axes. La difficulté fut résolue par M. Haidinger, qui soumit la substance à un examen crystallométrique précis. On vit alors que la figure qu'on supposait être un prisme hexagonal droit n'avait pas exactement les dimensions qu'exige la symétrie de cette figure. Ses faces, au lieu de former un angle de 90° sur les bases, forment un angle de 90° 29′, et au lieu de faire entre elles des angles de 120°, elles forment des angles de 120° 20′. Le cristal avait en effet une des formes dont résulte, d'après le principe, l'existence de deux axes optiques.

Sir David Brewster avait déjà découvert un cas semblable dans le sulfate de potasse, qui avait été classé par les minéralogistes parmi les rhomboèdres ; mais quand son examen optique lui eut indiqué deux axes, il trouva que la forme apparente du dodécaèdre bipyramidal du système rhomboédral était composée de trois prismes ayant des angles de 114°.

Le mémoire de 1818, dont nous avons parlé, contient aussi la très heureuse découverte de sir David Brewster de la belle loi optique dont dépend la forme des couches qu'on voit dans les cristaux à deux axes ; mais je dois m'abstenir de m'étendre sur les résultats de ce mémoire remarquable.

Les propriétés des cristaux doués de la double réfraction, qui affectent toutes les couleurs également, ont été réduites maintenant à une théorie d'une grande beauté, qui explique les parties de détail les plus compliquées et qui présentaient des anomalies apparentes ; mais les propriétés des autres cristaux, qui semblent choisir certaines couleurs pour exercer leur action, restent encore à ramener à leur loi la plus générale. Ici aussi, sir David Brewster est entré pour une grande part dans tout ce qui a été fait. Son mémoire sur l'absorption de la lumière par les cristaux (*Phil. trans.*, 1816) contient beaucoup de faits curieux sur ce sujet. Il est bien connu que certaines tourmalines polarisent la lumière qui les traverse, de telle manière qu'on s'en sert le plus communé-

ment comme du moyen le plus commode pour obtenir de la lumière polarisée. On a trouvé que l'agathe et d'autres substances polarisent également la lumière par transmission; mais il paraît que ces phénomènes ne sont que des cas d'un fait plus général : beaucoup de cristaux, doués de la double réfraction, peut-être tous ceux qui sont colorés, affectent les pinceaux ordinaires et extraordinaires. Ainsi, le béril, d'après les expériences de sir David Brewster, quand il est exposé à de la lumière polarisée, transmet différentes couleurs (le bleu et le blanc verdâtre), comme si l'axe du cristal était perpendiculaire ou parallèle au plan de polarisation.

On trouva d'autres espèces de cristaux ayant des propriétés semblables, et les cristaux à deux axes les manifestent aussi avec certaines modifications. Le catalogue de sir David Brewster, pour ces cas, est comme de coutume très développé. Ce physicien remarqua aussi que plusieurs minéraux absorbent certaines portions de lumière commune, et que la portion transmise est plus ou moins polarisée : par exemple, l'augite et l'épidote produisent sur la lumière un effet en partie de la même nature que la tourmaline ; le quartz enfumé produit cet effet avec force, mais il est à remarquer que le prisme de quartz et celui de tourmaline polarisent dans des plans, l'un à droite de l'axe et l'autre parallèle à l'axe. M. Babinet a récemment (1832) énoncé, comme un principe général pour de pareils cas, que l'une ou l'autre circonstance se présente selon que le cristal est attractif ou répulsif ; mais comme il paraît effectivement résulter des recherches antérieures de sir David Brewster que les résultats, dans les deux positions, ne diffèrent pas seulement quant à la quantité de lumière, mais se manifestent par un choix de couleurs, la règle générale, posée de cette manière, demande, si elle est vraie, à être exprimée autrement.

Après ces découvertes concernant la structure optique des substances cristallines, nous pourrions nous croire en

état de nous former une idée de l'étendue et de la variété de la nature dans cette classe de phénomènes ; mais la nature est plus fertile encore que toutes nos conjectures. On trouva bientôt que beaucoup de cristaux ont une structure bien plus compliquée que le nombre d'axes d'un seul cristal peut leur donner. Cette découverte encore, et celle de nombreux exemples qui l'appuient, sont dues à sir David Brewster. Il paraît, d'après ses recherches, que plusieurs espèces de cristaux doivent être considérées comme composées d'un assemblage très curieux en *mosaïque* de cristaux placés dans des positions variées, et arrangés dans un ordre très complexe quoique très symétrique. Ainsi, il trouva en 1817, et annonça en 1819, que l'améthyste est formée de différentes parties qui agissent différemment sur la lumière et d'une manière alternative et complémentaire ; ces parties étant en général des coins avec leurs arêtes vers l'axe du cristal ou une série de V l'un dans l'autre, présentant le contour extérieur de pareils coins.

On vit aussi que les apophyllites d'Islande et de Ferroe ont une structure lamellée très curieuse, susceptible d'être séparée visiblement dans ses éléments par la transmission de lumière polarisée.

En 1818 (*Edinb. trans.*), sir David Brewster publia son exposition de la structure optique de l'analcime qui, sous plusieurs rapports, est plus curieuse encore et plus complexe que celles citées précédemment. L'icositétrahèdre en est la forme ordinaire; c'est une figure appartenant à la classe des cristaux qui ne manifestent aucune des propriétés en relation avec la lumière polarisée ; elle peut être séparée, dans cette espèce, en 24 solides, dont les limites ont des propriétés optiques particulières.

Ce phénomène de la composition d'un cristal simple en apparence, et formé de parties offrant différentes relations optiques, paraît dans le fait être très commun. Ainsi le nitre et l'arragonite contiennent souvent de pareilles parties ; et,

dans le second volume des *Transactions de Cambridge*, sir David Brewster a montré que la topaze brésilienne possède une structure lamellée : un lozange central est entouré d'une enveloppe d'une autre espèce, souvent avec des variations additionnelles.

Il y aurait quelque chose de très embarrassant dans cette complication de structure d'objets si simples en apparence, si nous voulions concevoir une pareille espèce de composition comme formée de parties indépendantes adhérant entre elles ; mais nous devons probablement concevoir ces relations de parties comme le résultat d'un état particulier d'équilibre de l'éther élastique, qui existe dans le corps, et dont les propriétés optiques dépendent.

Un principe additionnel, qui complique encore plus les phénomènes inépuisables en apparence des cristaux, fut découvert et discuté à fond par sir J. Herschel (*Phil. trans.*, 1820). La déviation de la succession de couleurs que manifestent beaucoup de cristaux en s'éloignant de l'échelle des teintes que Newton a établie par ses observations sur les lames minces, et qui depuis a toujours été l'alphabet de l'optique supérieure, attira l'attention de sir J. Herschel, et il trouva qu'elle pouvait très bien s'expliquer en concevant la direction de l'axe de double réfraction différente pour les différentes couleurs. Dans les cristaux à deux axes, une pareille déviation est presque générale comme dans le sel de Rochelle, où le phénomène est très marqué. Le bicarbonate de potasse est dans le fait regardé comme le seul cristal à deux axes soumis à l'examen, où les axes, pour toutes les couleurs, sont exactement coïncidents (V. le *Traité de la lumière*).

Cette déviation de l'échelle de Newton embarrassa les observateurs, surtout dans les premiers temps, lorsqu'on l'aperçut dans le cas des cristaux à un axe. Sir J. Herschel (*Camb. trans.*, vol. I., part. I) trouva certaines variétés d'apophyllite dans lesquelles la structure à double réfraction

est positive pour les rayons rouges, et négative pour les violets, tandis que pour les rayons indigo intermédiaires, il n'y a pas de double réfraction du tout. Cette circonstance remarquable fut confirmée par les expériences les plus décisives, et elle n'offre plus de difficultés sous le rapport de sa connexion avec la théorie ondulatoire.

Une circonstance à peu près semblable a été découverte par sir David Brewster dans quelques échantillons de glauberite. Ils sont à deux axes pour les rayons rouges, et ces axes sont séparés de 5°; mais les axes pour les rayons violets coïncident, et pour cette lumière le cristal est à un axe. Cette particularité remarquable fut découverte en faisant usage de lumière homogène.

Nous avons encore un autre fait à mentionner, également frappant, également inattendu, et dont la découverte s'associe également au nom d'Herschel. Il existait une loi optique, qui avait déjà attiré l'attention des philosophes, comme étant entièrement anomale et *sui generis*, et offrant une particularité cristallographique également curieuse. Sir J. Herschel, avec une sagacité et un bonheur également remarquables, montra que ces deux circonstances étaient constamment unies ensemble : je veux parler de la polarisation circulaire de la lumière à droite ou à gauche et de la cristallisation plagihédrale du quartz. Dans ces deux cas, nous avions, au lieu de la symétrie géométrique dont les lois de la nature sont généralement empreintes, une série d'apparences donnant l'idée d'un mouvement progressif circulaire, allant à droite ou à gauche; la déviation du plan de polarisation indiquée par la succession des couleurs dès qu'on augmentait l'épaisseur de la lame transparente, formant le fait optique, et la position oblique de certaines faces du cristal formant le fait minéralogique. Il fut prouvé que la polarisation à droite accompagne toujours les faces plagihédrales de gauche à droite, et *vice versâ* pour la polarisation à gauche. Ce fait fut établi par sir J. Herschel d'après l'examen de treize

cristaux, et il a été confirmé depuis par d'autres observateurs.

Il n'appartient pas, à proprement parler, à notre sujet de nous étendre sur la théorie de la polarisation circulaire et elliptique de la lumière dans le quartz, par laquelle M. le professeur Airy a réduit à la plus grande simplicité une quantité de phénomènes extrêmement complexes et non symétriques en apparence. Mais nous pouvons mentionner les expériences du même observateur sur les propriétés optiques du diamant. Il résulte de ces expériences que le diamant, au lieu de polariser complétement la lumière réfléchie sous un certain angle, comme on le trouve pour les autres substances transparentes, présente, à l'incidence sous laquelle la lumière est à peu près polarisée, des phénomènes ressemblant plutôt à ceux observés à la surface des métaux que sur les milieux diaphanes.

En se livrant à des recherches optiques, plusieurs personnes, comme Hessel et Genf, se sont occupées d'examiner les causes du jeu des couleurs qu'on remarque dans la pierre de Labrador, et Nordenskiold a essayé une explication mathémathique de ces couleurs, sur laquelle du reste il m'est impossible de donner de plus amples renseignements. Sir David Brewster a examiné ces phénomènes curieux, et il paraît d'après ses recherches que ces couleurs sont produites, suivant les principes du développement des couleurs dans les lames minces, par des cavités limitées par des surfaces planes parallèles.

Dans l'application de la lumière polarisée à l'examen des propriétés des minéraux et des autres cristaux, nous avons acquis un nouvel instrument d'un usage beaucoup plus étendu et plus instructif relativement à la structure et à la différence des substances, que tout ce qu'on avait pu imaginer auparavant. L'optique physique et la cristallographie sont désormais deux parties coordonnées d'une vaste portion de l'édifice de la science, dont il serait impossible d'assigner actuellement les limites. Il reste encore beaucoup à faire dans l'examen des minéraux, et il ne serait pas diffi-

cile d'indiquer des branches de recherches qui sont d'une importance manifeste pour l'état actuel de nos connaissances des cristaux. Il serait par exemple bien intéressant de savoir la différence de la symétrie optique qui existe entre un prisme droit et un prisme oblique; si la déviation additionnelle de la symétrie géométrique, qui se présente pour le dernier cas, correspond, quant aux propriétés optiques, à ce fait, qu'on ne retrouve plus dans le même plan les pôles des lemniscates, comme cela devrait être d'après les expériences de sir Herschel; et si enfin ce cas est remarquable par quelque particularité inattendue.

Mais, tout en nous livrant à l'espoir de voir augmenter la quantité des observations dans cette partie intéressante de l'étude de la nature, il est à désirer que nous nous tenions au courant des trésors qui sont déjà en notre possession. Les découvertes de sir David Brewster, que nous avons mentionnées, et beaucoup d'autres que nous aurions pu joindre à notre énumération, ne forment, je pense, qu'une partie des faits basés sur la cristallographie optique que cet infatigable observateur, que ce physicien ingénieux est parvenu à réunir. Il a long-temps fait espérer aux minéralogistes qu'ils recevraient de lui un traité de minéralogie, fondé sur les principes de l'optique, dans lequel il est à présumer qu'il établirait les faits les plus remarquables et les lois les plus importantes quant aux relations entre les minéraux et la lumière, dont il est parvenu à acquérir la connaissance; et certainement aucune acquisition ne pourrait être plus intéressante pour la minéralogie, ni donner une impulsion plus active aux progrès de cette science (1).

Les différentes propriétés optiques des minéraux ont été exprimées théoriquement en parlant des différentes *élasticités*

---

(1) J'ai appris depuis, avec peine, de sir David Brewster, qu'il ne regarde pas comme prochaine la publication de cet ouvrage, si long-temps désiré.

des cristaux dans les différentes directions. Ceci porta M. Savart à examiner, par ses méthodes ingénieuses, si l'élasticité *acoustique* était également sous l'influence de pareilles différences. Nous ne devons pas insister, dans cette comparaison, sur ce que le terme *élasticité* s'applique ici à deux classes de phénomènes différents qui se rapportent à des principes différents ; les phénomènes acoustiques dépendant de l'élasticité des parties du *solide*, et les phénomènes optiques dépendant de l'élasticité de l'*éther*. M. Savart trouva que quelques modifications acoustiques de l'élasticité correspondent aux relations optiques, mais qu'il y a aussi d'autres modifications acoustiques qui suivent une autre loi de symétrie.

---

3. *Sur l'éclairement* (numéro 47).

—

M. Schulten, dans le tome 1er des *Mémoires de l'académie de Saint-Pétersbourg* (*savants étrangers*), a donné de nouvelles formules pour mesurer la quantité de lumière directe ou indirecte envoyée dans l'œil par les objets lumineux. On peut voir un extrait de son travail dans le *Bulletin des sciences mathématiques* pour avril 1831.

---

4. *Sur la photométrie* (numéro 57 et suivants).

—

La difficulté de trouver des instruments précis pour mesurer l'intensité de la lumière laisse encore de fâcheuses la-

cunes dans la science de l'optique. Aussi, n'a-t-elle pas cessé jusque dans ces derniers temps, d'occuper l'attention des physiciens. Plusieurs d'entre eux avaient en vue de résoudre des questions assez délicates d'astronomie, telles que le classement des étoiles d'après l'intensité de leur lumière, ou l'appréciation de leurs distances probables, les périodes des étoiles changeantes, la quantité de lumière des planètes dans leurs différentes phrases, ou du soleil aux différentes époques de l'année et aux différents instants du jour, celle envoyée par les différents côtés du ciel, etc. Bien que les instruments employés aient été plus ou moins défectueux, il n'est pas sans intérêt de les connaître, ne fût-ce que pour savoir mieux apprécier les difficultés que présente la construction d'un photomètre qui mériterait véritablement ce nom.

Sur les moyens de comparer la lumière du soleil à celle des étoiles fixes.

Dans les *Transactions philosophiques* pour 1767, J. Michell avait proposé de mesurer la distance probable des étoiles les plus rapprochées de nous, en comparant leur éclat à celui du soleil. Il proposait à cet effet de chercher à quelle distance il faudrait reculer ce dernier astre, pour qu'il ne donnât pas plus de lumière que les étoiles. Ce physicien a fait quelques essais pour comparer les étoiles entre elles quant à l'intensité de leur lumière; mais il n'a pas proposé de méthode pour les comparer au soleil.

En 1799, Wollaston trouva que la lumière du soleil pouvait être environ un million de fois plus grande que celle de la lune, et conséquemment plusieurs millions de fois plus grande que celle de toutes les étoiles fixes, prises collectivement; ce qui montre déjà qu'on ne peut guère compter sur des valeurs bien approchées, quand on estime des quantités aussi petites que la lumière des étoiles. La méthode qu'employait Wollaston était la suivante : il comparait la

lumière du soleil à celle d'une chandelle, en faisant passer un des rayons de cet astre dans une chambre obscure par une petite ouverture circulaire pratiquée dans une feuille de métal ; il plaçait alors un petit cylindre opaque dans la direction des rayons, de manière à lui faire projeter une ombre sur un écran ; puis il disposait une chandelle de manière que la seconde ombre projetée derrière le cylindre devînt égale à la première. En nommant alors H le diamètre de l'ouverture circulaire estimée en parties du pouce, D la distance de l'ouverture à l'écran estimée également en pouces, et C la distance de la chandelle à l'écran quand la lumière devient égale à celle du soleil, il avait pour valeur numérique de cette dernière quantité

$$x = \left(\frac{12\,D}{C\;H} \times 2 \text{ tang. du demi-diam. solaire}\right)^2.$$

Le tableau suivant indique les résultats des observations et ceux du calcul.

Époques des observations.	H	D	C	x
Fin de mai et	0,0067	93	19,5	6152
comm. de juin	0,0072	93	19,0	5611
1799.	0,0086	93	18,0	4382
	0,0093	93	17,5	3965
	0,0093	111,3	20,5	5228
	0,0098	102	14,25	6477
	0,0098	108	15,4	6410
	0,0098	120	17,0	6299
28 mai.	0,0098	120	17,5	5944
19 juin.	0,0105	126	15,0	7770
	0,0111	93	14,5	4054
	0,0118	93	13,0	4463
				moy. 5563

Quant à la lumière de la lune, Wollaston la comparait di-

rectement à celle d'une chandelle, au moyen des ombres projetées ; il est parvenu ainsi aux résultats suivants :

Dates des observations.	Remarques.	Distance, en pouces, de la chandelle à l'écran, quand sa lumière est égale à celle de la lune.
1799, 16 mai	élong = 170° 112	144
— 17 juin	pleine lune	144

D'où la lumière de la lune $= \frac{1}{144}$ de celle d'une chandelle placée à la distance de 12 pieds ;

la lumière du soleil $= 5563 \times \left(\frac{144}{12}\right)^2$ la lumière de la lune.

= 801072 la lumière de la lune.

Ce résultat s'accorde assez avec celui de Bouguer, qui estimait que la lumière du soleil vaut celle de 11 664 bougies à la distance de 16 pouces français, ou de 5774 bougies placées à la distance d'un pied anglais. Mais l'estimation de Bouguer quant à la lumière de la lune, qu'il fait égale à la 300 000e partie de la lumière du soleil, diffère assez de l'estimation de Wollaston.

Ce dernier physicien a imaginé depuis un nouveau moyen pour estimer les intensités de lumière relatives de deux astres (*Transactions philosophiques* 1829). Il prit, pour unité de mesure, l'image d'une chandelle réfléchie sur la petite boule d'un thermomètre remplie de mercure, qui pouvait avoir un quart de pouce de diamètre ; il observait cette image avec un œil, et au moyen d'une lentille d'environ deux pouces de foyer ; tandis que, de l'autre œil, il observait au moyen d'un télescope l'image du soleil ou celle de l'étoile même réflé-

chie, comme précédemment, sur la boule d'un thermomètre placé à distance.

Afin de rendre plus comparables, quant à la couleur, les lumières des deux objets vus au moyen du télescope et celle de la chandelle, Wollaston plaça deux vers jaunes à l'oculaire, et il employa en même temps pour les expériences une bougie et une chandelle, afin de s'écarter moins de la vérité en prenant pour unité l'éclat moyen de ces deux luminaires. Il mesurait ensuite, dans chaque expérience, la distance des deux luminaires à la boule du thermomètre, et chacune des distances indiquées au tableau qu'on trouvera ci après était la moyenne de plusieurs mesures.

En calculant les observations, on remarquera que l'image du soleil, qui est à un demi-rayon du centre de la boule du thermomètre, sous-tend, quand on l'observe de la surface, un angle d'un demi-degré comme le soleil même, et présente ainsi le même éclat que cet astre ; mais le diamètre apparent de cette petite image diminue à mesure que l'œil s'en éloigne, de manière qu'à la distance de D pouces, elle se trouve réduite dans le rapport du quart du diamètre de la boule du thermomètre, ou de $\frac{B}{4}$ à D, et conséquemment le degré d'éclairement de l'image sera réduit dans le rapport de 1 au carré de $\frac{4D}{B}$.

Si la distance de l'œil à la boule est choisie de manière qu'en comparant séparément l'image du soleil et l'étoile à l'image de la chandelle, la chandelle dans les deux cas est à inégales distances de la boule du thermomètre, d et δ étant ces deux distances quand on compare le soleil et l'étoile, on aura $\frac{4D}{B} \times \frac{\delta}{d}$ pour la distance à laquelle l'image du soleil paraîtra aussi lumineuse que l'étoile, et le degré d'éclaire-

ment de cette image sera à celui du soleil même comme 1 à $\left(\frac{4\,D \times \delta}{B \times d}\right)^2$.

Si, dans deux comparaisons, l'une de la chandelle et du soleil, l'autre de la chandelle et de l'étoile, la chandelle se trouve réfléchie sur des boules de différents diamètres et vues avec des lentilles de foyers aussi différents, le diamètre apparent de l'image de la chandelle sera directement comme le diamètre de la boule et en rapport inverse de la distance focale de la lentille. En nommant b et l ces deux dernières quantités en comparant la chandelle au soleil, et β et λ ces mêmes quantités en comparant la chandelle à une étoile, on aura, pour la distance à laquelle l'image du soleil paraîtra du même éclat que celle de l'étoile :

$$\frac{4\,D}{B} \times \frac{\delta}{d} \times \frac{\lambda}{l} \times \frac{b}{\beta},$$

et le degré d'éclairement de l'image du soleil sera à celui du soleil même comme 1 à $\left(\frac{4\,D \,.\, \delta \,.\, \lambda \,.\, b}{B \,.\, d \,.\, l \,.\, \beta}\right)^2$.

En conservant aux lettres leurs significations, on trouvera dans le tableau suivant les résultats des observations du physicien anglais. L'image du soleil sur la boule du thermomètre était observée avec un télescope d'un grossissement de 36 fois.

Époques des observations.	B	D	b	d	l
1826, mars 10.	0,19	1440	0,44	68	2,0
1827, mars 14.	0,26	2928	0,26	42	2,5
— mars 16.	0,26	2928	0,26	28	2,5
— mars 16.	0,11	1440	0,26	41	2,5
— mars 25.	0,26	2928	0,26	36	2,5
— mars 25.	0,11	1440	0,26	57	2,5
— avril 6.	0,11	1440	0,26	49	2,5

Le tableau qui suit offre les résultats des observations de sirius, vue directement par un télescope ayant un grossissement de 36 fois, comparée à l'image d'une chandelle. On faisait varier la distance de cette chandelle jusqu'à ce que son image eût atteint le même éclat que sirius.

Époques des observations.	β	δ	λ	Remarques.
1826, mars 15.	0,44	216	2,0	
— mars 19.	0,44	165	2,0	Nuit très claire.
1827, février 14.	0,44	246	2,0	
— février 15.	0,44	170	2,0	Nuit très claire, 10 h. 30'.
— mars 14.	0,26	102	2,5	
— avril 4.	0,26	90	2,5	
— avril 9.	0,26	93	2,5	7 h. 15'.

Les observations précédentes ont été faites à des instants, où les hauteurs des deux astres n'étant pas très différentes, leurs pouvoirs éclairants pouvaient être regardés comme à peu près également modifiés par l'atmosphère. La table suivante, dans laquelle chacune des sept observations du soleil est comparée à chacune des observations de sirius, présente des discordances qui dépendent probablement de l'inconstance du climat et de l'atmosphère enfumée de Londres. Pour obtenir de la régularité dans les résultats, il faudrait un ciel régulièrement pur.

Observations du soleil.	1826, mars 10	1827, mars 2	1826, mars 14.	1827, mars 16.	1817, mars 25.	1827, mars 25.	1827, avril 6.	Totaux.
De sirius.								
1826, mars 15	96297	107022	160533	127441	124859	91668	106634	814454
— mars 19.	73560	81732	122629	97351	95398	70024	81458	622152
1827, févr. 14.	109672	121886	182829	145141	142200	104400	121725	927853
— févr. 15.	75789	84230	126345	100301	98268	72146	83925	641004
— mars 14.	98435	109397	164096	127630	130270	93703	109002	832533
— avril 4.	86854	96527	144791	112625	114944	82679	96178	734598
— avril 9.	89749	99745	149622	116366	118776	85435	99384	759077

La moyenne de tous ces résultats est 108 809. En supposant que la lumière du soleil n'éprouve point de perte par la réflexion sur la boule du thermomètre, on aurait :

Lumière du soleil $= 108\,809^2 \times$ lumière de sirius.

$= 11\,839\,533\,000 \times$ lumière de sirius.

Et, en supposant que la moitié de la lumière à peu près se

perde par la réflexion, on obtient :

Lumière du soleil = 20 000 000 000 × lumière de sirius.

Si le soleil reculait à une distance telle que la lumière que nous en recevons devînt seulement la vingt-mille-millionième partie de sa lumière actuelle, cette distance serait égale à $\sqrt{2} \times 100\,000 \times$ la distance actuelle, et cet astre aurait, en restant dans l'écliptique, une parallaxe en longitude d'environ 3″; mais, s'il était placé à la même distance angulaire de l'écliptique que sirius, en observant que la parallaxe varie comme le sinus de la latitude d'une étoile, et que la latitude de sirius est environ 39° 1/2, on aurait pour la parallaxe en latitude environ $1'' \frac{8}{10}$.

En faisant la parallaxe de sirius égale à une demi-seconde, et conséquemment sa distance à la terre égale à 525 481 fois la distance du soleil à la terre, sirius, s'il était placé à la distance du soleil, soutendrait 3,7 fois le diamètre apparent du soleil, et nous donnerait autant de lumière que 13,8 soleils.

La lumière de la lyre, par de semblables expériences, a été trouvée égale environ au neuvième de la lumière de sirius. Au lieu de partager les étoiles, comme on l'a fait jusqu'ici, en différentes classes mal déterminées, on les divise avec précision d'après leur degré de lumière.

M. le comte Xavier de Maistre a donné, il y a peu de temps, la description d'un *photomètre destiné à comparer la splendeur des étoiles*, qui serait très commode, mais qui présente plusieurs inconvénients graves (1). Il est composé de

(1) *Bibliothèque universelle de Genève*, nov. 1832, page 323.

deux prismes cunéiformes, l'un de verre bleu, l'autre de verre blanc qui, placés l'un sur l'autre, forment un parallélepipède. Le biseau du prisme bleu est si mince qu'il transmet la lumière des plus petites étoiles, tandis que son autre extrémité n'est pas perméable à leur lumière. En le faisant avancer peu à peu, on place l'étoile sur des épaisseurs croissantes, et on la voit disparaitre à différentes distances du biseau, suivant son degré de splendeur.

La plus grande difficulté pour la confection de ce photomètre, observe M. de Maistre, consiste à trouver un verre homogène, également chargé de couleur dans toute sa masse. J'ajouterai qu'un autre inconvénient assez grave dans l'emploi d'un pareil photomètre résulte de l'inégale absorption des rayons lumineux de différentes couleurs dans une même substance colorée. J'avais pensé depuis long temps à la construction d'un instrument semblable à celui de M. de Maistre (1); mais l'assemblage de mes deux prismes était formé de verres colorés de la même espèce, et formait une lame homogène à faces parallèles, dont on pouvait faire varier l'épaisseur en faisant glisser l'un sur l'autre les prismes le long de la face diagonale de contact. Le glissement avait lieu au moyen d'une vis micrométrique qui mesurait en même temps l'épaisseur de la lame, et l'on avait l'avantage de pouvoir observer l'astre sur différents points du verre, ce qui remédiait en quelque sorte au défaut signalé par M. de Maistre. J'ai employé aussi un tube rempli d'un liquide coloré et fermé à ses extrémités par des lames de verre parallèles. Le tube pouvait s'allonger à volonté, au moyen d'une coulisse, comme dans les lunettes d'approche, et mesurait par son allongement l'épaisseur nécessaire pour opérer l'extinction totale de la lumière.

J'ai employé dans d'autres expériences, faites avec M. Pla-

(1) *Bibliothèque universelle de Genève*, janv. et fév. 1832, p. 212.

teau, un photomètre dont la construction repose sur l'extinction de la lumière au moyen de réflexions successives entre deux miroirs de forme triangulaire, placés parallèlement l'un vis-à-vis de l'autre, et à une très petite distance. On peut, par exemple, faire étamer un fragment de glace sur ses deux côtés et dans des espaces de forme triangulaire. Mais l'un doit déborder un peu l'autre, pour que les rayons réfléchis puissent être observés. Ces photomètres ont, à la vérité, l'avantage de donner des mesures directes et absolues, mais, pour les employer, il faut que l'œil se trouve chaque fois dans les mêmes circonstances, et se prépare long-temps d'avance à l'observation. On doit aussi craindre l'effet de toutes les modifications que reçoit la lumière par la réflexion, par l'absorption, etc.

J'ai vu, il y a peu de temps, à Paris, entre les mains de M. Arago, un instrument construit par M. Gambey, et destiné à mesurer la lumière des étoiles. Je regrette de ne pouvoir en indiquer la construction; je dois me borner à citer ici ce que ce savant physicien a fait connaître lui-même à l'académie des sciences, dans sa séance du 5 août 1833 :

« M. Arago remarque, en commençant son mémoire, qu'au milieu des progrès brillants et inespérés que l'optique a faits depuis un tiers de siècle, une seule branche de cette science, celle qui traite de la mesure des intensités, celle qu'on a désignée sous le nom de *photométrie*, est restée à peu près stationnaire. Suivant lui, les moyens dont Bouguer, Lambert, Rumford, firent usage, manquent entièrement de précision. M. Arago travaille depuis quelques années à remplir cette lacune de l'optique, ne fût-ce, dit-il, qu'à raison des applications multipliées dont les méthodes photométriques paraissent susceptibles.

« L'objet principal de son mémoire était aujourd'hui *la loi d'après laquelle un faisceau de lumière polarisée se partage entre l'image ordinaire et l'image extraordinaire, quand ce faisceau*

traverse un cristal doué de la double réfraction. La connaissance de cette loi, outre son importance sous le rapport théorique, conduirait très simplement à la solution d'un grand nombre de questions astronomiques très curieuses. M. Arago signale, entre autres, les comparaisons de l'intensité lumineuse de la portion de la lune que les rayons solaires éclairent directement, avec celle de la partie du même astre qui reçoit seulement les rayons réfléchis par la terre. Il croit, d'après les expériences qu'il a déjà tentées à cet égard, qu'on pourra, avec les instruments perfectionnés dont il espère faire bientôt usage, saisir dans la lumière cendrée les différences de l'éclat plus ou moins nuageux de l'atmosphère de notre globe. Il n'est donc pas impossible, malgré tout ce qu'un pareil résultat exciterait de surprise au premier coup-d'œil, qu'un jour les météorologistes aillent puiser dans l'aspect de la lune des notions précieuses sur l'*état moyen* de diaphanéité de l'atmosphère terrestre dans les hémisphères qui successivement concourent à la production de la lumière cendrée.

« Après avoir aussi indiqué tout le parti qu'on pourra tirer de la loi de polarisation cherchée pour perfectionner les observations si importantes des éclipses des satellites de Jupiter, M. Arago est passé à l'explication détaillée des méthodes dont il propose de faire usage pour arriver expérimentalement, et dans tous les cas, à la connaissance des intensités comparatives des rayons ordinaire et extraordinaire. Ces méthodes sont entièrement nouvelles; il serait impossible d'en donner une idée suffisante sans le secours de figures et de quelques calculs analytiques. Aussi nous contenterons-nous de dire que les méthodes imaginées par M. Arago, outre l'exactitude qui leur est propre, se font remarquer par la circonstance véritablement paradoxale que la comparaison de deux images s'effectue sans que ces deux images aient besoin d'être jamais séparées.

« En terminant sa lecture, M. Arago a fait connaître les

moyens dont il s'est servi pour déterminer les proportions de lumière contenue dans les faisceaux réfléchis sous toutes sortes d'angles, quelle que soit la nature de la substance éprouvée ; il a montré par exemple comment on peut trouver l'angle de polarisation sur les métaux.

« M. Arago avait déjà publié plusieurs de ces derniers résultats dans l'article *Polarisation* de l'Encyclopédie britannique, mais sans divulguer alors les méthodes qui peuvent servir à en constater l'exactitude. » (Extrait du *Temps*.)

M. Potter, à la réunion de l'Association britanique à Oxford, a fait connaître aussi un nouveau photomètre de son invention, mais particulièrement destiné à mesurer la quantité de lumière réfléchie par les objets. La spécialité de cet instrument nous empêche d'entrer dans des détails sur sa construction. (V., sur ce photomètre et celui de M. de Humboldt, le *Journal des sciences d'Edimbourg* pour 1830 ; les *Annales* de Poggendorf, décembre 1833, et la *Correspondance mathématique*, 2e livr. 1834.)

---

5. *Des lignes brillantes produites sur les cachets ou sur d'autres surfaces par la réflexion de la lumière, selon une loi donnée* (numéro 108).

L'exemple suivant donnera une idée des problèmes dont il est question dans cette note. On grave sur un cachet, ou sur tout autre instrument destiné à former une empreinte, une suite de lignes dont les équations ne diffèrent que par une constante, comme serait une série de cercles concentriques, et l'on demande de déterminer la courbe brillante qui sera produite par la réflexion de tous les rayons lumineux partis d'un point et réfléchis vers un autre. Ce problème a pour inverse la recherche des lignes qu'on doit graver sur le cachet

pour avoir une ligne brillante donnée. Je m'occuperai également de cette question.

Soient M (x', y', z',) et N (x'', y'', z'',) le point de vue et le point rayonnant : les équations de deux droites passant par ces points seront :

$$\left\{\begin{array}{l} x-x'=a(y-y') \\ z-z'=b(y-y') \end{array}\right\} \text{ et } \left\{\begin{array}{l} x-x''=a'(y-y'') \\ z-z''=b'(y-y'') \end{array}\right\}. \qquad (1)$$

Nommons Σ les courbes sur lesquelles se fait la réflexion, courbes qui ne diffèrent que par les constantes c et c', que renferment leurs équations

$$\Phi(y, x, c)=0 \text{ et } \varphi(y, z, c')=0. \qquad (2)$$

Les équations générales d'une tangente à ces lignes sont :

$$x=\frac{dx}{dy}y+\alpha, \quad z=\frac{dz}{dy}y+\beta. \qquad (3)$$

D'après la formule connue qui donne le cosinus de l'angle formé par deux droites en fonction de leurs tangentes, on exprimera de la manière suivante que l'angle d'incidence est égal à l'angle de réflexion, en représentant les coefficiens différentiels par ξ et ζ.

$$\frac{1+a\xi+b\zeta}{\sqrt{1+a^2+b^2}}=\frac{1+a'\xi+b'\zeta}{\sqrt{1+a'^2+b'^2}}. \qquad (4).$$

Si l'on remplace a, b, a' et b' par leurs valeurs, on pourra mettre l'équation sous cette forme plus régulière :

$$\frac{(y-y')dy+(x-x')dx+(z-z')dz}{\sqrt{(y-y')^2+(x-x')^2+(z-z')^2}}$$

$$=\frac{(y-y'')dy+(x-x'')dx+(z-z'')dz}{\sqrt{(y-y'')^2+(x-x'')^2+(z-z'')^2}},$$

Nous remarquerons d'abord que, quand on connaît le point de vue et le point brillant, et que de plus les équations (2) sont connues, le problème donne toujours lieu à une équation (4), qui peut être exprimée en termes algébriques. Cette équation est celle d'une surface brillante S.

Si l'on observe que la différentiation fait disparaître des équations (2) les constantes c et c', et si l'on ne veut faire varier les courbes Σ que par une de ces constantes, par c' par exemple, on prendra l'équation (4) avec le résultat de l'élimination de c' entre les équations (2), et l'on n'aura plus qu'une ligne brillante, intersection de deux surfaces.

Enfin, en prenant l'équation (4) avec les deux équations (2), on n'aurait que les points brillants déterminés sur la ligne Σ, qui n'est plus sujette à varier.

Avant de passer à des applications, nous examinerons le problème inverse du précédent. On regarde alors comme connue la surface brillante S, qui a pour équation :

$$F(x, y, z) = 0, \tag{5}$$

et l'on veut déterminer les lignes réfléchissantes Σ. On aura, pour résoudre ce problème, les équations (4) et (5). L'équation (5) établira dans l'équation différentielle (4) les relations qui doivent exister entre les coordonnées x, y et z, pour satisfaire à la question ; et l'intégration produira l'équation de la surface, qui est le résultat de l'élimination d'une des constantes entre les équations (2). Cette surface, dans le problème qui nous occupe, doit être considérée comme une surface striée réfléchissante, dont l'équation varie par la constante introduite par l'intégration.

Si, au lieu de se donner une surface brillante, on ne donnait qu'une ligne S,

$$F(x, y) = 0, \quad f(z, y) = 0, \tag{6}$$

on aurait, pour déterminer les lignes réfléchissautes Σ, les équations (6) avec l'équation (4).

Nous remarquerons, à l'égard des lignes réfléchissantes, une propriété assez singulière : c'est qu'il existe toujours deux systèmes de lignes Σ qui peuvent produire la même surface brillante S, et que de plus ces deux systèmes se pénètrent orthogonalement. Pour mettre cette propriété en évidence, il faudra écrire l'équation (4) ou bien celle qui la suit, sous sa double forme, à cause des radicaux que nous représenterons par les lettres r et r',

$$\left.\begin{array}{l}(r'-r)+(ar'-a'r)\xi+(br'-b'r)\zeta=0\\(r'+r)+(ar'+a'r)\xi+(br'+b'r)\zeta=0\end{array}\right\}. \quad (7)$$

En employant l'équation (5) avec l'une ou l'autre des deux équations qui précèdent, on voit qu'on peut parvenir à deux systèmes de surfaces réfléchissantes Σ. Si l'on écrit les équations des plans tangens aux surfaces le long de la ligne de pénétration, et si, pour simplifier, nous représentons ces équations par

$$Ay+Bx+Cz+D=0, \qquad A'y+B'x+C'z+D'=0,$$

nous trouverons, en effectuant les calculs, que

$$AA'+BB'+CC'=0,$$

et que conséquemment, pour chaque point d'intersection des deux surfaces Σ, il y a deux plans tangents perpendiculaires. Ainsi, *il existe toujours deux systèmes de lignes variables par deux constantes qui entrent dans leurs équations, lesquelles ont la propriété de réfléchir des rayons lumineux partis d'un point vers un autre point, en formant une même surface brillante, et ces deux systèmes se pénètrent orthogonalement.*

Appliquons ce qui précède à quelques exemples. Le cas le plus simple serait celui où les lignes Σ, sur lesquelles se fait

la réflexion, seraient des parallèles à l'axe des y; ce qui fournirait pour les équations (2)

$$x=c,\ z=c'.$$

L'équation (4) de la surface brillante S deviendrait ainsi :

$$\frac{1}{\sqrt{1+a^2+b^2}}=\frac{1}{\sqrt{1+a'^2+b'^2}},$$

ou bien $a^2+b^2=a'^2+b'^2$, et conséquemment

$$\frac{(x-x')^2+(z-z')^2}{(y-y')^2}=\frac{(x-x'')^2+(z-z'')^2}{(y-y'')^2};$$

ce qui est l'équation d'une surface du troisième degré, qui se réduit à celle d'un plan quand $y'=y''$.

Si nous introduisons dans l'équation précédente une des deux constantes que la différentiation a fait disparaître; si nous conservons par exemple $x=c$, ce qui réduit le système des droites réfléchissantes à être dans un plan parallèle à celui des zy, nous aurons une ligne brillante du troisième degré.

En conservant les équations $x=c$ et $z=c'$, pour porter les constantes dans l'équation précédente, on n'aura plus que les points brillants qui se trouvent sur la droite représentée par ces équations.

Prenons encore l'exemple suivant; posons pour les équations (2):

$$(x-x')^2+(y-y')^2=r^2 \text{ et } z=c.$$

La différentation donne :

$$(x-x')\,dx+(y-y')\,dy=0,\ dz=0;$$

d'où l'on déduit, pour l'équation de la surface brillante, après les réductions :

$$(y-y')(x-x'')=(y-y'')(x-x').$$

C'est la trace d'un plan qui passe par les deux points donnés, et qui est perpendiculaire au plan des xy.

En considérant le problème, dont il est question au commencement de cette note, c'est-à-dire en supposant toutes les lignes réfléchissantes dans un même plan, celui des xy par exemple, la question se simplifie, et l'équation (4) devient celle d'une ligne brillante, sous cette forme :

$$\frac{(y-y')\,dy+(x-x')\,dx}{\sqrt{(y-y')^2+(x-x')^2+z'^2}}=\frac{(y-y'')\,dy+(x-x'')\,dx}{\sqrt{(y-y'')^2+(x-x'')^2+z''^2}}. \quad (8)$$

Supposons que la réflexion se fasse sur un système de droites parallèles à celle qui a pour équation $y = cx + c'$ et qui donne $dy = cdx$, on aura pour la ligne brillante:

$$\frac{(y-y')c+(x-x')}{\sqrt{(y-y')^2+(x-x')^2+z'^2}}=\frac{(y-y'')c+(x-x'')}{\sqrt{(y-y'')^2+(x-x'')^2+z''^2}}.$$

Après la réduction, on aurait une équation du troisième degré, comme plus haut.

Si l'on suppose le point brillant à une distance infinie, comme serait une étoile, et si les lignes réfléchissantes sont dans le plan des xy, il faudra supposer que tous les rayons incidents sont parallèles, et faire $x = x''$, d'où $a' = 0$, et

$$\frac{dy+adx}{\sqrt{1+a^2+b^2}}=\frac{dy}{\sqrt{1+b'^2}}.$$

Mettant au lieu de a et b leurs valeurs, et faisant les rayons parallèles à la droite $z=b'y+\alpha$, d'où $b'=\frac{z-\alpha}{y}$, il viendra

$$\frac{(y-y')dy+(x-x')dx}{\sqrt{(y-y')^2+(x-x')^2+(z-z')^2}}=\frac{ydy}{\sqrt{y^2+(z-\alpha)^2}}. \quad (9)$$

Supposons maintenant qu'on demande le lieu des points brillants que forment les rayons partis d'une étoile, en se réfléchissant sur un système d'ondes qui naissent à la surface d'une eau calme. Soient y et x les coordonnées du centre d'ondulation, et r le rayon variable des ondes, nous aurons

$$(y-y_{,})^2+(x-x_{,})^2=r^2, \text{ et } (y-y_{,})\,dy+(x-x_{,})\,dx=0;$$

ainsi :

$$\frac{(y-y')\,(x-x_{,})-(y-y_{,})\,(x-x')}{\sqrt{(y-y')^2+(x-x')^2+(z-z')^2}}=\frac{y(x-x_{,})}{\sqrt{y^2+(z-\alpha)^2}}.$$

En posant $z=o$, on voit que le lieu des points brillants est une courbe du quatrième degré. Quand on fait de plus $x'=x$, c'est-à-dire quand on suppose le point de vue, le point brillant et le centre d'ondulation dans un plan perpendiculaire à celui des ondes, on a une équation du troisième degré qui se réduit à celle d'un cercle pour $\alpha=o$, car on obtient

$$(y_{,}-y')^2=(y-y')^2+(x-x')^2+z'^2.$$

Il est remarquable que ce cercle a pour centre la projection horizontale du point de vue.

Passons au cas où le point de vue et le point brillant sont dans le plan des courbes réfléchissantes, ce qui donne

$$\frac{(y-y')dy+(x-x')dx}{\sqrt{(y-y')^2+(x-x')^2}}=\frac{(y-y'')dy+(x-x'')dx}{\sqrt{(y-y'')^2+(x-x'')^2}}. \qquad (10)$$

On peut mettre cette équation sous la forme

$$\frac{dy^2}{dx^2}+2\,\frac{(y-y')\,(y-y'')-(x-x')\,(x-x'')}{(x-x')\,(y-y'')+(y-y')\,(x-x'')}\,\frac{dy}{dx}=1. \qquad (11)$$

Cette équation est remarquable en ce qu'on aperçoit d'a-

bord que *le produit des deux valeurs que prend le coefficient différentiel est égal à* — 1, *et que conséquemment les tangentes des deux systèmes de courbes, qui peuvent donner lieu par la réflexion à une même ligne brillante, sont à angle droit.*

En passant à l'application, le cas le plus simple serait celui où l'on aurait pour ligne brillante S une hyperbole dont l'équation serait

$$(y-y')(y-y'')-(x-x')(x-x'')=0.$$

On aurait, pour déterminer les lignes Σ,

$$\frac{dy}{dx}=\pm 1\text{ ; d'où } y=\pm x+c.$$

Les lignes réfléchissantes formeraient donc deux systèmes de droites parallèles et inclinées de 45° sur l'axe des x. Ainsi : *On aperçoit une hyperbole équilatère brillante sur un plan, quand on produit la réflexion sur un système de droites parallèles. Le centre de l'hyperbole est sur le milieu de la droite qui joint le point de vue et le point rayonnant.* Cette même hyperbole peut aussi être produite par la réflexion des rayons lumineux sur un second système de lignes droites, perpendiculaires aux premières et parallèles entre elles.

Sans nuire à la généralité de la solution, nous remarquerons qu'on pourrait faire passer l'axe des x par le point rayonnant et le point de vue, et placer l'origine à égale distance de ces deux points, quand l'un ou l'autre n'est pas à une distance infinie. Il suffira pour cela de poser $x'=x''=0$, et $y'=-y''$, dans l'équation (10) ; d'où

$$\frac{dy^2}{dx^2}+\frac{y^2-x^2-y'^2}{xy}\frac{dy}{dx}=1. \qquad (12)$$

Supposons que S, le lieu des points brillants, doive être

une circonférence qui a pour équation

$$y^2+x^2+ax+y'^2=0.$$

L'équation (12) pourra être mise sous la forme

$$\frac{dy}{dx^2}+\frac{2x+a}{y}\frac{dy}{dx}=1\ ;$$

et, en résolvant,

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{2x+a}{2y}\pm\sqrt{\frac{4y^2+4x^2+4ax+a^2}{4y^2}}.$$

Au moyen de l'équation du cercle écrite plus haut, il vient

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{2x+a}{2y}\pm\frac{\sqrt{a^2-4b^2}}{2y}.$$

En intégrant, on a

$$y^2+x^2=c-x(a\pm\sqrt{a^2-4b^2}).$$

On a donc, pour les courbes réfléchissantes Σ, *deux systèmes de circonférences concentriques, qui ont leurs centres sur l'axe des* x, *et la distance des deux centres est égale à* a, *c'est-à-dire au double de l'abcisse du centre du cercle donné.*

Toutes les données étant dans un même plan, supposons le point brillant à une distance infinie sur l'axe des x, et le point de vue à l'origine des coordonnées : nous n'aurons qu'à faire dans l'équation (11) $y'=x'=o$ et $x=x''$, $y''=\infty$, d'où

$$\frac{dy^2}{dx^2}+\frac{2y}{x}\frac{dy}{dx}=1. \qquad (13)$$

Cherchons, dans l'hypothèse précédente, quelles sont les

lignes réfléchissantes Σ, pour une parabole brillante,

$$x^2 = -2my + m^2.$$

En résolvant l'équation (13) par rapport au coefficient différentiel, et en simplifiant par l'équation de la parabole, on a

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2y - m}{x} \quad \text{et} \quad \frac{dy}{dx} = \frac{m}{x}.$$

L'intégration donne

$$\frac{1}{2} \log.(2y - m) = \log.x + c \quad \text{et} \quad y = m \log.x + c'.$$

Le premier système de lignes réfléchissantes se compose de paraboles, et le second de logarithmiques.

---

6. *Analogie entre la théorie des caustiques et celle des développantes et des développées* (numéros 148 et 226).

—

En partant du principe émis par le célèbre Huyghens sur les théories des ondulations, on peut simplifier beaucoup la théorie des caustiques et la faire rentrer entièrement dans la théorie des développantes et des développées. C'est ce que j'ai essayé de montrer, il y a plusieurs années, dans différents mémoires dont je reproduis ici les principaux résultats (1).

---

(1) *Nouveaux Mémoires de l'Académie de Bruxelles*, tomes 3, 4 et 5.

Le *théorème* qui sert de base à toute la théorie se démontre de la manière la plus facile, et peut être énoncé ainsi qu'il suit, en considérant la réflexion comme un cas particulier de la réfraction quand on pose $n = -1$: *Un système de rayons lumineux, émis normalement à une surface, étant réfléchis ou réfractés par une seconde surface, redeviennent perpendiculaires à une troisième, et cette troisième surface est l'enveloppe d'une sphère mobile dont le centre parcourt la seconde en ayant ses rayons dans un rapport constant avec les normales à la première, ce rapport étant celui du sinus de l'angle de réfraction au sinus de l'angle d'incidence* (1).

Après une première réflexion ou réfraction, les rayons venant à rencontrer une seconde surface réfléchissante ou dirimante poursuivent leur route de manière à pouvoir être traversés par une troisième trajectoire orthogonale, d'après ce que nous venons d'énoncer; et il en serait encore de même après une troisième, une quatrième, etc., réflexion ou réfraction. De sorte que l'on déduit directement, comme conséquence naturelle de notre principe, l'extension remarquable que M. Dupin a donnée à un théorème de Malus, et que l'on peut énoncer de cette manière : *Une série de rayons lumineux, après avoir subi un nombre quelconque de réfractions ou de réflexions sur des surfaces quelconques, ne cessent pas de pouvoir être traversés par une trajectoire orthogonale s'ils ont pu l'être primitivement* (2).

---

(1) Cette construction des trajectoires orthogonales des rayons réfléchis ou réfractés est d'une extrême facilité, et supplée avec le plus grand avantage à l'analyse qui conduit presque toujours à des éliminations pénibles et fastidieuses. M. Dupin avait déjà examiné le cas particulier de la réflexion dans ses *Applications de géométrie*. On peut consulter sur le même sujet la *Correspondance mathématique* de Bruxelles et les *Annales de mathématiques* de M. Gergonne.

(2) M. Plana, dans le tome 7 de la *Correspondance mathématique*, a été conduit, par son analyse, à révoquer en doute ce principe, qui,

Du principe précédent on déduit un corollaire qui peut être très intéressant par ses applications : c'est qu'*un faisceau de rayons émis normalement à une surface, et réfléchis ou réfractés tant de fois qu'on voudra, par des miroirs ou des surfaces dirimantes, présentera toujours un faisceau de rayons susceptibles d'avoir été émis normalement à une surface donnée, ou de provenir d'un point et de n'avoir subi qu'une seule réflexion ou réfraction.*

Supposons, en effet, les rayons normaux à la surface (A^n), après avoir subi autant de réflexions ou de réfractions que l'on voudra; on pourra les considérer comme ayant été émis par un point A, après avoir subi, par exemple, une seule réflexion sur une surface ; et cette surface (S) serait le lieu des centres de toutes les sphères assujetties à passer par le point A et à être normales à la surface donnée (A^n) : ainsi la caustique qui se forme derrière une sphère transparente éclairée par un point brillant pourrait être produite également par un point brillant et par la réflexion des rayons sur une surface que l'on pourrait déterminer.

D'après les constructions que nous avons indiquées précédemment, quand on veut construire la surface à laquelle les rayons deviennent normaux après leur réflexion ou leur réfraction, on doit employer la surface qui traverse orthogonalement les rayons incidents; mais il est indifférent d'employer l'une des trajectoires orthogonales plutôt qu'une autre : si, par exemple, les rayons émanent d'un point, il devient indifférent de supposer que les rayons lumineux émanent de ce point ou bien qu'ils émanent normalement à l'une des sphères qui ont ce point pour centre commun.

De là résulte encore que, si des rayons proviennent d'un point infiniment éloigné, tel qu'une étoile par exemple, on

---

au fond, se déduit des vues de Huyghens sur la théorie des ondulations ; mais M. Hamilton de Dublin a démontré, dans le même recueil, que la difficulté élevée par M. Plana n'est qu'apparente.

peut les considérer comme sensiblement parallèles, et les supposer traversés orthogonalement par un plan. Si ces rayons se réfléchissent ou se réfractent, pour construire la surface à laquelle ils deviennent ensuite perpendiculaires, on les considérera comme émis normalement à ce plan.

On peut donc faire abstraction du lieu d'où émanent les rayons lumineux et des surfaces qui les réfléchissent ou les réfractent, pour ne s'occuper que de la surface à laquelle ces rayons sont normaux dans leur dernier état. Or, on sait que toutes les normales d'une surface courbe peuvent être considérées comme les intersections de deux suites de surfaces développables qui se croisent à angle droit (Monge, *Géométrie descriptive*) : si l'on ne considère donc les rayons lumineux que comme faisant partie d'une de ces suites de surfaces développables, on concevra qu'ils doivent se couper successivement en des points où la lumière aura plus d'intensité; si l'on considère les rayons lumineux comme faisant partie de l'autre suite des surfaces developpables, ils se couperont encore selon une autre série de points où ils concentreront également plus de lumière qu'ailleurs. On nomme communément *surfaces caustiques* le lieu des intersections successives des rayons lumineux (1). On voit que *les surfaces caustiques doivent être composées de deux nappes distinctes, dont l'une est le lieu des centres de première courbure et l'autre le lieu des centres de seconde courbure de la trajectoire orthogonale des rayons lumineux.*

Les surfaces caustiques peuvent donc être considérées comme ayant pour surfaces développantes les trajectoires dont nous avons indiqué la construction; et la théorie des caustiques se lie ainsi intimement à celle des développées.

---

(1) J'avais nommé, dans mon premier Mémoire, *caustiques secondaires* les trajectoires orthogonales des rayons réfléchis ou réfractés ; j'ai conservé encore la même dénomination, parce qu'elle est très simple, et qu'elle est fondée sur des motifs que j'ai déjà fait connaître.

Théorie analytique des caustiques secondaires.

Nous allons maintenant traduire en analyse les principes que nous avons exposés plus haut.

Soient

$$\varphi(\xi, \eta, \zeta) = 0 \qquad \text{(S)}$$

l'équation de la surface réfléchissante ou dirimante ;

$$F(x, y, z) = 0 \qquad \text{(A)}$$

l'équation de la surface à laquelle les rayons incidents sont perpendiculaires ;

$$f(x', y', z') = 0 \qquad \text{(A}')$$

l'équation cherchée de la surface caustique secondaire à laquelle les rayons réfléchis ou réfractés deviennent perpendiculaires.

Commençons par écrire les équations d'un rayon normal à la surface (A)

$$(\xi - x) + (\zeta - z)\frac{dz}{dx} = 0,$$

$$(\eta - y) + (\zeta - z)\frac{dz}{dy} = 0 :$$

les coëfficients différentiels seront donnés par l'équation $F(x, y, z) = 0$.

Nous aurons, pour les deux sphères qui doivent être tangentes à (A) et (A'), et dont le centre commun sera sur (S), au point d'immersion du rayon incident,

$$(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2 = r^2,$$

$$(\xi - x')^2 + (\eta - y')^2 + (\zeta - z')^2 = n^2 r^2 :$$

n est le rapport constant du sinus de l'angle de réfraction au sinus de l'angle d'incidence ; r est une fonction des deux variables indépendantes ξ et η, de sorte qu'on a $r = \omega(\xi, \eta)$.

Il nous reste à chercher le point de la surface (A′) par lequel passe le rayon réfracté. Pour cela, considérons chacune des deux sphères mobiles dans deux positions infiniment voisines : 1° en faisant mouvoir le centre commun infiniment peu et parallèlement à l'axe des x ; 2° en faisant mouvoir aussi infiniment peu le même centre par rapport à l'axe des y. Ce double mouvement peut s'effectuer en vertu de l'indépendance des deux variables ξ et η. Il faudra donc différentier les équations des deux sphères mobiles, et nous aurons pour la première :

$$(\xi-x)+(\zeta-z)\frac{d\zeta}{d\xi}=r\frac{dr}{d\xi},$$

$$(\eta-y)+(\zeta-z)\frac{d\zeta}{d\eta}=r\frac{dr}{d\eta};$$

et pour la seconde,

$$(\xi-x')+(\zeta-z')\frac{d\zeta}{d\xi}=n^2r\frac{dr}{d\xi},$$

$$(\eta-y')+(\zeta-z')\frac{d\zeta}{d\eta}=n^2r\frac{dr}{d\eta}.$$

Nous n'avons pas fait varier x, y, z, dans les deux premières équations, parce que ce sont les coordonnées du point commun aux trois sphères infiniment voisines du premier système, point qui appartient à l'enveloppe (A). Nous n'avons pas fait varier x', y', z', par la même raison : ce sont les coordonnées du point commun des trois sphères du second système, point qui appartient à l'enveloppe (A′). Il est évident d'ailleurs que les équations que nous venons d'obtenir appartiennent à deux droites perpendiculaires au plan tangent à la surface (S) : la première passe par le point rayonnant, perpendiculaire à la surface (A), et la seconde par le point correspondant sur la surface (A′), point qui est dans la direction du rayon réfracté.

Les équations précédentes serviront à établir entre les coordonnées x', y', z', les relations qui déterminent l'enveloppe (A') et qui résolvent le problème que nous nous sommes proposé. On pourra faire disparaître, par une élimination très simple, la quantité r des équations précédentes, et ces équations se réduiront aux suivantes :

$$(S)=0,\ (A)=0,\ (A')=0;$$

$$\left.\begin{array}{l}(\xi-x)+(\zeta-z)\dfrac{dz}{dx}=0,\\[2ex](\eta-y)+(\zeta-z)\dfrac{dz}{dy}=0;\end{array}\right\}\qquad(1)$$

$$(\xi-x')^2+(\eta-y')^2+(\zeta-z')^2=n^2[(\xi-x)^2+(\eta-y)^2+(\zeta-z)^2];\qquad(2)$$

$$\left.\begin{array}{l}(\xi-x')+(\zeta-z')\dfrac{d\zeta}{d\xi}=n^2\left[(\xi-x)+(\zeta-z)\dfrac{d\zeta}{d\xi}\right],\\[2ex](\eta-y')+(\zeta-z')\dfrac{d\zeta}{d\eta}=n^2\left[(\eta-y)+(\zeta-z)\dfrac{d\zeta}{d\eta}\right].\end{array}\right\}\qquad(3)$$

Nous avons en tout huit équations. Or, si nous supposons données les équations (S) et (A), qui appartiennent à la surface réfléchissante ou dirimante et à la surface perpendiculaire aux rayons incidents, nous aurons, pour déterminer (A'), ces deux équations et les cinq équations suivantes. L'élimination des coordonnées ξ, η, ζ, et x, y, z, entre ces sept équations, offrira la relation demandée.

Ces équations sont suffisantes pour résoudre les autres problèmes analogues. Si l'on demandait, par exemple, à quelle surface sont perpendiculaires les rayons incidents qui, après s'être réfléchis ou réfractés sur la surface (S), sont devenus perpendiculaires à (A'), ce serait (A) qu'il faudrait déterminer par l'élimination de ξ, η, ζ, et x', y', z', entre les sept autres équations; il faudrait remplacer les équations (1) par les équations de la normale à la surface donnée (A').

Si (S), la surface réfléchissante ou dirimante, était incon-

nue, et s'il fallait la déterminer sous la condition d'avoir les rayons incidents et réfléchis ou réfractés respectivement perpendiculaires aux surfaces (A) et (A′), on aurait, pour déterminer (S), les équations des deux surfaces, l'équation (2) de la sphère, et les quatre équations (1) des normales abaissées du centre de la sphère sur les surfaces (A) et (A′).

On remarquera que la quantité n, qui représente le rapport du sinus de l'angle de réfraction au sinus de l'angle d'incidence, ne se trouve dans les équations précédentes qu'à la seconde puissance : on peut donc la prendre indistinctement avec le double signe $\pm$, et ces deux signes sont relatifs aux deux enveloppes dont nous avons déjà parlé. Dans le cas de la réfraction c'est le signe $+$ qu'il faut prendre avec la surface enveloppe des sphères mobiles, qui est avec la surface normale aux rayons incidents d'un même côté par rapport aux plans tangents à la surface dirimante. Dans le cas de la réflexion c'est le contraire : il faut poser $n=-1$, et les deux surfaces auxquelles les rayons incidents et réfléchis sont normaux se trouvent des deux côtés opposés par rapport aux plans tangents à la surface réfléchissante.

Dans le cas particulier où les rayons incidents auraient été émis par un point infiniment éloigné, on peut les considérer comme perpendiculaires à un même plan, d'après ce qui a déjà été dit précédemment. L'équation (A) devient alors celle de ce plan, et les deux équations (1) appartiennent au système de droites parallèles qui ont le plan pour trajectoire orthogonale.

Le cas où les rayons incidents partiraient d'un point placé à distance finie serait plus simple encore : on peut effectivement se passer des trois équations (A) et (1), en substituant, dans les équations (2) et (3), aux trois variables x, y, z, les coordonnées constantes a, b, c, du point rayonnant. Les huit équations posées précédemment se réduisent ainsi aux cinq suivantes :

$$(S)=o\,,\ (A')=o\,;$$

$$(\xi-x')^2+(\eta-y')^2+(\zeta-z')^2=n^2\left[(\xi-a)^2+(\eta-b)^2+(\zeta-c)^2\right],\ (1)$$

$$\left.\begin{aligned}(\xi-x')+(\zeta-z')\frac{d\zeta}{d\xi}&=n^2\left[(\xi-a)+(\zeta-c)\frac{d\zeta}{d\xi}\right],\\(\eta-y')+(\zeta-z')\frac{d\zeta}{d\eta}&=n^2\left[(\eta-b)+(\zeta-c)\frac{d\zeta}{d\eta}\right].\end{aligned}\right\}\ (2)$$

Si l'on cherche (A′) au moyen de (S), il suffit d'éliminer, entre nos quatre équations, les trois variables ξ, η, ζ, pour former, avec les trois variables restantes, l'équation (A′). Si l'on cherchait (S) au moyen de (A′), il faudrait éliminer les variables x', y', z', et substituer aux deux dernières équations celle de la normale à la surface (A′). Dans le cas de la réflexion, on fera $n=-1$.

Il faut observer cependant qu'on particularise singulièrement la question par les équations précédentes. Pour avoir en effet toutes les solutions que comporte la question quand des rayons passent par un point, il faut les considérer comme normaux à l'une des sphères qui ont ce point pour centre commun.

Applications de la théorie précédente.

Nous allons appliquer les équations précédentes à quelques exemples particuliers.

Premier exemple. Commençons par chercher la trajectoire orthogonale d'un faisceau de rayons lumineux émanés d'un point et réfractés par une surface plane (numéro 238).

Pour plus de simplicité nous supposerons le point lumineux à l'origine, et la surface plane dirimante sera considérée comme parallèle au plan des coordonnées x et y. Les équations entre lesquelles il faudra éliminer ξ, η, ζ, seront, d'après ce qui a été dit dans le paragraphe précédent,

$$\zeta = d\,; \qquad (S)$$

$$\xi - x' = n^2\xi\,,\quad \eta - y' = n^2\eta\,; \qquad (2)$$

$$(\xi - x')^2 + (\eta - y')^2 + (\zeta - z')^2 = n^2(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2). \qquad (1)$$

On obtient, par de simples substitutions,

$$n^4x'^2 + n^4y'^2 + (1-n^2)^2(d-z')^2 = n^2[x'^2 + y'^2 + d^2(1-n^2)^2].$$

Cette équation peut encore s'écrire sous la forme

$$x'^2 + y'^2 + \frac{n^2-1}{n^2}(d-z')^2 = d^2(n^2-1).$$

On voit que *la surface est du second degré, et que de plus elle est de révolution autour de l'axe des* z. Cette surface a pour centre le pied de la perpendiculaire abaissée du point lumineux sur la surface plane dirimante : en substituant donc $z+d$ à z' dans l'équation précédente, la surface serait rapportée à son centre,

$$x'^2 + y'^2 + \frac{n^2-1}{n^2}z_2 = d^2(n^2-1).$$

Selon que n, rapport du sinus de l'angle de réfraction au sinus de l'angle d'incidence, sera plus ou moins grand que 1, on aura un ellipsoïde ou un hyperboloïde. On trouverait encore que le point rayonnant est un des foyers de la surface. Il faut cependant observer que nous n'avons qu'un cas très particulier de la solution. Il existe en effet beaucoup de trajectoires orthogonales des rayons réfractés, qui sont toutes des développantes de la caustique.

En considérant les rayons réfléchis ou réfractés comme perpendiculaires à des surfaces, on a l'avantage de trouver toujours, à côté d'une propriété d'optique, une propriété de géométrie. On voit ici, par exemple, *qu'une sphère mobile dont le centre parcourt un plan et dont les rayons sont dans un rapport constant avec les distances respectives du centre à un point donné,*

a pour enveloppe une surface de révolution du second degré; le point donné est un des foyers de la surface, la perpendiculaire abaissée de ce point sur le plan des centres est le grand axe, et le pied de la perpendiculaire est le centre de la même surface. Cette propriété, rapportée au plan, fournit une construction extrêmement simple des lignes du second ordre.

Deuxième exemple. On demande quelle doit être la surface dirimante, pour que les rayons émanés d'un point aillent passer par un autre point après avoir été réfractés? (Numéro 232.)

Supposons que le point lumineux soit à l'origine des coordonnées, et que le point par lequel devront passer les rayons réfractés soit sur l'axe des z, à une distance c de l'origine; les équations du paragraphe précédent se réduiront sur-le-champ à cette équation unique, qui sera celle de la surface demandée,

$$\xi^2+\eta^2+\zeta^2=n^2[\xi^2+\eta^2+(\zeta-c)^2].$$

On peut écrire cette équation sous la forme suivante :

$$\xi^2+\eta^2+\zeta^2+\frac{2cn^2}{1-n^2}\zeta=\frac{c^2n^2}{1-n^2};$$

et l'on voit évidemment qu'elle appartient à une sphère. En faisant $\zeta=0$, on obtient pour intersection de cette sphère avec le plan des $x\,y$, une ligne réelle ou imaginaire, selon que n est plus petit ou plus grand que l'unité : ainsi le point lumineux sera dans la sphère ou en dehors de cette surface, selon la grandeur du rapport de réfraction. La distance du centre à l'origine est $\frac{cn^2}{1-n^2}$; et nous avons fait la distance de l'origine à son foyer conjugué égale à c : en conséquence nous aurons

$\frac{cn^2}{1-n^2}$ distance du centre au point lumineux,

$\frac{c}{1-n^2}$ distance du centre au foyer conjugué.

Or, le produit de ces deux quantités est egal à la seconde puissance du rayon de la sphère.

On conclut de tout ce qui précède que, *pour une surface sphérique réfringente, il existe toujours deux foyers conjugés tels que les rayons lumineux partis d'un de ces foyers sont réfractés dans des directions qui passent par l'autre* (1). Ces deux foyers sont sur une même droite avec le centre, et d'un même côté par rapport à ce centre; de plus, leurs distances à un point quelconque de la sphère sont dans le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction.

Il est important d'observer qu'une partie seulement de la surface sphérique a pour caustique un point : c'est la partie déterminée par un plan mené perpendiculairement à la ligne des foyers et passant par le foyer intérieur à la sphère. Pour avoir une solution complète, il faudrait considérer encore la branche de la caustique secondaire relative à la partie de la sphère située du côté des deux foyers. Nous avons remarqué, en effet, que la caustique secondaire d'une ligne se compose généralement de deux branches; c'est ce qui a lieu aussi pour le cercle; mais dans un cas particulier, qui est celui qui nous occupe, l'une des deux branches devient un point. La seconde branche ne cesse cependant pas d'exister, et ne peut être isolée du point, si l'on veut avoir une solution complète. Nous verrons plus loin que la seconde branche est une épicycloïde très remarquable.

La sphère n'est pas même la seule surface qui jouisse de la propriété de réfracter les rayons émanés d'un point, de manière à aller converger vers un autre point. Si les équations que nous avons employées ne nous ont donné pour solution qu'une surface sphérique, c'est qu'elles n'avaient pas

---

(1) V. la *Dissertation sur les caustiques*, par M. A. De Larive, de Genève, ainsi que les *Annales mathématiques*.

toute la généralité que comporte la question, d'après l'observation qui a déjà été faite à la fin du paragraphe précédent. Le problème, pour offrir toute la généralité désirable, peut être posé de la manière suivante :

Troisième exemple. On demande quelle doit être la surface réfléchissante ou dirimante pour que des rayons émis normalement à une sphère, soient réfléchis ou réfractés de manière à redevenir encore normaux à une autre sphère ?

Nous ne considérerons que le cas de la réfraction, qui comprend celui de la réflexion. Mais nous devons remarquer avant tout que le problème est indéterminé. La différence des rayons des sphères auxquelles les rayons sont normaux peut varier en effet à l'infini. Or on pourra, sans nuire à la généralité de la question, supposer l'une des sphères réduite à un point et attribuer à l'autre toutes les grandeurs possibles. Il faudra donc considérer le rayon comme une indéterminée qui entrera dans la solution.

Plaçons le point lumineux à l'origine des coordonnées, et le centre de la sphère à laquelle les rayons réfractés doivent devenir perpendiculaires sur l'axe des z, à une distance de l'origine égale à c; nous aurons, par les formules de la page 388,

$$y'^2+x'^2+(z'-c)^2=r^2,$$

$$\xi=x'\frac{\zeta-c}{z'-c}, \quad \eta=y'\frac{\zeta-c}{z'-c},$$

$$(\xi-x')^2+(\eta-y')^2+(\zeta-z')^2=n^2[\xi^2+\eta^2+\zeta^2].$$

Nous tirerons des trois premières équations la suivante, en éliminant x' et y' :

$$\left(\frac{z'-c}{\zeta-c}\right)^2[\xi^2+\eta^2+(\zeta-c)^2]=r^2;$$

d'où

$$\zeta - z' = (\zeta - c)\left[1 - \frac{r}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2 + (\zeta - c)^2}}\right],$$

$$\eta - y' = \eta\left[1 - \frac{r}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2 + (\zeta - c)^2}}\right],$$

$$\xi - x' = \xi\left[1 - \frac{r}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2 + (\zeta - c)^2}}\right].$$

Substituant ces valeurs dans la quatrième équation posée plus haut, nous obtiendrons l'équation de la surface demandée

$$[\xi^2 + \eta^2 + (\zeta - c)^2]\left[1 - \frac{r}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2 + (\zeta - c)^2}}\right]^2 = n^2[\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2].$$

Cette équation est du quatrième degré. Ce n'est que dans le cas où $r = 0$ qu'on retombe sur les propriétés énoncées dans l'exemple précédent : les deux équations deviennent en effet identiques, en renversant le rapport n. Nous donnerons à l'équation précédente cette forme plus régulière (1),

$$r = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + (\zeta - c)^2} + n\sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}.$$

En faisant $n = -1$ pour le cas de la réflexion, on a en réduisant,

$$4[\xi^2 + \eta^2 + (\zeta - c)^2]r^2 = [2c\zeta - c^2 - r^2]^2.$$

Cette équation appartient à une surface de révolution du second degré. On verra du reste sans peine que :

1° Les surfaces dirimantes qui ont deux foyers conjugués tels, que les rayons émanés d'un de ces foyers sont réfractés dans des directions qui passent par le second, sont représen-

(1) Malus est parvenu à cette équation par une autre voie, dans laquelle il a dû recourir à une intégration.

tées par des équations qui ne passent pas le quatrième degré;

2° Ces équations ne peuvent s'abaisser au troisième degré; mais, dans quelques cas particuliers, elles deviennent du second;

3° Les surfaces réfléchissantes qui ont deux foyers conjugués ne s'élèvent pas au-delà du second degré;

4° Les surfaces réfléchissantes ou dirimantes qui ont deux foyers conjugués sont nécessairement de révolution.

Comme les surfaces qui ont deux foyers méritent une attention particulière à cause des propriétés dont elles jouissent en physique, je suis entré dans plus de détails à leur égard.

Des surfaces et des lignes aplanétiques en général (numéro 303].

Nous aurions pu, sans calcul, déduire immédiatement du théorème démontré au commencement de ce mémoire le corollaire suivant, qui comprend, sous un énoncé général, toutes les surfaces à deux foyers. Cette simplicité de résultats donnera une nouvelle preuve de l'utilité qu'on peut retirer de l'emploi de la théorie des caustiques secondaires.

Les surfaces aplanétiques (1) *sont telles, que les deux rayons vecteurs, menés de chacun de leurs points aux deux foyers, étant pris chacun avec une quantité constante, sont dans le rapport de la réfraction.*

Ainsi, supposons que ρ et ρ' représentent les deux rayons vecteurs menés d'un point de la surface dirimante vers le point lumineux et vers le point par lequel passent les rayons réfractés, on aura

$$\frac{\rho - a}{\rho' - b} = n \quad \text{pour la réfraction},$$

$$\frac{\rho - a}{\rho' - b} = -1 \quad \text{pour la réflexion.}$$

(1) Du mot grec *απλανητικος*, errant, avec l'*α* privatif, pour désigner la propriété des surfaces *sans aberration.*

a et b sont des quantités constantes, positives ou négatives, et représentent ici les rayons de deux sphères qui ont les foyers pour centres : $\rho - a$ et $\rho - b$ sont alors les portions des rayons vecteurs, extérieures à ces sphères.

Les équations précédentes peuvent être mises sous une forme un peu différente, en écrivant

$$\rho - \rho' n = r \text{ si l'on fait } r = a - bn,$$
$$\rho + \rho' = r \qquad\qquad r = a + b.$$

Si l'on rapporte la surface à des plans, par des coordonnées rectangulaires, en choisissant pour axe des z la droite qui contient les deux foyers, on reproduit sur-le-champ l'équation à laquelle nous sommes parvenus par l'analyse (1).

Les dernières équations nous montrent que, *si l'on ne se donne que les deux foyers de la surface dirimante et le rapport de la réfraction, le problème est indéterminé*; car à chaque valeur de r correspond une surface dirimante différente. De plus, pour une même valeur de r, tout est déterminé : ainsi *la surface aplanétique est entièrement connue quand, avec les deux foyers et le rapport de la réfraction, on connaît un point de cette surface.*

Puisque les surfaces que nous considérons sont de révolution, nous pourrons, pour plus de simplicité, nous borner à considérer une de leurs sections méridiennes. En rapportant ces lignes à des coordonnées polaires, nous prendrons pour pôle l'un des foyers ; nous représenterons par c la distance des deux foyers et par α l'angle que le rayon vecteur de la courbe forme avec le diamètre. Nous trouverons alors, dans le triangle qui a pour côtés ρ, ρ' et c, la relation

$$\rho^2 - 2\rho \frac{c\cos.\alpha + nr}{1 - n^2} = \frac{r^2 - c^2}{1 - n^2}.$$

Cette équation du second degré nous permettra de saisir

(1) M. Herschel s'est occupé, dans le texte, du cas particulier où la réfraction s'opère dans un plan, et il a remarqué le rapport qui existe entre les rayons vecteurs.

facilement plusieurs propriétés de la courbe que nous avons eu soin de construire pour quelques cas particuliers. (Voyez la fig. 1.) Ainsi :

1° *Quand les foyers et le rapport de la réfraction sont donnés, à chaque valeur de* r *répond une courbe aplanétique qui se compose en général de deux branches.* Ce résultat se déduit immédiatement de la double valeur que prend ρ dans l'équation précédente pour une même valeur de α. Les deux branches $a' b'$ et $a'_1 b'_1$ de chacune de ces différentes courbes seront tantôt séparées, tantôt unies. Pour un cas particulier, l'une des branches peut se réduire au point F, et l'autre branche AB est une épicycloïde aussi remarquable par sa forme que par ses propriétés ; nous aurons occasion d'en parler plus loin.

2° *Le produit des deux rayons vecteurs menés d'un même foyer aux deux branches de la courbe, et dont les directions coïncident, forme une quantité constante.* Ceci résulte encore de l'équation précédente, dans laquelle le produit des deux racines égale la quantité toute connue du second membre.

3° *Si l'on porte bout à bout les deux rayons vecteurs menés d'un même foyer aux deux branches de la courbe, et dont les directions coïncident, l'extrémité sera sur une nouvelle ligne aplanique dont une des branches se réduit à un point :* c'est le cas où la première branche est une épicycloïde. Ce résultat est encore une conséquence de l'équation précédente. M. Chasles, à qui j'avais communiqué ces détails, a observé de plus que la valeur inverse du rayon de cette épicycloïde appartient à une conique, et que, si l'on prend en général sur la direction commune de deux rayons d'une ligne aplanétique le point conjugué harmonique du foyer, par rapport aux extrémités des deux rayons, ce point a pour lieu géométrique une conique dont un des foyers est le foyer de la courbe autour duquel tournent les rayons. (*Correspond. mathématique*, tome 5, page 190.)

4° *Dans le cas particulier où* r = 0, *les deux branches de la courbe se confondent et forment une circonférence de cercle.* Cette

circonférence Od répond au cas qui a été remarqué par M. de Larive (1); elle mérite une attention particulière parmi les courbes que nous considérons.

5° *Cette circonférence* DIAMÈTRE *est tellement placée par rapport à toutes les autres lignes aplanétiques, qu'elle est le lieu des centres de tous les cercles qui, touchant une branche, sont en même temps tangents à l'autre branche de la courbe.* Nous reviendrons sur cette propriété, qui sera démontrée plus loin.

6° *Les lignes aplanétiques peuvent être considérées comme les projections orthogonales de l'intersection de deux cônes de révolution du second degré qui ont leurs axes perpendiculaires au plan des lignes aplanétiques;*

Les deux foyers sont les projections orthogonales des sommets des deux cônes;

En considérant l'angle que forment les génératrices de l'un des cônes avec l'axe comme étant de 45°, la tangente du même angle dans le second cône est réciproque à l'indice de la réfraction.

Ce dernier résultat me semble très intéressant, en ce qu'il répand un nouveau jour sur la nature des lignes aplanétiques, et qu'il peut conduire à différents théorèmes relatifs à la ligne de pénétration de deux cônes de révolution, dont les axes sont parallèles. On peut le déduire d'une manière très simple de l'équation en coordonnées rectangulaires des lignes aplanétiques

$$r=\sqrt{\xi^2+(\zeta-c)^2}+n\sqrt{\xi^2+\zeta^2}.$$

Or, cette équation peut être écrite sous cette forme :

$$\sqrt{\xi^2+(\zeta-c)^2}=r-n\sqrt{\xi^2+\zeta^2}.$$

Si l'on regarde chacun des membres de cette équation comme ayant été primitivement égal à une troisième ordonnée η

(1) *Dissertation sur les caustiques*, Genève, 1823, in-4°.

que l'élimination a fait disparaître, on aura les équations des deux cônes dont nous avons parlé plus haut,

$$\sqrt{\xi^2+(\zeta-c)^2}=n \quad \text{ou} \quad \xi^2+(\zeta-c)^2=n^2 \qquad (1)$$

$$r-n\sqrt{\xi^2+\zeta^2}=\eta \quad \text{ou} \quad n^2(\xi^2+\zeta^2)=(\eta-r)^2. \qquad (2)$$

Il sera facile de vérifier sur ces équations ce que nous avons énoncé précédemment; on remarquera de plus que l'un des deux cônes a son sommet dans le plan des $\xi\zeta$; tandis que le sommet de l'autre se trouve sur l'axe des η, à la distance r de ce même plan, qui est aussi le plan des lignes aplanétiques.

On pourra remarquer encore, en éliminant ξ entre les équations (1) et (2), qu'on obtient une équation du second degré. Ainsi, *quand deux cônes de révolution dont les axes sont parallèles se pénètrent, la projection orthogonale de la ligne de pénétration sur le plan des deux axes est une section conique.*

Faisons maintenant différentes hypothèses sur la nature des constantes qui entrent dans les équations (1) et (2):

1° Si $r=0$, les cônes que nous considérons ont tous deux leurs sommets dans le plan des $\xi\zeta$, et la ligne aplanétique est dans cette circonstance une circonférence. On en déduit que, *si deux cônes de révolution se pénètrent, quand ils ont leurs axes parallèles et leurs sommets situés dans un même plan perpendiculaire aux axes, la projection orthogonale de la ligne de pénétration est, par rapport à ce même plan, une circonférence dans laquelle les sommets des deux cônes sont des pôles réciproques.* Ce théomètre a lieu quels que soient les angles que forment les génératrices avec les axes des deux cônes de révolution.

2° A mesure que r varie, c'est-à-dire à mesure que le sommet du second cône se meut le long de l'axe des η, n ne variant pas, les lignes de pénétration changent, et leurs projections orthogonales dans le plan des $\eta\xi$ donnent toutes les lignes aplanétiques qui ont des foyers communs, le rapport de la réfraction demeurant constant.

3° Dans le cas particulier où $c = r$, c étant la distance des deux foyers, le sommet du second cône se trouve sur la surface du premier, et la ligne aplanétique présente généralement un nœud par l'union de ses deux branches.

4° Quand $n = -1$, ce qui est le cas de la réflexion, les deux cônes ont les génératrices respectivement parallèles ; mais nous savons que dans ce cas les lignes aplanétiques sont des courbes du secoud degré ; il est aisé de voir d'ailleurs que la projection dans le plan des $\pi\zeta$ est une ligne droite. Ainsi, *deux cônes dont les axes et les génératrices sont respectivement parallèles se pénètrent selon des lignes* PLANES *dont la projection orthogonale sur un plan perpendiculaire aux axes est une section conique qui a paur foyers les projections des sommets des deux cônes.*

De l'identité des lignes aplanétiques et des caustiques secondaires par réflexion ou par réfraction dans le cercle.

Les physiciens et les géomètres se sont beaucoup occupés des lignes aplanétiques, et surtout des caustiques par réflexion ou par réfraction dans le cercle ; l'on peut s'étonner cependant qu'aucun d'eux n'ait remarqué que les premières lignes ne sont que les développantes des secondes. Je vais tâcher de mettre en évidence cette singulière propriété que je crois avoir reconnue le premier ; et je démontrerai en même temps quelques autres propriétés qui tendront à compléter la théorie des lignes dont il est ici question.

Soient Od une circonférence réfléchissante ou dirimante, et F un point rayonnant : d'après la théorie des caustiques secondaires, si les rayons lumineux, tels que FO, se réfléchissent sur la circonférence, ils deviendront, après la réflexion, perpendiculaires à une ligne AB (1), et les deux

(1) J'ai déjà eu occasion d'examiner quelques unes des nombreuses

points F et A seront symétriquement placés par rapport à la tangente au point d'incidence. De sorte qu'une circonférence de cercle qui contiendrait les trois points F, A, O, aurait nécessairement son centre sur cette tangente.

Si les rayons lumineux se réfractent sur la circonférence Od, ils deviendront, après la réfraction, perpendiculaires à une ligne $a'_1b'_1$; et le point a'_1, pied de la perpendiculaire, est aussi sur la circonférence AOF. Il y aura même, pour compléter la solution, un second point a' qui sera placé symétriquement au premier, de l'autre côté de la tangente au point d'incidence et sur le cercle AOF, que nous représenterons désormais par la lettre r, parce que nous aurons fréquemment occasion de le considérer. Nous rappellerons que c'est par a' que passerait le rayon réfracté, s'il avait été émis primitivement du point A, et que les deux points a' et a'_1 sont ceux où le cercle mobile Oa' touche les deux branches $a'b'$ et $a'_1b'_1$ de la caustique secondaire par réfraction.

Cela posé, démontrons d'abord que *la circonférence mobile du cercle générateur touche les deux branches de la caustique secondaire par réfraction du cercle en deux points situés sur une ligne droite qui passe constamment par un point fixe*. En effet, par la nature de la caustique secondaire, les rayons vecteurs FO et a'_1O seront toujours dans un rapport constant qui est celui du sinus de l'angle d'incidence au sinus de l'angle de

---

propriétés de ces courbes, qu'on peut regarder encore comme des *épicycloïdes* ou comme des *conchoïdes circulaires*. M. Dandelin s'en est occupé également dans les *Mémoires de l'Académie de Bruxelles*, et a reconnu leurs foyers, dont il compare les propriétés à celles des foyers dans les sections coniques. Ces courbes, du reste, étaient connues des géomètres des 17e et 18e siècles; l'une d'elles porte même le nom de *limaçon de Pascal*.

réfraction. Mais ces rayons peuvent être considérés encore comme des cordes du cercle r ; en conséquence, les segments adjacents fO et eO seront aussi dans un rapport constant, de même que Ft et ct, à cause du parallélisme du rayon Ot et de la droite $a'a'_1$ qui joint deux points symétriquement placés par rapport à la perpendiculaire à ce rayon. Il résulte de là que le point c ne peut varier de position sur la droite Ft, quelle que soit la position que prenne le cercle mobile Oa' : donc, etc.

De là nous déduisons encore que *la circonférence* r *qui passe par le point fixe* F, *par le centre* O *du cercle mobile et par les points où ce cercle touche les branches de la caustique secondaire, est assujettie à passer encore par un second point fixe* F' *et à avoir ainsi son centre sur une perpendiculaire qui partage en deux parties égales la droite* FF'. La propriété du cercle donne en effet $\overline{Ot}^2 = tF.tF'$; mais nous savons que deux de ces trois quantités sont constantes : la troisième doit donc l'être également, et le point F' aura une position fixe sur le diamètre de la caustique secondaire : ainsi, etc.

De la similitude des triangles FOt et $FO't$ nous conclurons en dernier lieu l'égalité $\frac{F'O}{FO} = \frac{F't}{Ot}$. Comme d'ailleurs ce dernier rapport est constant, le premier le sera également ; et par suite, le rapport des sinus des angles F'SO et FSO, ou bien encore des angles $F'a'O$ et $Fa'O$, sera aussi invariable. Nous en conclurons que les rayons partis du point F' se réfractent sur la courbe $a'b'$ dans des directions qui passent par F, si le rapport de la réfraction est constant et égal au rapport de $F't$ à Ot, ou de Ot à Ft. De là ce théorème qui a été énoncé au commencement de ce paragraphe : *Les lignes aplanétiques sont identiquement les mêmes courbes que les caustiques secondaires du cercle ; ou bien les lignes aplanétiques sont aussi les développantes des caustiques par réflexion ou par réfraction dans le cercle.*

On remarquera que le cercle r coupe à la fois toutes les

lignes aplanétiques qui ont des foyers communs et qui sont construites pour un même indice de réfraction, en des points pour lesquels tous les angles incidents sont égaux et par conséquent les angles de réfraction : car ces angles ont pour mesure commune les mêmes arcs. Le même cercle r donne une construction extrêmement simple des tangentes aux lignes aplanétiques ou caustiques secondaires du cercle. En général, *pour mener une tangente ou une normale en un point* a′ *d'une caustique secondaire du cercle, il faut faire passer une circonférence par ce point et par les deux foyers* F′ *et* F *de la courbe : les deux côtés de l'angle droit qui a le point pour sommet et qui s'appuie sur le diamètre dont l'extrémité est au point d'incidence seront les deux lignes demandées.* Cette construction est simple, et par là même fort utile dans la construction des caustiques du cercle.

Je vais maintenant faire servir les projections stéréographiques à démontrer, pour les lignes aplanétiques, différents théorèmes qui m'ont paru curieux, et qui peuvent répandre du jour sur leur théorie et sur la théorie des équations du quatrième degré en général.

Concevons une sphère qui passe par le cercle Od, et qui ait son centre au point t ; concevons de plus que l'œil soit placé à l'extrémité du diamètre perpendiculaire au plan du cercle, qui est aussi celui des lignes aplanétiques. On trouvera, d'après la théorie des projections, que :

1° Les deux foyers F′ et F seront vus sur la sphère en deux points f' et f, et la droite $f'f$ sera parallèle au diamètre qui passe par l'œil.

2° Le cercle F′FO ou r sera vu selon un autre cercle r', dont le plan passera constamment par ff', et dont la ligne des pôles sera la droite $\varphi\varphi'$.

3° Ce même cercle r' continuera à couper sur la sphère toutes les projections des lignes aplanétiques, et son plan contiendra conséquemment toutes les projections des parallèles tO, a'_1a', FA, etc., qui joignent deux à deux les points

d'intersection ; il est évident de plus que, pour chaque position de ce plan, les projections formeront un faisceau de droites concourantes en un point situé dans le plan qui passe par l'œil et parallèlement au plan des lignes aplanétiques.

4° D'une autre part, chacune des droites $a'c$ qui composent un faisceau semblable doit aller couper la droite ff' en un point c' qui est sur le prolongement du rayon visuel passant par c; et comme ce point c, ainsi que l'œil et la droite ff', sont invariables, toutes les droites ca' qui joignent deux à deux les points de contact du cercle mobile $a'o$ seront vues constamment dans le plan r tournant autour de ff' comme charnière : elles seront donc les génératrices d'un cône, dont le sommet sera en c' et dont la nature ne nous est pas encore connue. De même toutes les droites AF seront vues comme les génératrices d'un autre cône qui a son sommet en f sur ff', et ainsi de suite.

5° Les différents cônes que nous venons de considérer ont chacun leur sommet sur la droite ff', percent la sphère selon deux lignes qui sont les projections d'une courbe aplanétique, et s'appuient toutes sur une même ligne située dans le plan qui passe par l'œil et parallèlement au plan des lignes aplanétiques. Cette base commune des cônes est une circonférence égale à Od, dont l'œil occupe le centre : car pour le cas où le cône doit avoir son sommet c' à l'infini, ce qui a lieu quand la ligne aplanétique considérée est le cercle Od, on voit bien évidemment que le cône dégénère en un cylindre droit qui a ses génératrices rangées sur la circonférence Od parallèlement au diamètre passant par l'œil.

Ainsi donc : 1° *Les lignes aplanétiques confocales et construites pour un même rapport de réfraction, étant projetées stéréographiquement sur une sphère qui a pour grand cercle le cercle diamètre de ces lignes, sont les courbes de pénétration de la sphère et d'une série de cônes.* 2° *Ces cônes ont pour base commune un cercle dont l'œil occupe le centre, et leurs sommets sont sur une même perpendiculaire à ce cercle.* 3° *Cette perpendiculaire perce la sphère*

en deux points, qui sont les projections des foyers communs des lignes aplanétiques. 4° *L'un de ces points est le sommet du cône dont la ligne de pénétration répond à la ligne aplanétique, qui est en même temps une épicycloïde, ou bien encore la caustique secondaire du cercle dans le cas de la réflexion.*

Si l'on prend une ligne aplanétique en particulier, le cercle mobile dont elle est l'enveloppe étant considéré sur la sphère, son plan passe constamment par le sommet du cône qui lui correspond, et le lieu des pôles de ce cercle sera ainsi une ligne plane ; de plus cette ligne plane se trouve sur le cône de révolution qui passe par la circonférence Od, et qui a son sommet au point de vue : c'est donc une section conique ; les plans de toutes ces sections coniques passent par la même droite $\varphi\varphi'$, polaire réciproque de ff' qui est le lieu des sommets de tous les cônes.

On voit donc que les lignes confocales dont nous venons de nous occuper peuvent être considérées comme des lignes aplanétiques ou comme les trajectoires orthogonales des rayons réfractés ou réfléchis par une circonférence. Considérées comme lignes aplanétiques, elles varient par un paramètre, en supposant donnés les deux foyers et le rapport de la réfraction. Considérées comme trajectoires orthogonales des rayons réfractés, elles varient par le rapport de la réfraction, et l'on suppose donnés les foyers et la circonférence dirimante. Le double rôle que ces lignes jouent dans l'optique, surtout pour deux cas aussi remarquables, mérite, je crois, de fixer l'attention des physiciens.

Des lignes aplanétiques dont un des foyers est infiniment éloigné.

Pour compléter la discussion précédente, il me reste encore à examiner quelques cas particuliers qui ressortent des formules données à la page 394.

Le cas le plus remarquable est celui où l'un des foyers pas-

serait à l'infini. Les rayons qui partiraient de ce point ou qui se dirigeraient vers lui seraient alors parallèles, et on pourrait les considérer comme normaux à un même plan. *Les surfaces, dans ce cas, sont caractérisées par la propriété suivante : Les deux rayons vecteurs menés de chacun de leurs points, l'un au foyer donné, l'autre perpendiculairement au plan fixe, étant pris chacun avec une quantité constante, sont dans le rapport de la réfraction.* Ainsi, en nommant ρ et ρ' les deux rayons vecteurs, a et b les constantes, on a :

$$\frac{\rho - a}{\rho' - b} = n \quad \text{ou} \quad \rho - \rho' n = r,$$

en faisant $r = a + b\,n$.

L'équation en coordonnées rectangulaires serait, en prenant pour axe des z la droite des foyers, et pour origine le foyer qui est à une distance finie,

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} - n(a - z) = r,$$

a étant la distance du foyer au plan fixe. Le problème sera encore indéterminé tant que r restera inconnu. La dernière équation montre que,

1° *La surface aplanétique dirimante, dont un des foyers est à l'infini, est un ellipsoïde ou un hyperboloïde selon la grandeur du rapport* n ;

2° *La surface aplanétique réfléchissante, dont un des foyers est à l'infini, est un paraboloïde ;*

3° *Ces surfaces sont de révolution.*

On reconnaîtrait d'ailleurs facilement que ces surfaces sont telles, que le demi-grand axe est à l'excentricité comme le sinus de l'angle d'incidence est au sinus de l'angle de réfraction dans le milieu auquel elles servent de limites : ainsi, quand les rayons pénètrent dans un milieu plus dense, la surface doit être un ellipsoïde, le demi-grand axe étant plus grand que l'excentricité ; et réciproquement on a un hyperboloïde quand les rayons passent d'un milieu dans un autre

moins dense. Dans les deux cas, les rayons, de parallèles qu'ils étaient, deviennent convergents vers le foyer le plus éloigné de la partie de la courbe où s'opère la réfraction. Il résulte de là qu'en aucun cas la surface dirimante ne peut devenir sphérique.

Lorsque r et a deviennent nuls, l'équation prend cette forme :

$$x^2+y^2=(n^2-1)z^2.$$

C'est l'équation d'un cône dont l'axe coïncide avec l'axe des z, et dont le sommet est à l'origine. Ce cas est celui où un point lumineux est placé sur une surface plane dirimante. *Les rayons qui peuvent être réfractés prennent alors des directions normales à un cône, et la caustique se compose d'une série de points qui sont en ligne droite sur l'axe.*

Nous ne nous arrêterons pas à discuter le cas où les deux foyers devraient être à l'infini. La surface dirimante serait dans ce cas évidemment un plan qui partagerait l'angle dièdre des deux plans normaux aux rayons incidents et réfractés, en deux angles dont les sinus seraient dans le rapport de la réfraction.

Nous ferons ici une observation semblable à celle qui a été faite plus haut, c'est que les surfaces du second degré sont remarquables sous deux rapports, comme surfaces dirimantes et comme trajectoires orthogonales de rayons réfractés. Considérées comme surfaces dirimantes, les rayons émanés d'un des foyers sont réfractés dans des directions parallèles; considérées comme trajectoires orthogonales, elles sont perpendiculaires aux rayons partis d'un point et réfractés par une surface plane.

Formules générales des caustiques secondaires considérées dans un plan.

Si, au lieu de surfaces, on avait à considérer des lignes

situées dans un plan, le calcul se simplifierait beaucoup; et, au lieu de huit équations que nous avons trouvées (page 386), il suffirait d'en prendre six. Il ne faudrait en effet qu'une équation pour déterminer chaque droite; et (S) = o, (A) = o, (A′) = o, seraient des équations de lignes qui ne contiendraient plus chacune que deux variables. On aurait ainsi :

$$\varphi(\xi, \zeta)=0;\ (S) \qquad F(x, y)=0;\ (A) \qquad f(x', y')=0;\ (A')$$

$$(\xi - x) + (\zeta - z)\frac{dz}{dx} = 0, \qquad (1)$$

$$(\xi - x')^2 + (\zeta - z')^2 = n^2\left[(\xi - x)^2 + (\zeta - z)^2\right], \qquad (2)$$

$$(\xi - x') + (\zeta - z')\frac{d\zeta}{d\xi} = n^2\left[(\xi - x) + (\xi - z)\frac{d\zeta}{d\xi}\right]. \qquad (3)$$

Pour obtenir (A′) au moyen de (A) et de (S), il faudrait éliminer ξ, ζ, et x, z, entre les cinq autres équations. On déterminerait (S) en faisant usage des équations (A), (A′) et (2), avec les deux équations des normales aux lignes (A) et (A′).

Il sera facile de voir, d'après ce qui a déjà été dit, comment ces équations devraient être employées, si les rayons lumineux partaient d'un point placé à distance finie ou infinie.

---

7. *Sur la texture de la cornée transparente* [note communiquée par M. Fohmann] (numéro 350).

—

L'on sait généralement que la cornée est une membrane d'une nature particulière, et qu'elle se distingue par sa tex-

ture des autres membranes de l'œil. Ses deux faces sont tapissées par la conjonctive et par la membrane de Descemet : la première est tellement confondue avec elle, qu'on ne peut l'en séparer; la seconde en peut être facilement détachée, surtout chez les grands animaux.

Pour ce qui regarde la structure de la cornée, on la fait consister en plusieurs lamelles, qui paraissent formées par du tissu cellulaire, et unies entre elles par le même tissu. Pour moi, je n'ai jamais considéré la séparation de cette membrane en plusieurs lamelles que comme une formation artificielle de couches qui, suivant la dextérité du préparateur, peuvent varier en nombre. Il est vrai que l'on voit presque toujours que la division de la cornée (abstraction faite de la membrane de Descemet) en deux couches est la plus facile à opérer. C'est un fait que nous expliquerons plus tard par la texture de cette membrane.

Occupé depuis bon nombre d'années à faire des recherches sur le système des vaisseaux absorbants de l'homme et des animaux, je suis parvenu à montrer les dernières ramifications de ces vaisseaux dans les organes, ou leur origine, par des injections faites avec le mercure, comme on fait connaître les vaisseaux sanguins par l'injection d'autres substances. J'ai trouvé que les vaisseaux lymphatiques ou absorbants existent en beaucoup plus grand nombre qu'on ne l'a cru jusque aujourd'hui : ainsi j'ai vu, dans des parties dont les vaisseaux sanguins avaient été injectés d'une manière très heureuse, que la masse non injectée, que l'on prend ordinairement pour du tissu cellulaire, n'est rien autre qu'un lacis de vaisseaux lymphatiques. En effet, lorsque l'injection de ces vaisseaux lymphatiques vient à réussir, cette masse se métamorphose bientôt en vaisseaux absorbants : c'est ce que j'ai observé chez l'homme et chez les animaux, dans les muscles, dans plusieurs membranes fibreuses, dans la peau, dans les muqueuses et les séreuses, ainsi que dans les parties qui leur sont sous-jacentes.

Pour rendre apparents par les injections les vaisseaux lymphatiques de ces parties, j'enfonce une lancette très étroite ou un scalpel de cette forme dans différents endroits, et par ces ouvertures je tâche d'introduire le mercure à l'aide d'un tube très fin.

Les vaisseaux lymphatiques se trouvant en quantité innombrable dans le parenchyme des organes, où ils affectent la forme de réseaux, l'on conçoit que la pointe de la lancette perce plusieurs de ces vaisseaux, qui, ne possédant pas de valvules, se remplissent de mercure dans un trajet plus ou moins long lorsque l'on vient à introduire ce métal.

Par ce procédé j'ai non seulement injecté les vaisseaux lymphatiques des parties dont je viens de parler, mais aussi j'ai découvert cette espèce de vaisseaux chez des animaux et dans des organes où jusqu'à nos jours on a nié leur existence : ainsi la sèche (*sepia octopus*) dans la classe des invertébrés, le placenta et le cordon ombilical de l'homme et des animaux, plusieurs membranes de l'œil, et principalement la cornée transparente, m'ont offert ces vaisseaux.

Et qu'on ne me fasse pas le reproche d'être tombé dans la même erreur que Mascagni, qui, armé de son microscope, ne voyait presque partout que vaisseaux lymphatiques. On se hâta trop de rejeter les doctrines de ce grand homme, et de les déclarer fausses. Si Mascagni s'est trompé pour quelques parties, il n'en a pas moins bien reconnu la grande part que prennent les vaisseaux lymphatiques dans la texture des organes. Les preuves que je puis apporter à l'appui de cette assertion ne me manquent pas : car, ce que Mascagni a dit avoir vu à l'aide du microscope, je le montre par des injections de mercure ; de sorte que l'on peut se convaincre, par la vue, de la validité de ce que j'avance.

Après cette digression, je reviens à l'objet qui a donné lieu à cette note, la structure de la cornée.

Comme je l'ai dit plus haut, ce n'est que par art et forcément que l'on partage la cornée en plusieurs lamelles. Je dois

ajouter ici que c'est par erreur que l'on fait consister ces couches et leur moyen de réunion en tissu cellulaire. « La cornée est presque exclusivement formée par des réseaux de vaisseaux lymphatiques. »

Si l'on introduit une lancette étroite dans la cornée de l'homme ou des animaux vertébrés, et que l'on pousse doucement avec le manche du scalpel le mercure que l'on a injecté, on voit un grand nombre de vaisseaux lymphatiques se remplir de cette substance, et enfin la cornée entière se changer en ces vaisseaux. Quant à leur grosseur, on la voit diminuer à mesure qu'ils approchent de la circonférence et des deux faces de la cornée. Dans le milieu de cette membrane ils sont plus développés, ils y forment souvent des vésicules ou cellules, ce qui s'observe ordinairement chez les ruminants. Il semble résulter de cette disposition particulière que les déchirures et les extravasations y ont plus souvent lieu qu'aux autres parties de la cornée. C'est aussi de cette disposition que paraît dépendre la facilité avec laquelle se fait ordinairement la division de la cornée en deux lamelles.

La lymphe qui s'écoule alors n'est pas contenue entre les feuillets, comme on l'a dit jusqu'à présent, mais elle provient des plus grosses branches des vaisseaux lymphatiques ou de leurs dilatations qui ont été déchirées par cette séparation.

En ce qui concerne le développement des vaisseaux lymphatiques de la cornée, on les trouve comme dans les animaux inférieurs et comme dans le parenchyme des organes, c'est-à-dire qu'ils ne montrent que de petits rétrécissements par-ci par-là, ou même des rudiments de valvules qui n'empêchent cependant pas le cours de la lymphe ni du mercure dans différentes directions.

Les vaisseaux de la face externe de la cornée sont remarquables par leur finesse extraordinaire; elle est si grande que la meilleure loupe peut à peine les rendre visibles. Ceux qui se trouvent à la face qui est revêtue par la membrane de Descemet sont un peu plus forts, ce qui peut être regardé comme

la cause des déchirures et des extravasations qui y ont plus souvent lieu qu'à la face externe.

Il est encore à remarquer que les vaisseaux lymphatiques de la cornée paraissent plus développés et contenir plus de lymphe dans la jeunesse que dans un âge plus avancé. C'est de cette manière d'être des vaisseaux que semble dépendre l'épaisseur plus grande et l'élasticité plus prononcée dont jouit la cornée des nouveau-nés. Si l'on presse entre les doigts la cornée d'un jeune sujet, elle perd de son épaisseur et prend un aspect fané, parce que la lymphe à laquelle elle doit en grande partie sa transparence en a été exprimée. Si on la met dans l'eau, elle recouvre bien son épaisseur et son élasticité primitives, mais plus sa transparence.

Enfin, pour les rapports des vaisseaux lymphatiques de la cornée avec les autres membranes de l'œil avec lesquelles elle est en contact, on les voit se continuer aux faces interne et externe de la sclérotique, et même pénétrer dans la substance de cette membrane. A la face externe de l'œil les vaisseaux lymphatiques se confondent en partie avec le réseau des vaisseaux absorbants qui fait la base de la conjonctive, et forment en partie des ramuscules qui rampent entre cette membrane et la sclérotique. Les branches qui pénètrent dans le parenchyme de la sclérotique y rencontrent les nombreux vaisseaux absorbants dont elle est pourvue et se confondent avec eux, tandis que celles qui se rendent de la face interne de la cornée à la sclérotique s'abouchent dans le canal de Fontana.

Je crois que le canal de Fontana n'est rien autre qu'une veine : car, lorsqu'on réussit à bien injecter les artères de l'œil avec une masse fine composée de térébenthine et de vermillon, ou de dichtyocolle et de cette substance colorante, on voit ordinairement la matière de l'injection passer dans ce canal : il apparaît alors en forme d'un anneau rouge, situé chez l'homme entre le ligament ciliaire et une légère empreinte de la sclérotique qui correspond à ce ligament. Chez

les animaux ce canal se trouve ordinairement dans le ligament ciliaire même, et divisé en plusieurs branches. Au canal de Fontana correspond un pareil anneau à la face externe de l'œil, chez l'homme et chez les animaux. Cette disposition se montre clairement dans l'œil du bœuf; à cette face et à l'endroit où la cornée touche la sclérotique se trouve cet anneau veineux accompagné de vaisseaux artériels. Dans cette veine comme dans le canal de Fontana s'abouchent grand nombre de vaisseaux lymphatiques de la cornée.

En injectant les vaisseaux lymphatiques de la cornée d'après le procédé que j'ai indiqué ci-dessus, l'on trouvera que le passage du mercure des vaisseaux lymphatiques dans ces deux veines circulaires est le résultat ordinaire. Si l'on pousse le mercure avec le manche du scalpel vers le bord de la cornée, on le voit plus souvent entrer dans les veines que passer dans les branches des vaisseaux lymphatiques.

Par cette disposition s'explique un fait que j'ai souvent observé, mais dont je n'avais pu me rendre raison : c'est que dans les yeux des ruminants l'on voit souvent les veines de la face externe de la cornée contenir une lymphe claire après la mort. Il semblerait que la lymphe est encore versée dans les veines lorsque le sang artériel a déjà cessé d'y passer.

Si l'on me demande quelle est la source de la lymphe que contiennent les vaisseaux absorbants de la cornée, je répondrai qu'elle est en partie amenée par voie d'absorption de la chambre antérieure de l'œil, et en partie exhalée par les artérioles qui se répandent dans le parenchyme de cette membrane.

Si j'ai dit plus haut que la cornée ne semble consister presqu'en entier qu'en un lacis de vaisseaux lymphatiques, c'est relativement aux vaisseaux sanguins qui entrent encore dans sa structure.

L'on sait que les opinions varient sur l'existence de ces vaisseaux dans la masse cornéenne. Par les injections les mieux faites des artères du globe de l'œil je n'ai jamais vu cette es-

pèce de vaisseaux entrer dans la cornée ; seulement, dans ces derniers temps, lorsque la structure de cette partie m'a été mieux connue, et que j'ai eu remarqué la disposition des vaisseaux sanguins à la face externe du globe de l'œil, il m'est venu à l'idée d'injecter par le mercure les artères et les veines de cette partie, pour voir si cette substance poussée par le manche du scalpel n'entrerait pas dans des vaisseaux pénétrants dans la cornée. Après plusieurs tentatives je vis entrer le mercure dans des branches fines qui se jetaient dans la substance de la cornée.

Après ces esquisses sur la structure de la cornée à l'état normal, je dirai encore un mot sur quelques changements qu'elle subit par suite d'affections morbides ou d'un âge très avancé. Cette membrane, qui dans le fait montre la même texture que les séreuses, qui, comme elle, ne sont formées en grande partie que de vaisseaux lymphatiques, est sujette aux mêmes altérations que ces membranes, telles que les épaississements, la perte de transparence. La cornée paraît devoir sa transparence à l'état normal des vaisseaux lymphatiques et à la limpidité de la lymphe que ceux-ci contiennent. Si les vaisseaux viennent à s'oblitérer, l'on voit paraître des taches blanches et opaques, comme on en observe souvent dans les séreuses, à la suite des inflammations.

Il existe chez les chevaux un état de cécité qui résulte du trouble de la cornée, qui prend une couleur blanchâtre.

Dans ce cas il ne m'est jamais arrivé de pouvoir injecter les vaisseaux lymphatiques de cette membrane : je pense qu'alors ils n'existent plus, mais sont dégénérés ou oblitérés par suite d'une inflammation.

Les taches de la cornée paraissent plus souvent à la face externe qu'à la face interne, parce que les vaisseaux qui s'y trouvent, étant plus fins, sont aussi plus disposés à s'oblitérer.

L'anneau blanc grisâtre qu'offre l'œil des vieillards au bord de la cornée (*annulus senilis*) paraît aussi devoir son existence

à l'oblitération des vaisseaux absorbants, qui dans cet endroit sont d'une finesse extrême ; au moins j'ai tenté inutilement d'injecter les vaisseaux lymphatiques à cet endroit, probablement parce qu'ils n'existent plus.

---

8. *Sur la vision distincte et sur l'opsiomètre de M. Lehot* (numéro 357).

—

Dans un Mémoire inséré aux *Annales des sciences d'observation*, de MM. Saigey et Raspail, pour juin 1829, M. Lehot a fait connaître plusieurs résultats intéressants sur les limites de la *vision distincte* et sur les causes qui peuvent la faire varier : il s'est servi à cet effet d'un nouvel opsiomètre, dont la construction repose sur un fait connu depuis long-temps. En effet, on trouve décrite dans plusieurs ouvrages sur l'optique l'apparence que présente une ligne droite placée près de l'œil et dans la direction de son axe ; mais on n'avait pas tiré parti de ce phénomène pour faire un instrument commode avec lequel on pût mesurer l'étendue de la vue, et donner immédiatement la longueur du foyer des verres propres à la corriger.

Ce nouvel opsiomètre est composé d'une règle de quatre-vingts centimètres de longueur et de cinq de largeur. Au milieu de cette règle, qui est couverte de velours noir, on tend, dans le sens de sa longueur, un fil de soie blanche. Le long de cette règle, et à trois millimètres de distance, est fixée une tringle de bois graduée en centimètres. Sur cette tringle glissent quatre boîtes de cuivre fendues à leur partie inférieure pour glisser à frottement sur la règle ; ces boîtes portent des index qui aboutissent au milieu de la règle, et de petits appendices de cuivre divisés en millimètres, qui permettent d'estimer la distance de l'index au zéro de l'échelle.

La règle et la tringle de bois sont ajustées dans deux socles; l'un porte un anneau de quinze millimètres de diamètre, dont le plan est perpendiculaire à la règle, et dont le centre, placé à trente-cinq millimètres au-dessus, correspond au fil de soie. A deux centimètres de distance de cet anneau est fixée une planche mince d'environ vingt centimètres de longueur, et qui est percée d'un trou circulaire de vingt millimètres, dont le centre correspond au centre de l'anneau.

Si l'on applique un œil à l'ouverture circulaire, la partie du fil blanc voisine de l'œil paraît demi-transparente, et sous la forme d'un angle dont le sommet se trouve sur le fil à une certaine distance qu'on nomme *première limite de la vision distincte*. Pour le plus grand nombre de personnes, la portion qui suit immédiatement ce point paraît nette, et d'un blanc mat sur une certaine longueur; ensuite elle reparaît sous la forme d'un angle opposé au premier, dont le sommet détermine la *seconde limite de la vision distincte;* et l'intervalle entre ces deux points est ce qu'on appelle le champ de la vision distincte.

M. Lehot a fait avec cet instrument un grand nombre d'expériences, dont voici les résultats principaux :

Un verre biconvexe ou plan convexe, interposé entre l'œil et l'objet, rapproche les limites de la vision distincte d'autant plus que son foyer est plus court.

Un œil, dont la première limite était à . .	27.5 cent.
la deuxième limite à	33.0
le champ de	5.5
étant armé d'un verre de 45 c. de foyer,	
la première limite était à.	22.1
la deuxième à	25.7
le champ de	3.6
Le même œil étant armé d'un verre biconvexe	
de 22 c. de foyer, la première limite était à . .	9.9
la deuxième à	13.1
le champ de.	3.2

Les limites de la vision distincte sont d'autant plus près de l'œil, et le champ d'autant plus petit, que le fil que l'on regarde est teint d'une couleur plus réfrangible. Un verre biconcave interposé entre l'œil et l'objet éloigne les limites de la vision distincte et augmente le champ. Un milieu plus dense que l'air, et terminé par deux surfaces parallèles, interposé entre l'œil et l'objet, augmente le champ de la vision distincte et en éloigne les limites, c'est-à-dire qu'il produit le même effet qu'un verre biconcave.

Il y a des personnes pour qui la deuxième limite n'est qu'à deux pouces, d'autres pour qui elle est à une distance indéfinie.

Les limites de la vision sont généralement différentes pour les deux yeux : une personne dont les limites étaient pour l'œil gauche de 51 c. et 57 c. 5, avait pour limites de l'œil droit 32 c. et 37 c. 7.

Les limites de la vision changent par l'âge : la première s'éloigne de l'œil. Ces limites sont modifiées par l'usage habituel que l'on fait de ses yeux et par l'usage des verres.

La dilatation de la prunelle éloigne la première limite, rapproche la deuxième, et par conséquent diminue le champ. Le resserrement de la prunelle rapproche la première limite, éloigne la deuxième, et augmente le champ. Ce fait important, dit l'auteur, est prouvé par l'expérience de la carte percée. Certaines personnes paraissent pouvoir changer à volonté les limites de la vision distincte : en pressant l'œil du doigt on change ces limites.

L'image d'un objet est confuse lorsqu'elle est au-delà du champ de la vision nette. Cette confusion est d'autant plus grande que l'objet est plus petit, la distance restant la même. La confusion augmente lorsque l'objet s'éloigne ; elle peut être telle, que l'objet disparaisse entièrement. C'est ce qui arrive, d'après les expériences de T. Mayer, pour un cercle noir tracé sur un fond blanc et vu à l'ombre, lorsqu'il est vu sous un angle d'environ 34″ ; la distance à laquelle il dispa-

raît est d'autant plus petite qu'il est plus petit. Un œil dont la seconde limite de la vision distincte est plus éloignée que celle d'un autre perd le point noir à une plus grande distance que cet autre œil. L'interposition d'une carte percée fait qu'on perd le disque noir à une plus grande distance. L'interposition d'un verre de convergence fait perdre le point noir à une moindre distance qu'à l'œil nu; au contraire, l'interposition d'un verre de divergence le fait perdre à une plus grande distance.

Quand l'objet est en-deçà de la première limite de la vision distincte, l'image est confuse; elle l'est d'autant plus que le corps est plus près et qu'il est plus petit : cette confusion peut être telle, que l'objet disparaisse. Pour un œil dont la première limite de la vision distincte est plus éloignée que celle d'un autre, l'objet disparaîtra à une plus grande distance. La distance à laquelle le corps disparaît pour un même œil est d'autant plus grande que le corps est plus petit.

L'interposition d'une carte percée exige qu'on rapproche le point pour le faire disparaître; l'interposition d'un verre de divergence fait disparaître le point à une plus grande distance qu'à l'œil nu; celle d'un verre de convergence le fait perdre à une moindre distance.

L'auteur conclut de ces derniers faits que la petitesse de l'angle sous lequel on voit un objet ne peut point être regardée comme la cause de sa disparition.

M. Lehot ajoute diverses observations sur l'usage des verres pour le perfectionnement de la vue. Il y a toujours pour un objet situé à une distance déterminée hors du champ de la vision un verre tel, qu'en changeant les limites et le champ, l'objet se trouve dans ce dernier, et par conséquent est vu nettement. Pour un objet situé plus près de l'œil que la première limite de la vision, il faut se servir d'un verre de convergence tel, que l'objet se trouve dans le nouveau champ de la vision distincte. Si l'objet est placé plus loin que la deuxième limite, il faut employer un verre biconcave qui

éloigne les limites de la vision et qui en augmente le champ.

Les lunettes biconvexes diminuent le champ de la vision distincte : c'est à cet inconvénient qu'on doit attribuer en grande partie la fatigue qu'on éprouve par l'usage de ces lunettes.

M. Lehot indique le moyen de trouver immédiatement et sans tâtonnement, à l'aide de son instrument, le verre qui convient à un œil donné; il montre en quoi son opsiomètre est supérieur à celui qui a été inventé par le docteur Young, et qui est aussi fondé sur un fait anciennement connu, savoir, la vision double ou simple à travers deux fentes séparées l'une de l'autre par un intervalle moindre que la largeur de la prunelle.

---

9. *Sur les procédés pour rendre visibles les ramifications des vaisseaux sanguins de la rétine* (numéro 367).

—

On doit au docteur Purkinje de Breslau une expérience très simple et très curieuse pour rendre visible la partie intérieure de l'œil. Si l'on tient une chandelle devant l'œil, à la distance d'un pied environ, dans une direction déviant un peu de la ligne de vision distincte, l'œil aperçoit, en général, une masse de lumière rougeâtre autour de la chandelle, et dans cette lumière, comme sur un fond, on voit les ramifications des vaisseaux sanguins de la rétine, la base du nerf optique et le *foramen centrale*.

Sir D. Brewster regarde comme l'opinion la mieux fondée que la lumière qui entoure la chandelle est réfléchie sur la rétine par la surface concave intérieure, soit du cristallin, soit de la cornée, et que les objets sont, d'une manière ou d'autre, amplifiés par les surfaces concaves. Sa propre opi-

nion sur ce sujet est que la lumière est propagée de l'image lumineuse de la chandelle, et que la rétine, en contact avec les vaisseaux sanguins, est insensible à la lumière propagée, quoique sensible à la lumière directe; et, par suite, les vaisseaux sanguins doivent se dessiner en lignes obscures. Comme la rétine ne s'étend pas sur le *foramen centrale*, elle doit en cet endroit naturellement présenter une tache noire; et, quant à la vision confuse du nerf optique, il paraît moins lumineux que la rétine environnante.

M. Wheatstone, qui a varié cette expérience de différentes manières, dit qu'elle réussit le mieux dans une chambre obscure. Quand, l'un des yeux étant soustrait à l'action de la lumière, la flamme d'une chandelle est placée à côté de l'œil à découvert, de manière à ne pas occuper la moindre partie centrale du champ de la vision, tant que la lumière de la chandelle est en repos, on ne remarque rien autre chose qu'une diminution de la sensibilité de la rétine pour la lumière; mais, quand la flamme est mue en s'élevant et en s'abaissant dans un petit espace, pendant une durée de temps qui varie avec la sensibilité de l'individu sur lequel on essaie l'expérience, le phénomène se présente de lui-même. Les vaisseaux sanguins de la rétine, avec toutes leurs ramifications, exactement comme ils sont représentés dans les planches de Sœmmering, se montrent distinctement, et sont projetés en apparence sur un plan devant l'œil, avec des dimensions amplifiées. L'image continue à se manifester seulement pendant que la lumière est en mouvement; elle disparaît immédiatement ou peu après que la lumière a passé à l'état de repos.

M. Wheatstone n'admet pas l'ingénieuse explication de cette apparence présentée par sir D. Brewster; il pense qu'il n'y a pas difficulté de se rendre compte de l'image; que c'est évidemment l'ombre résultant de l'obstruction de la lumière par les vaisseaux sanguins répandus sur la rétine. La difficulté réelle était d'expliquer pourquoi cette ombre n'est pas toujours visible. Pour en rendre raison, M. Wheatstone met en

avant différents faits qui tendent à prouver qu'*un objet plus ou moins brillant que le fond sur lequel il est placé devient invisible quand il est continuellement présenté au même point de la rétine, et la rapidité de sa disparition est d'autant plus grande que la différence des intensités lumineuses entre l'objet et le fond est moindre; mais, en changeant continuellement la place de l'image de l'objet sur la rétine, ou en le faisant agir avec intermittence sur un même point, l'objet peut être rendu visible d'une manière permanente.* Appliquant cette explication au phénomène en question, M. Wheatstone observe que, toutes les fois que la flamme de la chandelle change de place, les ombres des vaisseaux tombent sur différents points de la rétine, ce qui est évident par le mouvement de l'image pendant que l'œil reste en repos, mouvement qui est toujours en sens contraire de celui de la flamme : aussi l'ombre, en changeant ainsi de place sur la rétine, reste, d'après la loi établie précédemment, visible d'une manière permanente; mais, dès que la flamme est en repos, l'ombre aussi se met en repos, et par conséquent disparaît.

M. Wheatstone a fait un instrument pour montrer une modification singulière de cette expérience : il consiste en un plateau circulaire de métal, d'environ deux pouces de diamètre, noirci sur sa face extérieure, et percé à son centre d'un trou à peu près égal à l'ouverture d'un fusil; à la face intérieure est fixé un semblable plateau de verre dépoli. En plaçant l'ouverture entre l'œil et la flamme d'une chandelle, et mettant la plaque en mouvement, de manière à déplacer continuellement l'image de l'ouverture sur la rétine, les vaisseaux sanguins seront vus comme précédemment, mais d'une manière plus brillante, et les espaces entre les ramifications se montrent avec une innombrable quantité de petits vaisseaux qui s'anastomosent dans différentes directions, qui étaient invisibles dans l'expérience précédente. Au centre même du champ de la vision il y a un petit espace circulaire dans lequel on ne voit pas de traces de vaisseaux.

10. *Sur de nouveaux télescopes à réflexion* (numéro 394).

—

Lord Oxmantown a décrit, dans le *Journal d'Édimbourg*, des télescopes dont les miroirs sont composés de plusieurs pièces : ainsi, pour atténuer autant que possible l'aberration de sphéricité, il a formé un miroir métallique de six pouces d'ouverture et d'une distance focale de deux pieds, en le composant d'un miroir circulaire et d'un anneau concentrique, travaillés l'un et l'autre sur des sphères de dimensions déterminées par le calcul. On peut multiplier le nombre des anneaux concentriques, afin de diminuer davantage l'aberration de sphéricité ; mais il faut ensuite de grandes précautions pour faire coïncider tous leurs foyers en un seul.

J'ai eu occasion de voir à Rome, en 1830, un télescope réflecteur dont le miroir était formé en agathe, et de six pieds de distance focale. Un autre miroir avait été creusé et poli dans le noir antique. Ces miroirs, qui avaient été faits par M. Alberto Gatti, ne donnaient pas, à la vérité, autant de lumière que les miroirs métalliques ; mais ils avaient l'avantage de ne pas se ternir, et d'avoir une durée presque illimitée. J'ai essayé l'un de ces instruments de nuit et de jour, à l'école de France, chez M. Vernet ; je m'en suis servi pour observer l'éclipse de lune du 2 septembre, et je dois avouer que les objets étaient très bien terminés, et qu'il aurait été impossible de distinguer en quoi cet instrument différait des autres télescopes.

—

11. *De l'arc-en-ciel, des halos, des parasélènes, etc.* (numéro 401).

Il existe dans le *Traité de la lumière*, à l'égard de l'arc-en-ciel, des halos et des parasélènes, une omission trop remarquable pour que nous ayons pu la laisser subsister. L'explication que nous présentons ici de l'arc-en-ciel a été empruntée au *Traité élémentaire de physique* de M. Biot.

« On sait que ce météore offre l'aspect d'un et quelquefois de deux arcs, colorés de toutes les couleurs du spectre ; il ne se produit que lorsqu'il pleut et qu'en même temps le soleil luit. Mais la réunion de ces circonstances ne suffit pas pour le faire paraître ; il exige certaines positions des nuées, de l'observateur et du soleil. Un de ses caractères c'est que le centre de l'arc se trouve toujours diamétralement opposé à cet astre. Ces rapports ont fait depuis long-temps penser que l'arc-en-ciel était produit par la réfraction de la lumière dans les gouttes de pluie : et en effet on le voit se produire également dans l'espèce de pluie artificielle que répandent les jets d'eau et les cascades, surtout lorsque le vent les agite. Pour concevoir comment cette réfraction peut disperser la lumière, considérons un globule d'eau sphérique sur lequel tombe un rayon solaire infiniment mince, S I, fig. 2, et suivons la marche de ce rayon : il subira d'abord en I une première réfraction qui le dirigera vers I′ ; là une partie de sa lumière se réfractera de nouveau, et sortira dans l'air suivant I′ R′ ; mais le reste se réfléchira dans l'intérieur du globule vers I″, où il se produira un effet pareil, c'est-à-dire qu'une partie du

rayon sortira dans l'air, tandis que le reste sera réfléchi intérieurement vers I''', où le même partage s'opérera encore, et ainsi de suite indéfiniment. On peut réaliser cette conception par l'expérience, en faisant entrer dans une chambre obscure un rayon solaire très mince, réfléchi par un héliostat, et le dirigeant à travers un cylindre de verre rempli d'eau : la marche du rayon dans l'intérieur de l'eau deviendra parfaitement visible par la réflexion partielle de lumière que les molécules de l'eau opèrent, et les émergences successives deviendront également sensibles en plaçant l'œil sur la direction des rayons émergents. On reconnaît ainsi que ces rayons sont dispersés, et donnent la série des couleurs prismatiques ; leur intensité s'affaiblit à mesure qu'on les observe après un plus grand nombre de partages, et enfin ils deviennent trop faibles pour être aperçus.

« Le phénomène de l'arc-en-ciel est produit par les spectres colorés qui sortent ainsi de différentes gouttes d'eau, après deux réfractions séparées par une ou deux réflexions intermédiaires. Mais comment la superposition de ces spectres partiels compose-t-elle les couleurs de l'arc et détermine-t-elle sa largeur? C'est ce qu'il nous faut examiner.

« Pour le faire simplement, considérons d'abord un seul rayon incident de couleur simple, par exemple rouge : s'il arrive que ce rayon, après s'être réfracté dans le globule, se réfléchisse une ou plusieurs fois à sa seconde surface, et ressorte ensuite dans l'air, on conçoit qu'il fera, en général, après son émergence, un certain angle avec sa direction primitive. Cet angle sera constant pour tous les rayons de même nature qui pénétreront le globule sous la même incidence ; mais, l'incidence changeant, il changera. Pour avoir une idée nette de ces variations, considérons d'abord le cas particulier où le rayon ne subit qu'une réflexion intérieure, après quoi il ressort du globule dans l'air, figure 3. Alors, si l'on calcule numériquement la valeur de la déviation pour plusieurs rayons incidents parallèles, répartis sur la surface du glo-

bule à de petites distances, on trouve que la déviation commence à être nulle dans l'incidence perpendiculaire, où le rayon traverse le globule à son centre; ensuite la déviation augmente progressivement, jusqu'à une certaine limite d'incidence qui est d'environ 59° 1/2 pour les rayons rouges : de façon qu'un petit pinceau de ces rayons, entrant parallèlement dans le globule I, sous cette incidence, et s'étant réfléchi une fois à son fond, en sort également parallèle en I', quoique la direction générale du pinceau soit déviée de 43°; mais, pour les incidences plus considérables, la déviation diminue comme elle avait augmenté, et cette diminution continue jusqu'aux derniers rayons tangents au globule. Or, si l'on reçoit tous les rayons émergents à une assez grande distance du globule pour que celui-ci puisse être considéré comme un point, il est clair que tous ceux qui répondront à des déviations inégales iront en s'écartant les uns des autres, à mesure qu'ils s'éloigneront des globules : de sorte qu'ils se trouveront enfin trop affaiblis pour donner la sensation du globule à un œil placé sur leur route; au lieu que cet œil pourra encore être affecté par les rayons émergents qui répondent au maximum de la déviation, puisque, étant parallèles entre eux, ils se transmettent à toute distance sans se séparer. Leur effet sera même d'autant plus vif, que, s'ils sont d'une densité uniforme dans leur incidence, ils se pressent et se condensent quand ils sortent à cette émergence-là. Supposez maintenant une file de pareils globules dispersés circulairement à côté les uns des autres, de manière que les rayons réfractés qui en émanent, et que je suppose de la même couleur, puissent ainsi parvenir à l'œil : ils donneront la sensation d'une ligne lumineuse, et plusieurs rangées pareilles, placées à côté les unes des autres, produiront, à cause de l'ouverture sensible de la pupille, une bande colorée qui lui sera égale en largeur.

« Les mêmes considérations s'appliquent également aux cas où les réflexions et les réfractions sont plus nombreuses;

il y a toujours pour chacun d'eux une certaine limite d'incidence à laquelle les rayons émergents très voisins, provenant d'un même pinceau, sortent sensiblement parallèles, et peuvent se transmettre au loin sans s'affaiblir.

« Maintenant, pour développer les conséquences de ces résultats, supposez qu'un observateur placé en O, fig. 4, regarde une vaste nuée qui soit composée d'une multitude de globules sphériques d'eau; menons par son œil au centre du soleil la ligne SOC pour désigner la direction des rayons incidents, que nous supposerons d'abord exactement parallèles; ce qui revient à considérer le soleil comme un point infiniment éloigné. Cela posé, il se fera d'abord à la première surface des globules une réflexion partielle de toutes les couleurs qui composent la lumière incidente, ce qui formera une teinte blanchâtre, plus ou moins sombre, répandue sur toute la surface de la nuée; mais, en outre, si elle est suffisamment étendue, on y verra deux arcs concentriques, colorés de toutes les couleurs du spectre : car, si par l'œil O on mène la droite OV, formant avec OC un angle de 40° 17′, et qu'on la fasse tourner autour de OC, en décrivant une surface conique, tous les globules d'eau qui se trouveront sur le prolongement de cette surface auront précisément la position requise pour que les rayons violets les plus réfrangibles, après y avoir subi deux réfractions et une réflexion intermédiaire, en sortent parallèles et arrivent à l'œil en O; et cela n'aurait lieu ainsi dans aucun autre endroit de la nuée : de sorte qu'en vertu de ces seuls rayons, le spectateur verra sur la nuée un arc violet, dont OC sera l'axe et C sera le centre; mais, en outre, il y verra de même une infinité d'autres arcs concentriques et extérieurs au précédent, dont chacun sera formé par une seule espèce de rayons simples; et, à mesure que ces rayons seront moins réfrangibles, leurs arcs seront d'un plus grand diamètre : de sorte que le plus large, composé du rouge extrême, sous-tendra un angle ROC de 42° 2′. Ainsi la largeur totale de la bande colorée sera 42° 2′ — 40° 17′ ou

1° 45′, et le rouge y sera en dehors, le violet en dedans.

« Ce sera le contraire après deux réflexions. En effet, si l'on mène par l'œil les lignes OR′, OV′, formant avec OC des angles de 50° 59′ et 54° 9′, puis qu'on les fasse tourner tous deux sous ces inclinaisons autour de OC, comme axe, la première rencontrera tous les globules qui, après avoir fait subir aux rayons rouges extrêmes deux réfractions, séparées par deux réflexions intermédiaires, peuvent les renvoyer à l'œil parallèles entre eux, et la seconde donnera la limite analogue pour les rayons violets extrêmes. Entre ces deux arcs il y en aura d'autres de toutes les couleurs intermédiaires du prisme, et leur ensemble formera une seconde bande colorée, ayant pour largeur 54° 9′ — 50° 59′ ou 3° 10′. Cette bande aura ses couleurs dans un ordre inverse de la première, c'est-à-dire que le rouge y sera en dedans, le violet en dehors, et la distance des deux arcs rouges sera 50° 59′ — 42° 2′ ou 8° 57′.

« Telles devraient donc être les dimensions et les distances des deux arcs-en-ciel qui paraissent sur les nuées, si le soleil n'était qu'un point; mais cet astre a un diamètre apparent sensible, dont la valeur moyenne peut être supposée d'environ 30′. D'après cela, si l'on considère les arcs que nous venons de déterminer comme produits par des rayons émanés du centre du disque, les rayons émanés des bords ou de l'intérieur formeront autant d'arcs pareils et de même grandeur, mais qui auront chacun pour axe la ligne menée de l'observateur au point du disque d'où ils seront émanés : par conséquent, si du point C on décrit une circonférence de cercle C′ C″ C‴, égale au diamètre apparent du soleil, vu du point O, il ne se formera pas seulement autour de ce centre un arc violet intérieur, à la distance de 40° 17′; mais il y aura autant de ces arcs qu'il y a de points dans le cercle C′ C″ C‴ qui peuvent devenir centres à leur tour; c'est-à-dire qu'il se formera une bande circulaire violette d'une largeur égale au diamètre apparent du soleil, et dont le rayon intérieur sera

$40° 17' — 15'$ ou $40° 2'$, l'extérieur $40° 17' + 15'$ ou $40° 32'$. De même l'arc rouge, qui se trouvait à $42° 2'$ de OC, deviendra une bande rouge dont le bord intérieur aura pour rayon $41° 47'$ et l'extérieur $42° 17'$: de sorte que la largeur totale de l'iris compris entre ces extrêmes sera $42° 17' — 40° 2'$ ou $2° 15'$, plus grande de $30'$ que si le soleil n'était qu'un point. De même la largeur de l'iris extérieur, que nous avions trouvée de $3° 10'$, deviendra $3° 40'$; son demi-diamètre intérieur, qui était $50° 59'$, deviendra $50° 44'$, et l'extérieur, qui était $54° 9'$, deviendra $54° 24'$; enfin la distance des deux iris, qui était d'abord $8° 57'$, sera réduite à $8° 27'$; mais, à cause de la largeur et de la superposition des arcs partiels qui les composent, leurs couleurs seront beaucoup moins tranchées que dans la première supposition. Or, ces dimensions, déterminées par le seul calcul, sont exactement conformes à celles que l'observation indique, du moins quand les couleurs des arcs sont les plus vives et les mieux marquées : car Newton, ayant un jour mesuré un arc-en-ciel par le moyen des instruments qu'il avait alors, trouva que le demi-diamètre extérieur de l'iris intérieur était d'environ 42 degrés, et que la largeur du rouge, du jaune et du vert, de cet iris, pris ensemble, était d'environ 63 ou 64 minutes, outre 3 ou 4 minutes qu'on y pouvait ajouter en considération du rouge extérieur qui était affaibli et obscurci par l'éclat des nuées d'alentour. La largeur du bleu était d'environ 40 minutes au moins, sans compter le violet, qui était si fort obscurci par l'éclat des nuées, qu'il ne put en mesurer la largeur. Mais, en supposant que la largeur du bleu et du violet, pris ensemble, fût égale à celle du rouge, du jaune et du vert réunis, toute la largeur de cet iris intérieur devait être d'environ $2° 15'$, comme ci-dessus. La plus petite distance entre cet iris et l'iris extérieur était d'environ $8° 30'$. L'iris extérieur était plus large que l'intérieur; mais la teinte en était si faible, surtout du côté bleu, qu'il ne fut pas possible d'en mesurer la largeur distinctement. Une autre fois que les deux arcs pa-

raissaient plus distincts, Newton trouva que la largeur de l'iris intérieur était de 2° 10', et que, dans l'extérieur, la largeur du rouge, du jaune et du vert, était à la largeur des mêmes couleurs dans l'iris intérieur, comme 3 à 2.

« Newton, dans l'endroit de l'*Optique* où il expose cette admirable théorie, attribue la première idée de l'explication de l'arc-en-ciel à Antoine de Dominis, archevêque de Spalatro, qui, dit-il, la confirma par des observations faites sur une boule de verre remplie d'eau, et placée dans diverses situations par rapport au soleil et à l'œil de l'observateur. Newton ajoute que Descartes a rectifié l'observation de l'arc-en-ciel extérieur; mais probablement il n'avait point lu par lui-même l'ouvrage de Dominis, car il y aurait vu que ce prélat, après avoir vaguement conçu que l'arc-en-ciel pouvait être produit par réfraction dans les gouttes d'eau, n'a point cherché à confirmer cette idée par les expériences dont parle Newton; et la manière dont il expose la formation de ce météore n'a aucun rapport avec la vérité.

« C'est réellement à Descartes, et à Descartes seul, que ces expériences appartiennent. Ce philosophe a fait, pour la véritable théorie de l'arc-en-ciel, tout ce qui était possible à une époque où l'inégale réfrangibilité des rayons de la lumière n'était pas connue. En effet, il détermine d'abord, au moyen du calcul numérique, la marche des rayons lumineux qui pénètrent dans une goutte d'eau, et qui en sortent ensuite après une ou plusieurs réflexions. Ce calcul lui fait voir que, de tous les rayons qui peuvent ainsi tomber sur cette goutte, il n'y a que ceux qui y pénètrent sous un certain angle qui puissent revenir au spectateur sans s'écarter les uns des autres, et par conséquent sans s'affaiblir : par là il reconnaît généralement les véritables circonstances dans lesquelles le phénomène de l'arc-en-ciel peut se produire, et il s'assure, par des expériences directes, qu'elles sont conformes à l'observation. Il restait à assigner la cause des couleurs : Descartes, sans la connaître, la ramène, avec beaucoup de sagacité,

à un autre phénomène plus simple, celui de la décomposition de la lumière par le prisme ; et il montre que la partie de la goutte d'eau dans laquelle la lumière se réfracte doit disperser la lumière, comme le ferait un prisme d'eau à faces planes dont l'angle réfringent serait égal à celui que forment entre eux les plans tangents de la goutte, aux points où les rayons entrent et sortent. »

Nous empruntons ce qui suit à la *Physique du globe*, de M. Saigey :

« L'intervalle des deux arcs-en-ciel est plus obscur que le reste du ciel, parce que les gouttes de pluie qui s'y trouvent interceptent la lumière réfléchie par les nuages placés derrière, et ne renvoient la lumière directe ni par une ni par deux réflexions intérieures.

« Quand la mer est calme, le soleil s'y réfléchit comme sur un miroir, et son image donne lieu à deux nouveaux arcs-en-ciel, *indirects* par opposition aux premiers, qui sont *directs*. Leur centre commun est autant élevé sur l'horizon que celui de ces derniers se trouve abaissé au-dessous ; ils se joignent deux à deux à l'horizon.

« Les arcs-en-ciel nommés *surnuméraires* n'apparaissent que rarement, et quand les arcs ordinaires sont extrêmement brillants ; ce sont de minces bandes colorées, au nombre de quatre ou cinq, qui bordent le petit arc intérieurement et le grand arc extérieurement. Ces arcs surnuméraires sont dus à l'interférence des rayons voisins de ceux qui sont efficaces.

« On donne le nom de *couronnes* à deux ou trois petits anneaux colorés, contigus entre eux et au soleil, qui en est le centre commun. Ces anneaux sont rouges à l'extérieur ; ils sont produits par la diffraction de la lumière solaire autour de gouttelettes d'eau. On les reproduit artificiellement en regardant le soleil ou la flamme d'une bougie à travers un verre recouvert de poudre de lycopode.

« Les *halos* sont deux anneaux colorés intérieurement en rouge, qui se forment autour du soleil comme centre, et dont les distances à cet astre sont de 22 et 44 degrés. Ils sont dus à la réfraction maximum des rayons solaires qui ont traversé des faces de cristaux de glace inclinées entre elles de 60 degrés pour le petit halo et de 90 pour le grand; l'espace borné par ces cercles s'appelle le *champ du halo*; il est plus obscur que la partie du ciel située à l'extérieur. M. Brewster reproduit les halos en regardant le soleil à travers un verre recouvert d'une cristallisation d'alun.

« On désigne sous le nom de *cercle horizontal* un anneau blanchâtre qui passe par le soleil : cet anneau est toujours horizontal, et de diamètre d'autant plus grand que cet astre est plus près de l'horizon. On l'attribue à la réflexion de la lumière solaire sur des cylindres ou des prismes de glace verticaux. M. Babinet l'imite parfaitement en regardant le soleil ou la flamme d'une bougie à travers des plaques de différents cristaux fibreux, comme tourmaline, idocraze, actinote, béril et topaze, ces plaques étant taillées perpendiculairement aux fibres.

« Les *arcs tangents* sont des portions d'anneaux qui, très rarement, paraissent adossées aux halos, à l'extérieur de ceux-ci et à la partie la plus proche de la verticale du spectateur. M. Young les attribue à une réfraction dans des prismes plats dont la tranche est verticale.

« Les *parhélies*, ou *faux soleils*, apparaissent autour du véritable soleil, mais seulement dans deux directions. Les uns sont dits *horizontaux*, et se trouvent aux intersections du cercle horizontal et des halos, mais un peu à l'extérieur de ceux-ci, dont ils partagent la coloration. Les autres sont dits *verticaux*; M. Babinet les attribue à une réflexion de la lumière dans l'intérieur de prismes triangulaires plats, et dont la tranche est verticale.

« On donne le nom d'*anthélie* à un faux soleil qui paraît au point de l'horizon diamétralement opposé au soleil vrai, et sur

le cercle horizontal : on ignore comment il peut être produit.

« Dans les régions polaires le soleil se lève souvent avec une *traînée* lumineuse placée au-dessus. Quelquefois cette traînée verticale est accompagnée d'une seconde traînée horizontale, s'étendant à droite et à gauche du soleil : alors on a ce qu'on appelle une *croix*, laquelle est due à des réflexions de la lumière sur des prismes verticaux et sur d'autres prismes horizontaux, ou sur les bases des premiers. On les reproduit en regardant le soleil à travers une toile métallique ou une surface de verre rayée. »

---

12. *Modifications produites par le changement de température aux indices de réfraction et de dispersion dans le sulfure de carbone* (numéro 437).

—

M. Barlow a été conduit, par des expériences faites au moyen des lentilles fluides des télescopes de son invention, à examiner les variations que fait subir le changement de température aux indices de réfraction et de dispersion du sulfure de carbone dont les lentilles fluides sont formées. Ce physicien distingué a obtenu les résultats suivants : (1)

Température.	Réfraction.	Dispersion.
31° Fahr.	0.642	0.3067
57°	0.634	0.3075
84°	0.625	0.3084

(1) *Philosoph. trans.*, 1829, p. 187.

13. *Sur la dispersion des couleurs dans un même milieu* (1) (numéro 441).

Les physiciens admettent que la dispersion des couleurs est constante pour un même milieu réfringent, c'est-à-dire qu'à des réfractions égales pour la même substance correspondent des dispersions égales. C'est une des lois fondamentales sur lesquelles s'appuient les théories des plus célèbres mathématiciens qui se sont occupés de l'achromatisme, et l'on en a conclu l'impossibilité de détourner la lumière par réfraction sans la décomposer, si l'on n'emploie qu'une seule substance diaphane. Cependant j'ai reconnu que la dispersion qui résulte de *plus d'une* réfraction n'est aucunement constante, mais qu'elle varie avec les inclinaisons des rayons qui tombent sur la face d'un prisme.

Un rayon lumineux peut tomber sur un prisme en faisant avec les faces des angles égaux : on sait qu'alors la réfraction totale est à son minimum, et que tout autre rayon incliné sur le précédent, soit vers l'arète, soit vers la base du prisme, subit une plus grande déviation. Or, des expériences nombreuses m'ont appris cette propriété encore inconnue, que, si le rayon incident penche du côté de l'arète (2), la dispersion est plus forte que celle que l'on obtient en faisant

(1) Cette note est extraite d'un mémoire *sur la construction d'une lunette achromatique sans lentille*, que M. Amici a remis à M. Verhulst, et dont nous ne pensons pas qu'il ait paru une traduction en français.

(2) L'inclinaison vers l'arète ou vers la base est toujours relative au rayon qui subirait la moindre déviation, à moins qu'on n'avertisse expressément du contraire.

tourner le prisme de manière à produire la même réfraction, mais en faisant pencher le rayon plus près de la base.

Ce qui semblera encore plus étrange, c'est qu'un rayon sorti d'un premier prisme se modifie de manière à acquérir la propriété contraire, c'est-à-dire qu'en recevant sur un second prisme le rayon sorti du premier, la dispersion des couleurs est *plus grande* quand le rayon s'approche de la base, et moins grande dans le cas inverse.

On peut encore énoncer cette loi de la manière suivante : *Quand des déviations égales du spectre sont dues à des déviations inégales des rayons par les deux faces d'un prisme, les espaces colorés sont plus grands lorsque la déviation par la face postérieure est plus grande que celle qui provient de la face antérieure. Cette proposition n'est vraie qu'à la condition que le rayon incident n'ait point éprouvé de réfraction antérieure. Autrement les espaces sont plus resserrés.*

Cette loi résulte des expériences suivantes, qui peuvent être répétées aisément par quiconque possède des prismes bien travaillés.

1re *expérience.* Un prisme de crown-glass d'Angleterre de 20° 6′, dirigé vers l'objet de manière que le rayon incident avait la même inclinaison que le rayon émergent par rapport aux plans de réfraction, fut achromatisé par un prisme de verre à miroir de France de 6° 15′ tenu près de l'œil, lorsque les rayons incidents sur ce dernier furent inclinés vers la base du même. La réfraction au travers des deux prismes était zéro, c'est-à-dire que les deux prismes réfractèrent également; l'objet parut achromatique et contracté.

2e *expérience.* Avec les mêmes prismes. Le rayon incident sur le premier, étant incliné vers sa base, fut corrigé par le second, de la base duquel il s'approchait encore davantage. La réfraction était plus forte dans le premier prisme; l'objet parut contracté.

3e *expérience.* Les mêmes prismes changés mutuellement de place. Le rayon incident incliné vers l'arête du premier prisme fut achromatisé en tombant sur le second, sous une

incidence égale à l'émergence. La réfraction était nulle ; l'objet paraissait dilaté.

4ᵉ *expérience*. Les mêmes prismes. Le rayon incident encore plus incliné vers l'arête du premier, et corrigé en rencontrant le second sous une inclinaison plus grande vers l'arète. La réfraction était plus grande dans le second prisme ; l'objet paraissait dilaté.

5ᵉ *expérience*. Un prisme de verre blanc de Venise de 28° 12′ fut combiné avec un autre prisme de crown-glass de 20° 6′, ce dernier se trouvant le plus rapproché de l'œil. Quand l'incidence égalait l'émergence dans le prisme de verre de Venise, et que le rayon incident penchait vers la base du second prisme, les couleurs étaient compensées et l'objet paraissait contracté : la réfraction était alors plus forte dans le premier prisme. (1)

7ᵉ *expérience*. Dans deux prismes de même matière, le rayon incident, incliné vers la base du premier, se corrige en venant frapper le second sous une incidence qui le fait pencher vers la base de celui-ci. La réfraction est plus grande dans le premier prisme, et l'objet paraît contracté.

Le premier prisme demeurant immobile, si le second est incliné de manière à produire la même réfraction, mais qu'en même temps le rayon incident penche vers son arête, la dispersion de ce dernier prisme devient plus faible.

8ᵉ *expérience*. Les prismes restant les mêmes que dans l'expérience précédente, le rayon incident, incliné vers l'arête du premier, est corrigé par le second, lorsque ce rayon penche vers l'arête : l'objet est dilaté, et la réfraction plus forte dans le second prisme.

Le premier prisme restant fixe, et le second étant incliné, afin que le rayon qu'il reçoit penche vers sa base, à réfrac-

---

(1) Nous avons cru pouvoir supprimer quelques expériences qui ne servaient que de confirmation à celles qui précèdent.

tion égale dans les deux positions, la dispersion de la lumière est plus grande.

9ᵉ *expérience*. Dans deux prismes égaux et de même matière, sous des incidences égales, le rayon incliné vers les deux arètes est coloré à son émergence, et la dispersion est plus grande pour le prisme le plus rapproché de l'objet. L'image est dilatée.

Quoique la variabilité de la dispersion de la lumière dans un même milieu réfringent semble, au premier abord, un phénomène particulier indépendant des lois communes sur la production des couleurs dans le prisme, elle est cependant une conséquence immédiate de la théorie de la réfraction; et, si je la regarde comme une propriété *nouvelle* de la lumière, c'est uniquement parce qu'elle n'a jamais été observée par les physiciens. Pour faire voir comment on peut déduire de la théorie les résultats donnés par mes expériences, et principalement pour démontrer que des réfractions égales doivent produire des dispersions inégales, selon que le rayon incident penche vers la base ou vers l'arète du prisme, il suffira de calculer simplement les dispersions pour ces deux cas.

Supposons donc que sur un prisme de verre ABC (fig. 5) tombe perpendiculairement au plan AB un rayon blanc DE; à sa rencontre avec la face CB sous l'angle d'incidence FED (de 30°, par exemple), ce rayon se réfractera, pour émerger ensuite suivant ER et EV, ER dénotant la direction des rayons rouges ou des moins réfrangibles, et EV celle des rayons violets ou des plus réfrangibles. L'angle VER est donc l'angle de dispersion qu'il s'agit de déterminer. Or, en passant du verre dans l'air, le rapport des sinus d'incidence et de réfraction est de 50 à 77 pour les rayons rouges, et de 50 à 78 pour les rayons violets; d'où il suit que

$$\sin 30^\circ : \sin REH :: 50 : 77,$$
$$\sin 30^\circ : \sin VEH :: 50 : 78;$$

$$\sin REH = \frac{77 \cdot \sin 30^\circ}{50},$$

$$\sin VEH = \frac{78 \cdot \sin 30^\circ}{50},$$

et par conséquent

$$REH = 50^\circ\ 22',\ VEH = 51^\circ\ 16'.$$

L'angle de dispersion VER = VEH — REH est donc égal à 54'.

Supposons maintenant que, dans la même figure, un rayon RE de lumière blanche tombe sur la face CB du prisme sous le même angle d'incidence REH. En se réfractant, ce rayon se décomposera en rayons rouges, qui prendront évidemment la direction ED, et en rayons violets dirigés suivant EL. Arrivés au plan AB sous l'incidence ELG, ceux-ci émergeront en formant l'angle de réfraction QLM, qui représentera alors l'angle de dispersion.

Or l'angle REH étant de 50° 22',

on a $\sin 50^\circ\ 22' : \sin FEL :: 78 : 50;$

d'où $\sin FEL = \frac{50 \cdot \sin 50^\circ \cdot 22'}{78}$

et $FEL = 29^\circ\ 35'$.

par conséquent

$$LED = FED - FEL = 30^\circ - 29^\circ\ 35' = 25'.$$

Mais $ELG = LED = 25'$:

donc $\sin 25' : \sin QLM :: 50 : 78;$

ce qui donne $\sin QLM = \frac{78 \cdot \sin 25'}{50},$

et $QLM = 39'$.

Cette grande différence (de 15') entre les angles de disper-

sion QLM et VER fait voir combien la coloration doit être plus forte quand le rayon incident penche du côté de l'arète que lorsqu'il penche du côté de la base. Un prisme de flint-glass aurait donné une différence encore plus considérable. Pour exprimer d'une manière générale la différence de dispersion qui résulte de la différence d'incidence, désignons par

Δ l'angle sous lequel sont inclinés l'un sur l'autre le rouge extrême et le violet extrême, à leur émergence d'un prisme dont l'angle réfringent est a;

m le rapport de réfraction des rayons d'une réfrangibilité moyenne,

$m + dm$ le rapport de réfraction des rayons violets,

$m - dm$ celui des rayons rouges;

r l'angle de réfraction des rayons moyens à la première surface du prisme, c'est-à-dire à la plus rapprochée de l'objet;

r' l'angle analogue à la seconde surface.

Nous aurons alors pour valeur de Δ :

$$\Delta = \frac{2\, dm \,.\, \sin a}{\cos r \,.\, \cos r'}.$$

La démonstration de cette formule intéressante se trouve dans les *Recherches sur différents points de l'analyse infinitésimale* du père D. Gregorio Fontana, Pavie, 1793.

Or, si l'on dénote par i l'angle d'incidence correspondant à l'angle de réfraction r, on aura

$$\sin i : \sin r :: m : 1;$$

d'où

$$\sin r = \frac{\sin i}{m}.$$

Mais

$$\cos r = \sqrt{1 - \sin^2 r}:$$

donc, en substituant, il vient $\cos r = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 r}{m^2}}$;

et, puisqu'on a aussi $\cos r' = \sqrt{1 - \sin^2 r'}$,

il s'ensuit que

$$\Delta = \frac{2dm \cdot \sin a}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{m^2}} \sqrt{1 - \sin^2 r'}} = \frac{2mdm \cdot \sin a}{\sqrt{(m^2 - \sin^2 i)(1 - \sin^2 r')}}.$$

Cependant la réfraction totale au travers d'un prisme ne change pas si l'incidence première i devient la réfraction seconde r', et *vice versâ*. On sait, en effet, que la déviation totale égale $i + r' - a$. Mais, en faisant une pareille inversion, dans le cas où i n'égale pas r', la dispersion Δ varie, comme le prouve clairement la formule précédente. En outre m, et par conséquent m^2, surpassant l'unité, le produit $(m^2 - \sin^2 i)$ $(1 - \sin^2 r')$ sera d'autant plus grand que i surpassera davantage r' ; par conséquent, la valeur de Δ sera au-dessus de celle qui résulterait de l'hypothèse $i < r'$. Si l'on remarque que faire $i < r'$ n'est autre chose que supposer le rayon incident incliné vers l'arête du prisme, on reconnaîtra, par cette démonstration générale, la vérité du principe déjà énoncé relativement à la variabilité de la dispersion lorsque la lumière se réfracte plus d'une fois.

Pour nous rendre compte de la marche de la lumière réfractée par deux prismes, nous supposerons un rayon IS de lumière blanche (fig. 6), normal à la face DE d'un prisme DEF; puis, ayant mené PQ perpendiculaire à EF, nous indiquerons par SR la direction des rayons rouges réfractés, et par SV celle des rayons violets. Prenant un second prisme de la même matière que le précédent, et d'un angle A=E, nous le disposerons en sorte que le rayon rouge SR rencontre à angles droits le plan AB. Ce rayon, une fois parvenu à la face AC, sous l'incidence SRY=PSI, se réfractera sui-

vant RK, parallèlement à la direction primitive IS, puisque l'angle ISR doit égaler SRK. Mais il n'en sera pas de même pour le rayon violet SV, puisqu'il rencontre obliquement le plan AB; il s'inclinera, suivant OV, vers la perpendiculaire MN, pour aller émerger par l'autre face AC, en se réfractant suivant VT, et en s'écartant de la perpendiculaire LZ.

Reste encore à voir quelle inclinaison prend le rayon VT par rapport à RK, après avoir subi les déviations indiquées. C'est en comparant les directions des rayons rouges et violets qu'on reconnaîtra, maintenant que la réfraction totale des deux prismes est nulle, si les couleurs se dispersent ou non.

Pour faciliter cette comparaison, soit l'angle PSI=SRY=i, $m-dm:1$ le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction pour le rouge, $m+dm:1$ ce même rapport pour le violet, l'angle QSR=XRK=r, et l'angle QIV=v, on aura

$$\sin i : \sin r :: 1 : m-dm,$$

d'où $$\sin r = (m-dm)\sin i. \qquad \text{(I)}$$

Nommant ensuite Δ l'angle MOS=OSR, et Δ' l'angle VON, on obtiendra

$$\sin\Delta : \sin\Delta' :: m+dm : 1,$$

et, à cause de la petitesse des angles Δ et Δ',

$$\Delta : \Delta' :: m+dm : 1;$$

d'où l'on tire $$\Delta' = \frac{\Delta}{m+dm}.$$

Mais, si l'on pose OVZ=i', et LVT=v', on en déduira

$$i' = i - \Delta' = i - \frac{\Delta}{m+dm},$$

et, en outre, $$\sin\left(i - \frac{\Delta}{m+dm}\right) : \sin v' :: 1 : m+dm;$$

d'où il suit que

$$\sin v' = (m + dm) \sin\left(i - \frac{\Delta}{m + dm}\right). \qquad \text{(II)}$$

Calculant donc les angles r et v', c'est-à-dire XRK et LVT, au moyen des formules (I) et (II), on trouvera que le premier surpasse toujours le second : ainsi, les rayons violets n'émergeant point parallèlement aux rouges, il y aura dispersion sans que l'image du point lumineux, vu par l'intermédiaire des rayons rouges, soit déviée. Comme le rayon violet VT penche plus vers l'arête A que le rayon rouge RK, la dispersion sera plus forte pour le prisme DEF ; ce qui s'accorde parfaitement avec la neuvième expérience.

Pour en donner un exemple, supposons l'angle $i = 30°$, et les deux prismes de flint-glass. Comme, pour ce verre, $m = 1.580$, $dm = 0.015$, $\sin r = 1.565 \sin 30'$ et $r = 51° 29'$; d'ailleurs, comme $\sin i : \sin v :: 1 : m + dm$, c'est-à-dire que $\sin v = (m + dm) \sin i = 1.595 \sin 30°$, on en déduira

$$v = 52° 54',$$

d'où $\quad v - r = \Delta = 1° 25'$,

et, partant, $\sin v' = 1.595 . \sin\left(30° - \frac{1° 251}{1.595}\right)$;

d'où $\quad v' = 50° 54'$.

L'angle de dispersion $r - v'$, après le passage par les deux prismes, sera donc de 35', sans que l'image soit déplacée.

Si l'on conçoit que le prisme ABC tourne autour de son axe jusqu'à ce que le plan AB devienne parallèle à FE, il est aisé de voir que, dans une telle situation, les rayons RS et SV doivent, à leur émergence du plan AC, être parallèles entre eux et au rayon IS : alors donc la réfraction totale sera nulle, ainsi que la dispersion.

Observant ensuite que, dans ce cas, le faisceau de lumière

qui tombe sur le plan AB du second prisme penche vers la base BC, tandis que, dans le cas précédent, ce même faisceau penchait vers l'arète, on peut en conclure que la théorie et l'observation s'accordent à prouver que la dispersion dans un second prisme est plus grande quand le rayon qu'il reçoit penche vers la base que dans le cas opposé. Mais, pour se convaincre davantage de cette vérité, il suffit de considérer que, pour un seul prisme, on a démontré d'une manière générale que la dispersion est d'autant plus grande que le rayon incident penche davantage vers l'arète. Or, cette position du rayon incident correspond toujours à celle du rayon émergent incliné vers la base : par conséquent, en vertu du principe de réciprocité, si un rayon de lumière, décomposé par la réfraction d'un prisme, vient à rencontrer un second prisme opposé au premier, il sera dispersé en sens contraire; et il le sera le plus possible, s'il rencontre la première face du second prisme sous une inclinaison qui le rapproche de la base de ce dernier.

Il est clair maintenant que la théorie ordinaire des couleurs suffisait pour démontrer, avec la plus grande facilité, que la réfraction achromatique n'exige pas absolument plus d'une substance réfringente. Cependant, quoique cette théorie ait été cultivée par tant de grands mathématiciens et d'opticiens célèbres, depuis Newton jusqu'à nos jours, la propriété que j'ai signalée non seulement était restée inconnue, mais elle était même jugée impossible, comme elle le serait encore si quelques expériences que j'avais entreprises dans un autre but ne me l'eussent fait découvrir. C'est un exemple de plus à ajouter à tant d'autres, pour faire voir qu'en physique l'expérience ne se laisse pas toujours devancer par la théorie pour dévoiler toutes les circonstances qui accompagnent un phénomène donné.

—

14. *Sur la construction des objectifs achromatiques* (numéro 471).

—

M. J.-J. Littrow, directeur de l'Observatoire de Vienne, a inséré dans la *Connaissance des temps* pour l'année 18 un mémoire sur le calcul des objectifs achromatiques, que l'on pourra consulter avec fruit. On trouve un autre mémoire du même auteur sur les objectifs doubles, dans la seconde partie du tome 3 des *Mémoires de la société astronomique* de Londres.

Un des principaux obstacles à la construction des grandes lunettes achromatiques provient de la difficulté d'obtenir des morceaux de verres d'une certaine étendue qui soient exempts d'imperfections. Malgré les efforts successifs de plusieurs grands artistes, parmi lesquels il convient de citer particulièrement Guinand, on n'est parvenu à fondre, jusqu'à présent, que quelques disques parfaits qui excédassent les lunettes ordinaires. Dans la vue de remédier à ces inconvénients, la Société royale nomma, en 1824, un comité de plusieurs savants chargés de faire des essais sur cet important sujet : on peut voir les résultats de leurs travaux dans un mémoire que M. Faraday, membre de ce comité, a inséré dans le volume des *Transactions philosophiques* de la Société royale de Londres, pour 1830. On y verra les procédés de fabrication de plusieurs nouveaux genres de verre, comme de borate de plomb et de borosilicate de plomb. Ces verres sont mous et susceptibles de s'altérer à l'air. Nous n'avons pas appris qu'on les ait, jusqu'ici, employés à la construction des lunettes astronomiques.

—

15. *Sur les lunettes achromatiques à lentille fluide de M. Barlow* (numéro 477).

M. Barlow a poussé très loin les recherches du docteur Blair sur les lunettes achromatiques à lentille fluide. Il y a plusieurs années qu'il est parvenu à construire, en combinant ensemble deux objectifs, dont l'un contient du liquide, une lunette de 7.8 pouces d'ouverture, et supportant un grossissement de 700 fois. Le principal avantage de ces lunettes est de réduire de beaucoup la longueur de la distance focale. Ce savant m'écrivait en 1832 :

« Je m'occupe à raccourcir la distance focale autant que possible. Déjà je suis parvenu à 8 pouces d'ouverture, avec une longueur focale de 8 pieds 8 pouces, et toutes mes corrections, quant à l'aberration de réfrangibilité, me paraissent parfaitement exactes ; mais il y a encore un léger défaut dans la netteté des images, qui peut être corrigé. Le principe de la construction est le suivant : la lentille objective se compose de deux lentilles plano-convexes de crown-glass, ayant chacune leur convexité dirigée vers l'objet ; le foyer de chacune d'elles est à 200 pouces, et conséquemment à 100 pouces pour leur système combiné. Cette double lentille a pour objet de réduire l'aberration sphérique avant que les rayons ne parviennent à la lentille fluide. Cette dernière lentille est placée, comme dans ma première lunette, à la moitié de la distance focale, c'est-à-dire à 50 pouces ; elle est construite de manière que les rayons, après avoir traversé la première lentille, viennent tomber perpendiculairement sur sa surface antérieure, et se trouvent ainsi perpendiculaires à la surface de sortie, et de manière que toute la correction pour les cou-

leurs et l'aberration s'opère pendant le passage des rayons. En passant du verre au verre à travers le fluide, ni couleur ni aberration ne peuvent avoir lieu à la première ou à la seconde surface, les rayons éprouvant aussi le minimum de réfraction. J'ai de fortes raisons pour espérer que l'expérience me sera très favorable ; mais, comme je l'ai dit, je ne suis pas encore entièrement content de la netteté des images. Cependant je distingue bien des étoiles doubles, très difficiles à observer, etc. »

On renferme de la manière suivante le liquide (le sulfure de carbone) dans l'intérieur de la lentille : après avoir déterminé par des essais successifs la position la plus convenable pour les verres qui doivent former la lentille, on expose ces verres, avec l'anneau sur lequel ils s'appuient de manière à se fermer bien hermétiquement, à une température artificielle qui dépasse la plus élevée à laquelle on soit dans le cas d'observer. On maintient quelque temps à cette température le liquide dont on remplit la cavité de la lentille ; puis, après avoir fermé le tout, on produit par l'évaporation un froid soudain, et par suite une condensation du liquide, en même temps qu'une pression extérieure de l'air qui agit pour empêcher la séparation des verres. Il se forme naturellement à l'intérieur de la lentille un petit vide qui se remplit par la vapeur du liquide. La pression de l'air, moins celle de cette vapeur, est une force qui agit constamment à l'extérieur pour tenir les verres serrés l'un contre l'autre : on soude alors les bords extérieurs avec le serum du sang humain ou avec de la colle de poisson et de petites lames de plomb bien flexibles.

Dans le tome 4, 2e partie, des *Mémoires de la société astronomique* de Londres, on trouve un mémoire de M. Littrow sur le calcul des objectifs fluides de M. Barlow. Ce dernier savant a inséré lui-même dans les *Transactions philosophiques* de Londres plusieurs mémoires sur ses nouvelles lunettes.

—

16. *Sur une nouvelle analyse du spectre solaire* (numéro 506).

—

Sir D. Brewster a répondu, dans le *Journal d'Édimbourg pour les sciences*, n° X (1), aux objections faites par sir J. Herschel contre ses opinions sur l'analyse du spectre, opinions qu'il résume de la manière suivante :

1° La lumière blanche est composée de *trois* couleurs simples, le *rouge*, le *jaune* et le *bleu*, par le mélange desquelles les autres couleurs sont formées.

2° Le spectre solaire produit soit par des prismes de substances transparentes, soit par des rainures pratiquées dans des surfaces métalliques et transparentes, se forme de *trois spectres d'égale longueur, qui commencent et se terminent aux mêmes points ;* savoir, un spectre rouge, un jaune et un bleu.

3° Toutes les couleurs du spectre solaire sont *composées*, chacune d'elles se formant de lumière rouge, jaune et bleue, en diverses proportions.

On peut voir dans la figure 7 la combinaison des trois spectres. Les ordonnées $a\,x$, $b\,x$, $c\,x$, des différentes courbes, représentent l'intensité des rayons rouge, jaune et bleu, à un certain point du spectre. La distance M x étant la même dans les trois spectres, les ordonnées $a\,x$, $b\,x$, $c\,x$, indiqueront la nature et l'intensité de la couleur à un certain point x

(1) On trouve la traduction de cet article dans la *Bibliothèque universelle*, juin 1832.

du spectre rouge : ainsi soient,

$$\begin{aligned} \text{l'ordonnée pour la lumière rouge, } ax &= 30 \text{ rayons,} \\ \text{jaune, } bx &= 16 \\ \text{bleue, } cx &= \ \ 2 \\ \hline ax+bx+cx &= 48 \text{ rayons,} \end{aligned}$$

le point x sera éclairé par 48 rayons ; savoir, 30 de lumière rouge, 16 de jaune et 2 de bleue.

Maintenant, poursuit sir D. Brewster, il doit y avoir certaines quantités de lumières rouge et jaune, qui formeront du blanc lorsqu'elles seront combinées avec 2 rayons bleus. Supposons que cette lumière blanche, dont l'intensité est 10, se forme de 3 de rouge, 5 de jaune et 2 de bleu ; il s'ensuit que le point x est éclairé par :

$$\begin{aligned} \text{rayons rouges, } & 27, \\ \text{rayons jaunes, } & 11, \\ \text{lumière blanche, } & 10, \\ \hline & 48 ; \end{aligned}$$

ce qui revient à dire qu'en x la teinte sera orangée, rendue plus brillante par le mélange de la lumière blanche : par conséquent les deux rayons bleus qui entrent dans la composition de la lumière en x ne donneront aucune teinte bleue à la couleur dominante en ce point.

Si le point x est pris plus près de M, et si en ce point les rayons bleus sont plus nombreux, relativement aux jaunes, que dans le rapport de 2 à 5 ; si, par exemple, ils sont avec ceux-ci dans le rapport de 3 à 5, alors il y aura un rayon bleu de plus que ce qui est nécessaire pour faire la lumière blanche avec les 5 jaunes et les 3 rouges. Ce rayon bleu donnera une teinte bleue à cette partie du spectre, ou modifiera la couleur particulière de la lumière rouge pure. De la même manière, l'extrémité bleue du spectre peut avoir sa couleur

propre, modifiée par un excès de rayons rouges, de manière qu'elle soit convertie en lumière violette : c'est ainsi que peut s'expliquer la présence de la teinte de lumière rouge à l'extrémité bleue du spectre, et de celle de lumière bleue à l'extrémité rouge ; et cela lors même que la branche B M, la moins réfrangible de la courbe bleue, est partout comprise en dedans de la branche J M, la moins réfrangible de la courbe jaune, et que la branche R N, la plus réfrangible de la courbe rouge, est partout comprise en dedans de la branche J N, la plus réfrangible de la courbe jaune. Dans cette hypothèse, l'excès de la lumière bleue sur la jaune commencera à modifier l'espace rouge, au point où les ordonnées bx, cx, sont dans le rapport de 2 à 5, qui est celui dans lequel ces rayons forment la lumière blanche, et l'excès de la lumière rouge sur la jaune commencera à modifier l'espace bleu au point où les ordonnées des deux branches rouge et jaune les plus réfrangibles sont dans le rapport de 3 à 5, qui est celui dans lequel ces rayons concourent à former la lumière blanche. Mais il n'est pas improbable que la branche bleue B M peut actuellement couper la branche jaune J M en un point *m*, comme le montre la figure 8, et de même que la branche rouge R N peut couper la branche jaune J N, de manière que les ordonnées bleues dans un cas et les ordonnées rouges dans l'autre surpassent les ordonnées jaunes partout au-delà des points d'intersection *m* et *n*. S'il était prouvé qu'il en fût ainsi, il en résulterait qu'en *n* et au-delà de *n* le rouge reparaîtrait, comme en effet cela a lieu, et par sa prédominence convertirait en violet l'extrémité bleue comprise entre *n* et N.

Dans chaque partie d'un spectre ainsi formé il existe nécessairement trois couleurs différentes, qui par leur mélange forment une teinte composée ; et, comme les trois rayons diversement colorés ont en chaque point la même réfrangibilité, il est impossible de les séparer, ou d'analyser la teinte composée, par la réfraction prismatique. Cependant, en

transmettant cette teinte composée au travers de corps transparents solides ou liquides, qui absorbent un ou plusieurs des rayons simples et laissent passer les autres, nous pouvons mettre en évidence un ou plusieurs de ces rayons séparément, ou obtenir comme résidu une couleur qui indique la présence de rayons dont l'existence ne saurait être inférée de la couleur originale de la teinte composée. Si, par exemple, nous transmettons le rayon composé au point x (fig. 7), au travers d'un milieu absorbant qui retienne 27 rayons rouges, nous obtiendrons comme teinte transmise une composition de 11 rayons jaunes et 10 de lumière blanche, c'est-à-dire un jaune brillant; si nous transmettons de nouveau cette lumière au travers d'un milieu qui absorbe 11 rayons jaunes, nous obtiendrons une lumière blanche pure, formée de 3 rayons rouges, 5 jaunes et 2 bleus : cette lumière blanche offrira la singulière propriété d'une lumière homogène, savoir, celle d'être indécomposable par le prisme, et par conséquent d'être admirablement appropriée aux usages les plus délicats de la vision. L'existence d'une semblable lumière n'a jamais été même supposée, et sa séparation en un point du spectre devient une preuve de l'existence en ce point de rayons rouges, jaunes et bleus, d'égale réfrangibilité.

Ayant ainsi donné une idée générale de la disposition que j'ai reconnue dans le spectre, je vais maintenant procéder à la démonstration expérimentale de laquelle je l'ai déduite.

Il résulte de la simple inspection des espaces colorés que la lumière rouge existe dans les divisions rouge, orangée et violette du spectre; mais, d'après les mesures de Fraunhofer, ces trois divisions occupent 190 parties de la longueur totale du spectre, celle-ci en contenant 360 : ainsi les rayons rouges se trouvent dans plus de la moitié du spectre total. Si nous examinons les espaces bleu et indigo au travers de certains liquides jaunes, tels que l'huile d'olive, ils prennent une teinte violette bien distincte : en sorte que ces liquides doivent avoir absorbé quelques rayons qui avaient neutralisé ou masqué le

rouge. La lumière rouge existe donc dans les espaces bleu et indigo; et, comme je montrerai bientôt que la lumière blanche, qui renferme nécessairement le rouge, peut être séparée des espaces vert et jaune, il s'ensuit que la lumière rouge existe dans les 7 espaces colorés qui partagent le spectre.

La couleur jaune se retrouve distinctement à l'œil dans les espaces orangé, jaune et vert, qui en occupent 77 parties dans le spectre, sa longueur totale étant de 360 parties. Lorsqu'on examine le spectre avec un verre bleu foncé, la lumière verte est vue distinctement en F, qui est l'une des lignes de Fraunhofer; et, comme une oublie verte de gélatine transparente produit une bande blanchâtre au-delà de F et dans l'espace bleu, il est clair qu'une certaine portion de lumière jaune doit s'y trouver. Nous avons déjà vu que l'action de l'huile d'olive dans les espaces bleu et indigo est d'absorber certains rayons et de laisser une teinte violette. Ces rayons ne peuvent pas être rouges, et ils ne sont pas bleus, parce que le blanc enlevé du bleu ne laisserait pas du violet : ils doivent donc être une petite portion de rayons jaunes qui, formant du blanc avec le rouge et une portion de bleu, ont pour effet d'affaiblir la teinte bleue prédominante. L'existence simultanée des rayons jaunes et rouges dans les espaces bleu et indigo peut être déduite d'une autre expérience. Si nous transmettons le spectre au travers d'une certaine épaisseur d'une solution bleue du sulfate de cuivre et d'ammoniaque, les espaces bleu et indigo paraissent être fort affaiblis par la lumière blanche, c'est-à-dire que le bleu paraît être mêlé avec le rouge et le jaune. Maintenant, si cette lumière bleue, qui paraît être affaiblie, était un bleu pur et homogène qui ne contînt ni rayons rouges ni rayons jaunes, elle ne subirait pas plus de diminution en passant au travers d'une épaisseur additionnelle de sulfate de cuivre et d'ammoniaque que ne le ferait de la lumière blanche en passant au travers de la même épaisseur de cristal ou d'eau pure, c'est-à-dire qu'elle ne subirait aucun changement appréciable. Mais, en passant au travers de la solution

de cuivre, le bleu devient promptement plus foncé et moins blanc; ce qui ne peut provenir que de l'absorption des rayons rouges et jaunes, qui lui donnaient une apparence de blancheur. Pour bien saisir la force de cet argument, il faut considérer que, bien qu'un liquide rouge ou bleu foncé paraisse opaque par rapport à la lumière blanche, dont il absorbe tous les rayons, sauf les rouges ou les bleus, cependant il peut être regardé comme parfaitement transparent par rapport à la lumière bleue ou rouge, qu'il traverse librement. Rien n'est plus remarquable, pour ceux qui font l'expérience pour la première fois, que l'imperceptible diminution d'intensité que subit un rayon de lumière rouge homogène en passant au travers d'une grande épaisseur d'un liquide rouge, particulièrement quand le rayon primitif est produit par la transmission au travers du même liquide rouge : c'est pour cela que la couleur d'un verre de vin rouge est presque aussi foncée que celle du vin contenu dans la partie la plus large du flacon.

Un grand nombre d'expériences démontrent que la lumière jaune existe dans toutes les parties de l'espace rouge du spectre. En se servant d'un prisme de vin d'Oporto de 30°, ou en regardant le spectre au travers d'une certaine épaisseur de baume de soufre, de baume du Pérou, de poix, ou de mica rouge, on peut voir directement la lumière jaune à la ligne marquée C par Fraunhofer, qui est assez avancée dans l'intérieur de l'espace rouge; et pour l'action absorbante de ces quatre dernières substances, la totalité de l'espace rouge prend une teinte jaunâtre, provenant de l'absorption de la lumière bleue. Le même effet est produit, mais d'une manière moins frappante, lorsqu'on transmet la lumière de l'espace rouge au travers de certaines oublies transparentes, jaunes, orangées et vertes, qui, absorbant toutes de la lumière bleue, donnent à tout l'espace rouge une teinte orangée, c'est-à-dire contenant de la lumière jaune. A l'appui de l'opinion qu'il existe des rayons jaunes

dans toutes les parties d'espace rouge, je puis citer une expérience accidentelle de sir W. Herchel (1), qui eut l'occasion de voir le spectre prismatique réfléchi par du cuivre poli. « La couleur du cuivre, dit-il, donne aux rayons rouges l'apparence de l'orangé et la couleur orangée est aussi différente de ce qu'elle doit être. » Il résulte de ces observations que la lumière jaune doit se distinguer dans tous les espaces colorés, sauf le violet, où je n'ai pu encore la trouver; mais cela ne peut nous surprendre, si nous prenons en considération la grande faiblesse des rayons violets, et la facilité avec laquelle ils sont absorbés par des milieux de presque toutes les couleurs. Le sulfate de cuivre et d'ammoniaque bleu foncé même absorbe presque la totalité de l'espace violet, et le vert bleu azuré à peu près la moitié, en sorte qu'il est extrêmement difficile de le soumettre à l'action partielle des meilleurs absorbants.

Il est évident, même pour l'œil, que la lumière bleue existe dans les espaces violet, indigo, bleu et vert, qui occupent 247 sur 360 parties du spectre, c'est-à-dire plus des deux tiers de sa totalité. Quand les rayons les plus refrangibles sont absorbés par une certaine épaisseur de baume de soufre, de baume du Pérou, de poix, ou de mica rouge, le bleu mêlé avec le jaune et formant le vert peut être distingué très près de la ligne C de Fraunhofer, qui est fort avancée dans l'espace rouge. L'existence du bleu dans tout l'espace rouge est démontrée par les mêmes arguments que ceux dont on s'est servi pour la lumière jaune : car quand l'espace rouge prend une teinte orangée par l'action absorbante de certains milieux jaunes, orangés et verts, ce changement ne peut être dû qu'à l'absorption de la lumière bleue.

Ayant ainsi prouvé que la lumière rouge, jaune et bleue,

---

(1) *Philos. trans.*, 1800, t. XC, p. 255.

existe dans presque toutes les parties du spectre, je vais confirmer cette opinion en montrant que la lumière blanche peut être partout séparée du reste.

Quand nous regardons le spectre au travers d'un verre bleu d'une certaine épaisseur, nous isolons l'espace jaune, qui paraît alors d'une teinte très riche. Si l'on augmente l'épaisseur du verre, ce jaune composé prend la teinte pâle, couleur de paille, de la flamme monochromatique produite par la combustion de l'alcool et de l'eau, ou d'une solution alcoolique de sels. Une épaisseur encore plus grande du verre produit une bande d'un blanc verdâtre, qui devient d'un blanc rougeâtre si l'on change le bleu du verre. Si maintenant on mêle une solution de sulfate de cuivre, qui agit sur les rayons du côté rouge de l'espace jaune, avec de l'encre rouge délayée, qui agit sur les rayons du côté bleu du même espace, on réduira les rayons de cet espace jaune à une lumière presque blanche, avec une légère teinte de vert quand le sulfate de cuivre est en excès, et une légère teinte de rouge quand c'est l'encre rouge. La séparation de la lumière blanche peut très bien être effectuée au moyen de quelques verres bleus azurés; et dans quelques cas, la pureté de la lumière peut être augmentée par une solution de sulfate de cuivre et de fer, ou même par un verre vert. La lumière blanche mise en évidence peut être rendue jaune par le moyen d'une oublie jaune transparente, qui absorbe quelques uns de ses rayons bleus, et elle peut être rendue verte par une oublie verte transparente, qui absorbe quelques uns de ses rayons rouges.

Il résulte de ces expériences que la lumière blanche, composée de rayons rouges, jaunes et bleus, existe dans les parties les plus lumineuses du spectre, et peut être séparée par l'absorption de la portion de lumière jaune, ou d'autre couleur, qui excède ce qui est nécessaire pour former la lumière blanche. Un prisme d'un grand pouvoir dispersif ayant été employé, ce fut une chose singulière et particulièrement in-

téressante que de voir, pour la première fois, un rayon de lumière blanche formé de rayons rouges, jaunes et bleus, d'égale réfrangibilité, et ne pouvant être analysé par la réfraction prismatique.

Ce qui précède ne contient que quelques unes des nombreuses expériences que j'ai faites sur l'action absorbante des cristaux naturels et artificiels, et de divers liquides et solides non cristallisés qui sont teints d'une couleur naturelle. J'en ai fait, dans le courant de l'hiver (1831), quelques autres sur les sucs colorés de quelques plantes de serres, que M. Forbes avait eu la bonté de préparer pour moi, et je m'attendais à obtenir par ce moyen, dans le courant de l'été, une séparation plus frappante de quelques unes des couleurs simples que celle que j'avais effectuée précédemment avec les substances dont je pouvais disposer. Impatient, toutefois, de procéder aux expériences, j'ai essayé de suppléer jusqu'à un certain point à ces liquides absorbants, par un principe subsidiaire d'analyse, qui dans ses applications pratiques a surpassé mes plus grandes espérances, et m'a fourni les moyens non seulement d'analyser les corps naturels, mais de déterminer les causes qui ont donné naissance à ces couleurs. L'exposition de ce principe et de quelques autres de ses applications, sera l'objet de mémoires spéciaux, et je me bornerai pour le moment à cette seule remarque : c'est qu'en appliquant cette méthode d'absorption à la décomposition des rayons solaires, j'ai été à même de séparer la lumière blanche dans l'espace orangé et dans l'espace vert, et j'ai obtenu ainsi la preuve la plus complète de l'analyse particulière de la lumière blanche que j'avais pour but d'établir dans ce mémoire.

Par le moyen de cette analyse, nous pouvons maintenant expliquer le phénomène observé par ceux qui sont insensibles à certaines couleurs particulières. Les yeux de ces personnes sont aveugles pour la lumière rouge; et quand nous soustrayons tous les rayons rouges d'un spectre formé comme nous

l'avons décrit plus haut, il n'y reste que deux couleurs, le bleu et le jaune, les seules que perçoivent ceux qui ont cette défectuosité dans la vision. De pareils yeux voient toujours de la lumière dans l'espace rouge, mais cette lumière provient de ce qu'ils sont sensibles aux rayons jaunes et bleus qui sont mêlés avec la lumière rouge.

De là la lumière bleue sera vue à la place du violet, et un jaune verdâtre se montrera dans les espaces orangé et rouge, ou, ce qui revient au même, le spectre sera composé uniquement des spectres jaune et bleu représentés dans les fig. 7 et 8. Le fait physiologique et le principe d'optique sont par conséquent parfaitement d'accord; le dernier donne une explication précise du premier, et celui-ci fournit une confirmation nouvelle et inattendue de l'autre.

---

17. ***Sur les couleurs des différentes flammes, sur les spectres qu'elles produisent quand on les analyse au moyen du prisme, et sur les raies dans le spectre formé par la lumière après son passage par les gaz*** (numéro 520).

—

« La flamme de cyanogène, quand on l'observe à travers une étroite ouverture, présente une teinte pourpre bordée d'un jaune verdâtre. Lorsqu'on l'observe à travers un prisme, elle forme un spectre divisé d'une manière tout-à-fait particulière en différentes parties limitées par plusieurs bandes obscures; ces bandes partagent assez uniformément l'étendue du spectre, et les parties lumineuses présentent toutes à peu près la même intensité d'éclat. Cette flamme nous a été montrée, à M. Talbot et à moi, par M. Faraday. »

« La flamme des feux rouges (*red fire*) qu'on emploie au

théâtre (on la produit en brûlant du nitrate de strontiane) présente deux teintes rouges brillantes. Le spectre qu'elle forme au moyen du prisme offre de nombreuses solutions de continuité; mais la circonstance la plus remarquable est la formation d'une ligne extrêmement brillante d'un bleu vif, et absolument distincte de tout le reste. »

« La flamme du potassium qui brûle dans l'iode donne encore un spectre d'une forme singulièrement remarquable. »

« La lumière provenant d'un homard qui approche de l'état de putréfaction est d'un vert bleuâtre. Analysée au moyen du prisme, elle donne un spectre dont l'éclat est trop faible pour qu'on puisse distinguer quelque différence de couleur entre le milieu et les extrémités. »

Les observations qui précèdent nous ont été obligeamment communiquées par sir J. Herschel.

Sir D. Brewster avait annoncé en 1832 la découverte d'une série de raies fixes dans le spectre formé par la lumière, après son passage par le gaz acide nitrique. (Voyez page 347.)

M. le professeur Miller a communiqué à l'assemblée de l'association britannique à Cambridge les résultats d'expériences semblables qu'il a faites avec M. Daniell sur différents autres gaz. Dans ces expériences, la lumière d'une lampe à gaz, après avoir passé à travers un vase rempli de la vapeur soumise à l'examen, était rendue convergente sur une ligne focale, en interposant un tube rempli d'eau : la ligne de lumière ainsi obtenue était vue à travers un prisme, avec l'aide d'une petite lunette attachée au prisme, dans une position telle que les rayons accidentels et émergents faisaient des angles égaux avec la première et la seconde faces du prisme.

Lorsque l'air du vase fut légèrement coloré par de la vapeur de brome, on vit la totalité du spectre occupée par plus de cent lignes à égale distance les unes des autres. Quand la vapeur devint plus dense, l'extrémité du spectre disparut et les lignes devinrent plus fortes dans la partie rouge.

Quand on fit passer la lumière à travers de la vapeur d'iode, on vit une série de raies équidistantes ressemblant exactement à celles qui avaient été remarquées pour la vapeur de brome ; analogie nouvelle et inattendue entre ces deux substances. La densité de la vapeur d'iode ne parut avoir aucun effet sensible sur l'étendue visible du spectre ni sur la largeur des lignes.

En passant à travers la vapeur de chlore, l'extrémité bleue du spectre disparut, sans qu'on ait remarqué aucune ligne. Cette observation ne doit cependant pas faire conclure en général l'absence de lignes, parce que, dans cette circonstance, l'appareil n'était pas très soigneusement ajusté.

La vapeur d'euchlorine produisit un certain nombre de lignes larges, mais à des intervalles irréguliers, et seulement dans la partie du spectre qui est amortie par le chlore.

La vapeur d'indigo fut essayée ensuite, mais sans produire aucune ligne. Le peu de différence qu'il y a entre la température à laquelle l'indigo se décompose et celle à laquelle il se volatilise rend d'ailleurs difficile d'obtenir assez de vapeur pour donner un résultat décisif dans ce cas.

---

18. *Sur l'emploi d'une formule générale propre à résoudre les différentes questions d'optique* (numéro 528).

—

M. Hamilton, directeur de l'Observatoire de Dublin, a présenté une formule très élégante et très générale qui renferme en quelque sorte la solution de toutes les questions d'optique. Le principe fondamental sur lequel reposent ses recherches réside dans l'existence d'une *fonction caractéristique*, à la considération de laquelle peut être ramenée toute question concernant les systèmes optiques de rayons.

L'auteur définit en général cette fonction de la manière suivante :

$$V = \int v ds = \text{fonct}(x, y, z, x', y', z', \psi). \qquad (1)$$

Dans cette expression, x, y, z, sont les coordonnées rectangulaires du point final d'une trajectoire lumineuse ou d'un rayon ordinaire ou extraordinaire, et polygone ou courbe ; x', y', z', sont les coordonnées du point initial de la même trajectoire ; ψ est une certaine mesure numérique de la couleur de la lumière, et l'intégrale $\int v ds$ est celle qui entre dans la loi connue de la moindre action,

$$\delta \int v ds = 0. \qquad (2)$$

Ce qui particularise les recherches de M. Hamilton à l'égard de cette intégrale, c'est qu'il la considère comme dépendante des coordonnées variables de ses limites, et de la couleur de la lumière ; au lieu que, dans les idées ordinaires, qui ont conduit à la loi connue exprimée par l'équation (2), les coordonnées extrêmes et la couleur sont considérées comme constantes, et seulement les points intermédiaires de la réflexion ou réfraction graduelle ou subite sont supposés varier. La conséquence fondamentale qu'il a déduite sous ce point de vue est que les *directions extrêmes* de la trajectoire pour laquelle la lumière d'une couleur quelconque passe d'un point initial x', y', z', à un point final x, y, z, après un système quelconque de réflexions ou de réfractions au moyen de miroirs, de lentilles ou d'atmosphères, *peuvent être déduites, par des méthodes régulières, des coëfficients différentiels partiels de la fonction caractéristique* V, pris par rapport aux coordonnées extrêmes.

Équations générales, formule fondamentale.

Les équations générales de M. Hamilton, pour obtenir la

direction finale d'une trajectoire lumineuse, sont les suivantes :

$$\frac{\delta V}{\delta x}=\frac{\delta v}{\delta \alpha},\ \frac{\delta V}{\delta y}=\frac{\delta v}{\delta \beta},\ \frac{\delta V}{\delta z}=\frac{\delta v}{\delta \gamma}. \tag{3}$$

Dans ces équations, α, β, γ, sont les cosinus des inclinaisons de l'élément final ds du rayon lumineux, avec les demi-axes positifs des coordonnées rectangulaires x, y, z; de manière que

$$\alpha=\frac{dx}{ds},\ \beta=\frac{dy}{ds},\ \gamma=\frac{dz}{ds}, \tag{4}$$

et par conséquent

$$\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=1. \tag{5}$$

v a la même valeur que dans la formule connue (2), et on la suppose exprimée avant la différentiation en fonction homogène de α, β, γ, de la première dimension, préparation qui est toujours possible, en raison de la relation (5). Le symbole de la différentiation ou variation δ est pris dans un sens plus général que d, et se rapporte à tout changement arbitraire infiniment petit; tandis que le symbole d est restreint, dans les équations précédentes, à ces changements particuliers qui naissent du mouvement dans un rayon lumineux. Pour la direction initiale d'un pareil rayon, l'auteur a les équations suivantes :

$$\frac{\delta V}{dx'}=-\frac{\delta v'}{d\alpha'},\ \frac{\delta V}{\delta y'}=-\frac{\delta v'}{d\beta'},\ \frac{\delta V}{dz'}=-\frac{\delta v'}{\delta \gamma'}. \tag{6}$$

Les quantités accentuées se rapportent à l'état initial. Les équations finales et initiales peuvent être succinctement comprises dans les *formules fondamentales* qui suivent :

$$\text{(A)}\quad \delta V=\delta\int v ds=\frac{\delta v}{\delta \alpha}\delta x-\frac{\delta v'}{\delta \alpha'}\delta x'+\frac{\delta v}{\delta \beta}\delta y-\frac{\delta v'}{\delta \beta'}\delta y'+\frac{\delta v}{\delta \gamma}\delta z-\frac{\delta v'}{\delta \gamma'}\delta z'.$$

Dans le *premier supplément* des Mémoires de M. Hamilton, publié dans la première partie du seizième volume des Transactions de l'Académie royale d'Irlande (Dublin, 1830), l'auteur a donné une démonstration générale de la formule fondamentale (A), ou des équations générales (3) et (6) qui y sont renfermées, et qu'on en déduit par le calcul des variations, d'après la loi connue de la moindre action. Nous nous bornerons à faire comprendre la valeur et l'usage de ces équations dans les cas simples, mais très étendus, de la combinaison de milieux ordinaires et uniformes, tels que l'air, le verre ou l'eau.

Cas des milieux ordinaires et uniformes.

Dans le cas très étendu qui embrasse toute la théorie des instruments optiques ordinaires, la formule fondamentale (A) se réduit d'elle-même à la suivante :

$$\text{(B)} \qquad \delta V = \mu(\alpha\delta x + \beta\delta y + \gamma\delta z) - \mu'(\alpha'\delta x' + \beta'\delta y' + \gamma'\delta z'),$$

μ étant l'index de la réfraction du milieu ordinaire final, et μ' étant celui du milieu initial ; tandis que la fonction caractéristique V est représentée par une équation de la forme

$$V = \Sigma\mu\rho, \qquad (7)$$

ou

$$V = \mu'\rho' + \mu_1\rho_1 + \mu_2\rho_2 + \mu_3\rho_3 \ldots + \mu_{n-1}\rho_{n-1} + \mu\rho, \qquad (8)$$

c'est-à-dire

$$\left.\begin{aligned} V = \ & \mu'\sqrt{(x_1 - x')^2 + (y_1 - y')^2 + (z_1 - z')^2} \\ & + \mu_1\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \\ & + \mu_2\sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 + (z_3 - z_2)^2} \\ & + \ldots \\ & + \mu\sqrt{(x - x_n)^2 + (y - y_n)^2 + (z - z_n)^2}, \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

les lettres

$$\rho', \rho_1, \rho_2, \rho_3 \ldots \rho_{n-1}, \rho,$$

désignant les portions droites successives de tout le rayon lumineux dans sa marche; tandis que

$$\mu', \mu_1, \mu_2, \mu_3 \ldots \mu_{n-1}, \mu,$$

sont les indices de la réfraction des milieux dans lesquels se trouvent ces portions; les coordonnées

$$x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2 \ldots x_i, y_i, z_i \ldots x_n, y_n, z_n,$$

sont celles des n points successifs de réflexion ou de réfraction; elles sont liées entre elles par les n équations

$$u_1 = 0, \ u_2 = 0 \ \ldots \ u_i = 0 \ \ldots \ u_n = 0, \qquad (10)$$

des surfaces réfléchissantes ou réfringentes, et sont fonctions des coordonnées initiales et finales $x', y', z'; x, y, z$, de toute la trajectoire déterminé par la loi de la moindre action. Dans le fait, cette loi donne, dans le cas des milieux ordinaires et uniformes que nous considérons, n équations

$$\delta_i \Sigma \mu \rho = \lambda_i \delta u_i, \qquad (11)$$

δ_i se rapportant aux variations des coordonnées x_i, y_i, z_i, du point i^{me} de réflexion ou de réfraction, qui sont liées par l'équation (10)

$$u_i = 0$$

de la i^{me} surface réfléchissante ou réfringente, et par rapport au multiplicateur λ_i. Nous pouvons décomposer chaque équation de la forme (11) en trois autres, savoir :

$$\frac{\delta \Sigma \mu \rho}{\delta x_i} = \lambda \frac{\delta u_i}{\delta x_i}, \quad \frac{\delta \Sigma \mu \rho}{\delta y_i} = \lambda_i \frac{\delta u_i}{\delta y_i}, \quad \frac{\delta \Sigma \mu \rho}{\delta z_i} = \lambda_i \frac{\delta u_i}{\delta z_i}, \qquad (12)$$

qui donnent par élimination

$$\frac{\mu_i\frac{\delta\rho_i}{\delta x_i}+\mu_{i-1}\frac{\delta\rho_{i-1}}{\delta x_i}}{\frac{\delta u_i}{\delta x_i}}=\frac{\mu_i\frac{\delta\rho_i}{\delta y_i}+\mu_{i-1}\frac{\delta\rho_{i-1}}{\delta y_i}}{\frac{\delta u_i}{\delta y_i}}=\frac{\mu_i\frac{\delta\rho_i}{\delta z_i}+\mu_{i-1}\frac{\delta\rho_{i-1}}{\delta z_i}}{\frac{\delta u_i}{\delta z_i}}; \quad (13)$$

et les $2n$ équations de la forme (13), combinées avec les n équations (10), sont en général suffisantes pour déterminer les $3n$ coordonnées des n points de réflexion ou de réfraction en fonction des coordonnées extrêmes x, y, z, x', y', z', de tout le rayon lumineux, et pour déterminer par conséquent la dépendance de la fonction caractéristique V [définie par l'équation (9)] avec les mêmes coordonnées extrêmes. Et après avoir déterminé de cette manière la forme de la fonction caractéristique V pour une combinaison particulière de surfaces et de milieux ordinaires et uniformes, nous n'avons qu'à prendre la différentielle ou variation de cette fonction, en ayant égard aux coordonnées extrêmes, afin de déterminer les directions extrêmes de chaque rayon lumineux (relativement au système proposé réfléchissant ou réfringent), au moyen de la formule (B), qui se partage dans les six équations suivantes :

$$\left.\begin{aligned} \alpha&=\frac{1}{\mu}\frac{\delta V}{\delta x}, \quad \beta=\frac{1}{\mu}\frac{\delta V}{\delta y}, \quad \gamma=\frac{1}{\mu}\frac{\delta V}{\delta z}, \\ \alpha'&=\frac{-1}{\mu'}\frac{\delta V}{\delta x'}, \quad \beta'=\frac{-1}{\mu'}\frac{\delta V}{\delta y'}, \quad \gamma'=\frac{-1}{\mu'}\frac{\delta V}{\delta z'}, \end{aligned}\right\} \quad (14)$$

α, β, γ, étant comme précédemment les cosinus des angles de la direction finale du rayon lumineux avec les demi-axes positifs des x, y, z; et α', β', γ', étant les cosinus des angles de la direction initiale de la lumière avec les mêmes demi-axes positifs des coordonnées.

Premier exemple.

Appliquons les principes qui précèdent au cas très simple d'un seul *plan réflecteur*, que nous prendrons pour le plan des $x\ y$; et supposons que les deux points extrêmes (le point initial et le point final) de la trajectoire lumineuse sont situés tous deux du côté positif de ce plan, de manière que

$$z > 0,\ z' > 0. \tag{15}$$

Dans ce cas nous pouvons supposer

$$\mu = 1,\ \mu = 1; \tag{16}$$

et les équations (14), pour les extrêmes directions de la trajectoire lumineuse, se réduisent aux suivantes (qui peuvent s'étendre, dans le fait, à toutes les combinaisons de réflecteurs) :

$$\left.\begin{array}{l} \alpha = \frac{\delta V}{\delta x},\ \beta = \frac{\delta V}{\delta y},\ \gamma = \frac{\delta V}{\delta z}, \\ \alpha' = -\frac{\delta V}{\delta x'},\ \beta = -\frac{\delta V}{\delta y'},\ \gamma = -\frac{\delta V}{\delta z'}; \end{array}\right\} \tag{17}$$

tandis que la fonction caractéristique V doit, dans le cas actuel, être déduite de l'expression

$$\left.\begin{array}{l} V = \rho' + \rho = \sqrt{(x_1 - x')^2 + (y_1 - y')^2 + z'^2} \\ \qquad + \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + z^2}, \end{array}\right\} \tag{18}$$

par les conditions

$$\frac{\delta \rho'}{\delta x_1} + \frac{\delta \rho}{\delta x_1} = 0,\ \frac{\delta \rho'}{\delta y_1} + \frac{\delta \rho}{\delta y_1} = 0. \tag{19}$$

Ces dernières équations donnent, par l'élimination de x_1

y_1, la formule explicite suivante pour la fonction caractéristique :

$$V=\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z+z')^2}\,; \tag{20}$$

et, en différentiant cette formule, nous trouvons par (17)

$$\left.\begin{array}{l}\alpha=\ \ \alpha'=(x-x')[(x-x')^2+(y-y')^2+(z+z')^2]^{-1/2},\\ \beta=\ \ \beta'=(y-y')[(x-x')^2+(y-y')^2+(z+z')^2]^{-1/2},\\ \gamma=-\gamma'=(z+z')\,[(x-x')^2+(y-y')^2+(z+z')^2]^{-1/2},\end{array}\right\} \tag{21}$$

expressions qui s'accordent avec celles données par la théorie connue de la réflexion sur un miroir plan.

Second exemple.

Soit maintenant le plan des xy un plan réfringent, la marche de la lumière passant de la région négative vers la région positive de ce plan, de manière que

$$z>0\,,\ z'<0\,; \tag{22}$$

conditions que nous pouvons encore exprimer ainsi qu'il suit :

$$z=\sqrt{z^2}\,,\ z'=-\sqrt{z'^2}, \tag{23}$$

si nous nous accordons à regarder tous les symboles radicaux de la forme $\sqrt{R}$ comme positifs, quand le signe ambigu $\pm$ n'est pas expressément indiqué devant. Nous aurons alors, pour la fonction caractéristique V, l'expression

$$\left.\begin{aligned}V=\mu'\rho'+\mu\rho= & \;\mu'\sqrt{(x_1-x')^2+(y_1-y')^2+z'^2}\\ & +\mu\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+z^2}\\ = & \;\mu z\sqrt{1+\left(\frac{x-x_1}{z}\right)^2+\left(\frac{y-y_1}{z}\right)^2}\\ & -\mu' z'\sqrt{1+\left(\frac{x_1-x'}{z'}\right)^2+\left(\frac{y_1-y'}{z'}\right)^2};\end{aligned}\right\}\quad(24)$$

d'où il faut éliminer les coordonnées intermédiaires x_1, y_1, par les conditions

$$\mu'\frac{\delta\rho'}{\delta x_1}+\mu\frac{\delta\rho}{\delta x_1}=0,\quad \mu'\frac{\delta\rho'}{\delta y_1}+\mu\frac{\delta\rho}{\delta y_1}=0. \quad (25)$$

Si nous nous bornons à des incidences à peu près perpendiculaires, nous aurons approximativement

$$\left.\begin{aligned}V= & \;\mu z+\frac{\mu}{2z}[(x-x_1)^2+(y-y_1)^2]\\ & -\mu' z'-\frac{\mu'}{2z'}[(x_1-x')^2+(y_1-y')^2],\\ & \frac{\mu}{z}(x-x_1)+\frac{\mu'}{z'}(x_1-x')=0,\\ & \frac{\mu}{z}(y-y_1)+\frac{\mu'}{z'}(y_1-y')=0;\end{aligned}\right\}\quad(26)$$

et nous aurons ainsi, par approximation, la formule explicite qui suit pour la fonction caractéristique V, considérée comme dépendante des coordonnées extrêmes de la trajectoire lumineuse :

$$V=\mu z-\mu' z'+\frac{1}{2}\left(\frac{z}{\mu}-\frac{z'}{\mu'}\right)^{-1}[(x-x')^2+(y-y')^2], \quad (27)$$

qui donne, à cause de (14), l'expression approchée suivante

pour les cosinus de la direction finale :

$$\left.\begin{array}{l} \alpha = \frac{1}{\mu}\frac{\delta V}{\delta x} = \frac{x - x'}{z - \frac{\mu}{\mu'} z'}, \\ \beta = \frac{1}{\mu}\frac{\delta V}{\delta y} = \frac{y - y'}{z - \frac{\mu}{\mu'} z'}, \\ \gamma = \frac{1}{\mu}\frac{\delta V}{\delta z} = 1 - \frac{1}{2}(\alpha^2 + \beta^2). \end{array}\right\} \quad (28)$$

Il est aisé de conclure de là que, si les rayons initiaux ou incidents divergent, dans le milieu μ', du point lumineux x', y', z', et tombent à peu près perpendiculairement sur le plan réfringent des x, y, les rayons définitifs ou réfractés dans le milieu μ divergent à peu près du foyer qui a pour coordonnées x', y', $\frac{\mu}{\mu'} z'$; ce qui s'accorde avec les résultats connus. Et si nous voulons corriger cette première approximation, et calculer les aberrations des rayons réfractés, par la méthode de la fonction caractéristique, nous n'avons qu'à développer cette fonction davantage, et à la différentier alors par rapport aux coordonnées extrêmes.

Perfectionnement de la méthode ; fonction auxiliaire T.

La méthode précédente, qui emploie la fonction caractéristique V pour des combinaisons quelconques de milieux ordinaires et uniformes, consiste d'abord à déterminer la forme de cette fonction, à éliminer les coordonnées des points de réflexion successive ou de réfraction de l'expression (9), au moyen des équations (10) des surfaces réfléchissantes ou réfringentes, et par les conditions (13) qui résultent de la loi de la moindre action ; et à différentier ensuite la fonction carac-

téristique ainsi déterminée, par rapport aux coordonnées extrêmes, afin de déduire les cosinus de la direction extrême par les formules (14). Mais cette méthode est susceptible d'amélioration, en employant une transformation de l'expression (9), pour la fonction caractéristique V, et en introduisant une fonction auxiliaire qui dépende des directions du rayon lumineux plutôt que des coordonnées.

Nous sommes convenus d'indiquer par α', β', γ', les cosinus de la direction de la portion droite initiale ρ' de toute la trajectoire lumineuse, et par α, β, γ, les cosinus correspondants pour la portion finale ρ. Soient de même α_1, β_1, γ_1, les cosinus de la direction de la seconde portion droite ρ_1 de la même trajectoire lumineuse; α_2, β_2, γ_2, les cosinus correspondants pour la portion ρ_2, et ainsi de suite. Nous aurons alors les équations

$$\left.\begin{array}{l} x_1 - x' = \alpha'\rho', \quad x_2 - x_1 = \alpha_1\rho_1, \quad x_3 - x_2 = \alpha_2\rho_2, \ \ldots \\ y_1 - y' = \beta'\rho', \quad y_2 - y_1 = \beta_1\rho_1, \quad y_3 - y_2 = \beta_2\rho_2, \ \ldots \\ z_1 - z' = \gamma'\rho', \quad z_2 - z_1 = \gamma_1\rho_1, \quad z_3 - z_2 = \gamma_2\rho_2, \ \ldots \end{array}\right\} \quad (29)$$

et

$$\left.\begin{array}{l} \rho' = \alpha'(x_1 - x') + \beta'(y_1 - y') + \gamma'(z_1 - z'), \\ \rho_1 = \alpha_1(x_2 - x_1) + \beta_1(y_2 - y_1) + \gamma_1(z_2 - z_1), \\ \ldots\ldots \\ \rho = \alpha(x - x_n) + \beta(y - y_n) + \gamma(z - z_n); \end{array}\right\} \quad (30)$$

et, substituant ces valeurs pour les portions successives ρ', ρ_1, ρ_2 .... ρ, de toute la trajectoire, dans l'expression (8) pour la fonction caractéristique, qui est équivalente à (9), nous trouvons cette expression nouvelle :

$$V = \mu(\alpha x + \beta y + \gamma z) - \mu'(\alpha' x' + \beta' y' + \gamma' z') - T, \quad (31)$$

T étant une fonction auxiliaire, qui peut être exprimée ainsi :

$$\left.\begin{array}{l} T = (\mu_1\alpha_1 - \mu'\alpha')x_1 + (\mu_1\beta_1 - \mu'\beta')y_1 + (\mu_1\gamma_1 - \mu'\gamma')z_1 \\ \quad + (\mu_2\alpha_2 - \mu_1\alpha_1)x_2 + (\mu_2\beta_2 - \mu_1\beta_1)y_2 + (\mu_2\gamma_2 - \mu_1\gamma_1)z_2 \\ \quad + \ldots\ldots \\ \quad + (\mu\alpha - \mu_{n-1}\alpha_{n-1})x_n + (\mu\beta - \mu_{n-1}\beta_{n-1})y + (\mu\gamma - \mu_{n-1}\gamma_{n-1})z_n; \end{array}\right\} \quad (32)$$

en même temps les conditions (13) deviennent

$$\left.\begin{array}{l} \mu_1\alpha_1 - \mu'\alpha' = -p_1(\mu_1\gamma_1 - \mu'\gamma'), \\ \mu_1\beta_1 - \mu'\beta' = -q_1(\mu_1\gamma_1 - \mu'\gamma'), \\ \mu_2\alpha_2 - \mu_1\alpha_1 = -p_2(\mu_2\gamma_2 - \mu_1\gamma^1), \\ \mu_2\beta_2 - \mu_1\beta_1 = -q_2(\mu_2\gamma_2 - \mu_1\gamma_1), \\ \ldots\ldots \end{array}\right\} \quad (33)$$

si nous mettons les équations différentielles des n surfaces réfléchissantes ou réfringentes sous la forme

$$\left.\begin{array}{l} \delta z_1 = p_1\,\delta x_1 + q_1\,\delta y_1, \\ \delta z_2 = p_2\,\delta x_2 + q_2\,\delta y_2, \\ \ldots\ldots \\ \delta z_n = p^n\,\delta x_n + q_n\,\delta y^n. \end{array}\right\} \quad (34)$$

Si nous mettons ensuite les équations mêmes de ces surfaees sous la forme

$$\left.\begin{array}{l} z^1 - p_1x_1 - q_1y_1 = f_1(-p_1, -q_1), \\ z_2 - p_2x_2 - q_2y_2 = f_2(-p_2, -q_2), \end{array}\right\} \quad (35)$$

ce qui est possible en général, nous aurons l'expression suivante pour la fonction auxiliaire T, qui renferme explicitement les seules directions, et non les coordonnées de la trajectoire lumineuse :

$$T = \left.\begin{array}{l} (\mu_1\gamma_1 - \mu'\gamma') f_1 \left(\frac{\mu_1\alpha_1 - \mu'\alpha'}{\mu_1\gamma_1 - \mu'\gamma'}, \frac{\mu_1\beta_1 - \mu'\beta'}{\mu_1\gamma_1 - \mu'\gamma'}\right) \\ + (\mu_2\gamma_2 - \mu_1\gamma_1) f_2 \left(\frac{\mu_2\alpha_2 - \mu_1\alpha_1}{\mu_2\gamma_2 - \mu_1\gamma_1}, \frac{\mu_2\beta_2 - \mu_1\beta_1}{\mu_2\gamma_2 - \mu_1\gamma_1}\right) \\ + \ldots \\ + (\mu\gamma - \mu_{n-1}\gamma_{n-1}) f_n \left(\frac{\mu\alpha - \mu_{n-1}\alpha_{n-1}}{\mu\gamma - \mu_{n-1}\gamma_{n-1}}, \frac{\mu\beta - \mu_{n-1}\beta_{n-1}}{\mu\gamma - \mu_{n-1}\gamma_{n-1}}\right). \end{array}\right\} \quad (36)$$

---

19. *Sur les images déterminées dans l'œil par l'action de la lumière solaire* (numéro 543).

—

Le nom célèbre de l'auteur nous fait un devoir de reproduire ici une lettre de Newton adressée à Locke, le 30 juin 1691, *sur les images déterminées dans l'œil par l'action de la lumière solaire*; cette lettre a été publiée pour la première fois en 1830, dans la *Vie de Locke*, publiée par lord King (1) :

« J'ai fait une fois sur moi-même, et au péril de mes yeux, l'observation dont vous faites mention, et qui se trouve dans le livre des couleurs de M. Boyle. Je m'y pris de la manière suivante : je regardai avec l'œil droit et pendant un instant très court l'image du soleil réfléchie sur un miroir; je tournai ensuite mon œil vers un coin obscur de la chambre, en clignotant pour observer l'impression qui en était résultée, savoir, le cercle coloré qui entourait l'image du soleil, et qui, s'affaiblissant par degrés, finissait par disparaître. Je ré-

---

(1) Voyez aussi l'*Edinb. journal of sc.*, janv. 1831, et la *Bibl. univ.*, avril 1831.

pétai ce mouvement une seconde, puis une troisième fois. A la troisième fois, lorsque l'image lumineuse et les couleurs qui l'entouraient eurent presque entièrement disparu, et lorsque je les regardais avec tension, dans la supposition que je cesserais bientôt complétement de les apercevoir, je vis avec étonnement qu'elles reparaissaient de nouveau, et que peu à peu elles devenaient aussi vives et aussi fortes qu'elles l'étaient au moment où je venais de contempler le soleil. Mais lorsque je cessais de fixer mon imagination sur elles, elles disparaissaient. Dès lors j'ai observé qu'aussi souvent que j'allais dans l'obscurité et que je fixais fortement ma pensée sur ces images, de la même manière qu'on cherche à voir une chose qu'on a de la peine à apercevoir, je pouvais à volonté faire naître cette illusion sans regarder de nouveau les rayons solaires; et plus je répétai cette expérience, plus je parvins à obtenir facilement ce résultat. Je réussis enfin, à force de la répéter sans regarder le soleil, à faire sur mon œil une telle impression que je ne pouvais regarder les nuages, un livre, ou un objet éclairé quelconque, sans y voir une tache lumineuse comme le soleil, et cela avec l'œil droit seulement, et non avec le gauche, quoique mon imagination commencât aussi à influer sur ce dernier organe aussi bien que sur le droit. En effet, si je fermais l'œil droit, en regardant avec le gauche les nuages ou un livre, je pouvais voir le spectre solaire presque aussi bien qu'avec le droit, pourvu que je fixasse un peu mon imagination sur cet objet : car au commencement, si je fermais l'œil droit en regardant avec le gauche, le spectre solaire ne paraissait pas jusqu'à ce que je l'y eusse enfin, en quelque sorte, forcé par la tension de mon esprit; mais en répétant l'observation plusieurs fois, je rendis chaque fois l'effet plus facile et plus prompt. Au bout de quelques heures j'avais habitué mes yeux à ce genre d'illusions, au point que je ne pouvais plus regarder aucun objet éclairé, soit avec l'œil droit, soit avec le gauche, sans apercevoir aussitôt devant moi l'image du

soleil, en sorte que je n'osais plus ni lire ni écrire. Je fus obligé, pour recouvrer l'usage de mes yeux, de me tenir dans une chambre obscure pendant trois jours entiers, et de distraire mon imagination de la pensée du soleil par tous les moyens qui étaient en mon pouvoir : car si ma pensée se reportait vers cette image, je la voyais à l'instant, quoique je fusse dans l'obscurité; et pendant plusieurs mois après, lorsque je repensais au phénomène, même à minuit, lorsque j'étais couché et entouré de mes rideaux. Mais en vivant dans un lieu sombre et en fixant mon esprit sur d'autres objets, je commençai à pouvoir reprendre, au bout de trois ou quatre jours, l'usage de mes yeux. Je ne recouvrai, cependant, parfaitement ma vue qu'en m'abstenant de fixer des objets brillants. Maintenant, je suis complétement rétabli depuis plusieurs années, quoique je sois convaincu que, si j'osais risquer de nouveau mes yeux, je pourrais encore, par le pouvoir de mon imagination, reproduire à volonté cette illusion. Je vous fais ce récit pour vous faire comprendre que, dans l'observation rapportée par M. de Boyle, il est probable que l'imagination de l'homme concourait, avec l'impression causée par les rayons lumineux du soleil, à produire l'image de cet astre, qu'il voyait toujours dans les objets brillants. Vous voyez que votre question sur la cause de cette illusion conduit à une autre relativement à la puissance de l'imagination, dont l'explication est trop complexe pour que j'essaie d'en chercher la clé. Il serait difficile d'attribuer cet effet à un mouvement constant, parce qu'alors le soleil devrait aussi constamment être présent. Il semble plutôt provenir d'une disposition du siége de la sensation (*sensorium*) à émouvoir fortement l'imagination, et à être facilement mu lui-même, soit par l'imagination, soit par la lumière, aussi souvent du moins qu'on regarde des objets brillants. »

—

20. *Sur la persistance des impressions de la rétine* (numéro 543).

—

Lorsqu'une partie de la rétine excitée par la présence d'un objet lumineux est subitement soustraite à cette action, l'impression produite par cet objet ne s'évanouit pas aussitôt; elle persiste encore pendant un intervalle de temps très sensible. Il suffit, pour s'en convaincre, de se rappeler l'effet si connu produit par un charbon ardent que l'on agite rapidement dans l'obscurité : chacun sait que l'on voit alors des courbes lumineuses, comme si le charbon laissait dans l'air la trace de son passage. Ces apparences résultent évidemment de ce que l'impression produite par le charbon en un point quelconque de sa course subsiste encore pendant quelque temps après qu'il s'est éloigné de ce point, de sorte que les positions successives de l'objet lumineux doivent paraître simultanées. C'est à la même cause qu'il faut rapporter une foule d'apparences qui se montrent toutes les fois que nous regardons un objet animé d'un mouvement rapide. Ainsi les soleils d'artifice lui doivent une partie de leurs brillants effets; la pluie et la grêle, au lieu d'offrir pendant leur chute l'aspect de corps arrondis, présentent celui de lignes parallèles; les dents d'une roue qui tourne rapidement disparaissent et semblent remplacées par une gaze demi-transparente à travers laquelle on peut distinguer les objets; une corde en vibration présente un effet analogue; etc.

On peut encore observer directement le phénomène de la persistance des impressions en fermant subitement les yeux et les couvrant avec un mouchoir, après avoir regardé un objet lumineux d'un éclat suffisant, une fenêtre par

exemple : on voit alors l'image de l'objet persister pendant quelque temps. Mais cette expérience n'est pas sans difficulté, et il arrive quelquefois qu'au lieu de voir la continuation de l'impression produite par l'objet, on aperçoit une image d'un aspect différent et qui appartient à un autre ordre de phénomènes, c'est-à-dire à celui des *couleurs accidentelles*. (Voy. la note suivante.)

Bien que le phénomène de la persistance des impressions se reproduise à chaque instant et dans une foule de circonstances, et qu'il ait d'ailleurs reçu plusieurs applications utiles et curieuses, il n'a cependant été l'objet que d'un très petit nombre de recherches théoriques.

D'Arcy eut le premier l'idée de mesurer la durée du phénomène (1). Pour y parvenir il employa la méthode rappelée dans le texte, et qui consiste à faire mouvoir circulairement, dans l'obscurité, un charbon ardent, de manière à obtenir l'apparence d'un anneau lumineux. On conçoit en effet que, si l'on parvient à donner à l'objet une vitesse telle qu'il repasse en chaque point de sa course précisément à l'instant où l'impression produite par son passage précédent va s'évanouir, la durée de l'impression sera mesurée par celle d'une révolution. D'Arcy conclut de ses expériences que la durée de l'impression produite par un charbon ardent était égale à $8'''$ ou $0'',13$.

Cette méthode, qui paraît au premier abord si simple et si satisfaisante, est cependant très défectueuse. En effet l'impression qui survit à l'action directe de la lumière ne passe pas, d'une manière discontinue, de son maximum d'intensité à une nullité absolue, mais s'affaiblit au contraire graduellement. D'après cela, si l'on donne à l'objet lumineux une vitesse de rotation telle que l'anneau paraisse d'un éclat uniforme, et les expressions de d'Arcy semblent prouver que

(1) *Mém. de l'acad. des sc.*, 1765.

c'est ainsi qu'il opérait, il est évident qu'on n'aura pas mesuré la durée complète de l'impression, mais seulement le temps pendant lequel cette impression s'est maintenue sans perte sensible. (1)

Il faudrait donc, pour obtenir sensiblement la durée totale de l'impression, que la vitesse de l'objet fût telle qu'il retrouvât, en chaque point de sa course, l'impression précédente affaiblie au point d'être près de s'évanouir complétement. Or on sent que, si l'on cherche à obtenir cette vitesse, on doit rencontrer des difficultés extrêmes : car il se produit alors nécessairement, en chaque point de l'anneau, une succession rapide de lumière vive et faible qui fatigue l'œil et rend impossible toute précision dans la recherche de la vitesse à donner à l'objet. D'un autre côté, comme nous le verrons bientôt, l'impression produite par un objet qui passe ainsi rapidement devant l'œil, n'a pas la même intensité que celle que produirait le même objet en repos, de sorte que la durée totale de l'une est sans doute différente de la durée totale de l'autre.

J'ai cependant essayé d'atténuer l'influence de ces obstacles et d'appliquer la méthode de d'Arcy, légèrement modifiée, à la détermination approximative de la durée totale des impressions produites sur mon œil par des objets *blancs*, *jaunes*, *rouges* ou *bleus* éclairés par la lumière du jour; mon procédé et mes résultats ont été consignés dans un mémoire particulier (2). J'ai trouvé, de cette manière, des valeurs sensiblement égales pour les différentes couleurs employées, valeurs dont la moyenne est 0″,34. Mais quelque soin que j'aie apporté dans mes expériences, les difficultés inhérentes à la méthode sont trop grandes pour qu'on puisse accorder beaucoup de con-

(1) C'est aussi de cette manière que le résultat de d'Arcy est interprété dans le texte.

(2) Dissertation sur quelques propriétés des impressions produites par la lumière sur l'organe de la vue. — Liége, 1829.

fiance à ce résultat, qui, dans tous les cas, ne doit être regardé que comme une approximation.

Au reste, si les expériences de ce genre sont insuffisantes pour la mesure de la durée totale des impressions, elles établissent du moins avec évidence l'existence d'un autre fait du même ordre, auquel les physiciens ont fait en général beaucoup moins d'attention; savoir, *qu'il faut aussi un temps très sensible pour qu'une impression se forme sur la rétine d'une manière complète*. C'est ce qu'on peut déjà conclure de ce fait bien connu, qu'un objet qui passe très rapidement devant l'œil se distingue à peine, ou même ne s'aperçoit pas du tout. L'expérience suivante met la chose hors de doute.

Que l'on fasse mouvoir circulairement, devant un fond noir, un petit objet blanc, un petit morceau de papier, par exemple, avec une vitesse telle que l'anneau apparent présente une teinte parfaitement uniforme et tranquille : cet anneau ne paraîtra pas blanc, mais *gris*. Or, il suit de l'uniformité de la teinte que, pendant la durée d'une révolution, l'impression produite s'est maintenue sans perte sensible: donc, si cette impression était blanche, l'anneau entier devrait évidemment paraître sensiblement blanc, et non gris. Il faut donc qu'à raison du petit espace de temps pendant lequel l'objet agit sur chaque point de la rétine, il ne produise qu'une impression grise, c'est-à-dire une impression blanche imparfaite. Il est inutile de remarquer qu'on obtient des effets analogues avec des objets d'une couleur et d'un éclat quelconque : toujours l'anneau est moins éclatant que l'objet lui-même.

Personne n'a essayé de mesurer le temps nécessaire à la production complète de l'impression.

Quant à la mesure de la durée des impressions après la disparition des objets, une nouvelle méthode très ingénieuse a été imaginée récemment par M. Aimé, qui a bien voulu me la communiquer, mais qui n'en a pas encore fait usage. Voici en quoi elle consiste essentiellement.

Concevons deux disques de carton mobiles autour de leurs

centres comme des roues, et placés sur un axe commun, mais disposés de telle manière qu'on puisse les faire tourner en sens contraire l'un de l'autre avec une vitesse variable à volonté, mais égale pour tous deux. L'un de ces disques est percé d'un certain nombre d'ouvertures étroites en forme de secteurs, égales entre elles et disposées symétriquement comme les rayons d'une roue; l'autre ne présente qu'une seule ouverture semblable. Supposons maintenant cet appareil placé devant une vive lumière, par exemple devant une ouverture pratiquée au volet d'une chambre obscure, et à travers laquelle on voit le ciel ou des objets extérieurs bien éclairés. Si on le met en mouvement et que l'on place l'œil dans la direction de l'axe, il est clair que l'ouverture unique du second cercle se trouvera répondre successivement, par rapport à l'œil, à chacune des ouvertures du premier; et chaque fois qu'une semblable rencontre aura lieu, l'œil verra l'apparence d'un secteur lumineux. Or, si la vitesse est peu considérable, l'effet produit doit être une succession de semblables apparences qui se montrent l'une après l'autre dans le sens du mouvement de l'ouverture unique, et qui disparaissent de même l'une après l'autre, de telle manière qu'on ne voie jamais à la fois qu'un seul secteur lumineux. Mais si l'on augmente graduellement la vitesse, il arrivera que l'impression produite sur la rétine par la superposition de deux ouvertures ne sera pas encore éteinte lorsque la superposition suivante aura lieu : on verra donc alors *simultanément* deux secteurs brillants qui se renouvelleront continuellement dans le sens du mouvement de l'ouverture unique. On en verra trois si la vitesse augmente encore, et ainsi de suite. Maintenant on conçoit que, connaissant, pour une vitesse donnée, le nombre de secteurs aperçus simultanément, il est aisé d'en déduire une valeur, au moins approchée, de la durée de l'impression produite par l'un d'entre eux.

Du reste on sent qu'il ne peut rien y avoir d'absolu dans la détermination de la durée totale des impressions : car

cette durée doit varier en raison des circonstances dans lesquelles se fait l'expérience, de la fatigue de l'œil, du plus ou moins d'éclat de l'objet, etc.

Il serait peut-être plus utile, pour les applications que l'on peut faire du phénomène, de chercher à mesurer le temps pendant lequel une impression donnée conserve une intensité sensiblement constante; mais ici encore la méthode de d'Arcy, qui semble parfaitement adaptée à ce genre de recherches, est réellement insuffisante : car, d'après ce que j'ai dit plus haut, lorsqu'on donne à l'objet une vitesse telle que l'anneau paraisse d'une teinte tranquille, l'impression produite n'est pas complète : ainsi la valeur qu'on obtiendrait par ce procédé appartiendrait à une impression moins intense que celle que produit l'objet en repos.

Cependant, sans me donner la mesure exacte de ce petit intervalle de temps pour des impressions et des circonstances données, des procédés fondés sur la méthode de D'Arcy, et dont j'ai rendu compte dans le mémoire cité plus haut, m'ont conduit aux conclusions suivantes.

1° *L'intervalle de temps pendant lequel une impression se conserve sans perte sensible est d'autant plus grand que l'impression est moins intense.*

2° *Ce temps, pour l'impression complète que produit sur mon œil un papier blanc bien éclairé par la lumière du jour, est moindre que* $0'',008$. *Pour un papier jaune il est un peu plus grand que pour un blanc, pour un papier rouge il est plus grand encore, et plus encore pour un papier bleu.*

Observons bien que ces limites peuvent être de beaucoup dépassées quand les impressions ont peu d'intensité.

On voit, d'après ces résultats, qu'on ne peut pas dire en général, comme dans le texte, en parlant du cas particulier d'un charbon ardent, que, pour obtenir une sensation *continue*, il suffit de répéter un éclat lumineux huit ou dix fois par seconde : ainsi, pour produire sur mon œil la sensation continue d'une blancheur telle que celle d'un papier

bien éclairé par la lumière du jour, il faut, d'après le nombre donné précédemment, que l'éclat de lumière soit répété plus de 125 fois par seconde.

Aux faits que je viens d'indiquer j'ajouterai les suivants, déduits soit de mes propres expériences, soit de celles des autres physiciens qui se sont occupés de ce genre de phénomènes.

3° *La durée* TOTALE *de l'impression paraît être d'autant plus grande que cette impression est plus intense.*

C'est ce que l'on pouvait prévoir. Lorsque l'objet qui a produit l'impression est très lumineux, tel que le soleil couchant, et que l'on se couvre les yeux, l'impression subsiste quelque fois pendant plusieurs minutes. Il est même arrivé que des personnes assez imprudentes pour faire cette expérience sur le soleil de midi ont conservé l'impression pendant plus d'un jour. Il existe à ce sujet une observation très curieuse faite par Newton, et qui prouve que, chez certaines personnes, l'imagination peut exercer une grande influence sur ces sortes de phénomènes. Cette observation fait le sujet de la note précédente.

4° *La durée* TOTALE *de l'impression paraît être d'autant plus grande qu'on a regardé l'objet pendant un temps plus court, pourvu toutefois que ce temps soit suffisant pour développer une impression complète.*

Lorsque, par exemple, je jette les yeux sur une fenêtre petite et isolée, et que je les porte aussitôt après sur un endroit sombre de la chambre, je vois distinctement l'image persister, en s'affaiblissant, pendant environ trois secondes, avec ses panneaux lumineux et ses châssis obscurs. Si je regarde la fenêtre un peu plus long-temps, la durée de l'image devient moindre, et enfin, après une contemplation prolongée de la fenêtre, l'image est si fugitive que j'ai peine à en saisir la trace. Il faut se garder, en faisant cette expérience, de confondre la continuation de l'impression primitive avec l'image différente qui la suit, et dont il sera question dans la note sui-

vante sur les couleurs accidentelles, image dont les panneaux sont au contraire obscurs et les châssis lumineux.

5° *Lorsque l'impression provient d'un objet très lumineux, tel que le soleil couchant ou même une fenêtre, elle passe ordinairement par une série de couleurs différentes.*

Ainsi, pour en donner un exemple, si, après avoir regardé une fenêtre pendant un instant très court, je me couvre subitement les yeux avec un mouchoir, je vois l'image des panneaux lumineux devenir successivement *rouge, violette, bleue*, encore *violette*, *blanchâtre*, *jaune verdâtre* et *verte*. Ces phénomènes, qui paraissent extrêmement variables avec les circonstances de l'expérience, ont été remarqués par plusieurs physiciens, mais n'ont pas reçu, jusqu'à présent, d'explication satisfaisante.

6° *Enfin lorsque l'impression qui persiste sur la rétine provient d'un objet brillant, il arrive aussi quelquefois qu'elle disparaît et reparaît plusieurs fois avant de s'évanouir complétement.*

C'est, par exemple, d'après Darwin (1), ce qui a lieu lorsqu'on a regardé le soleil couchant pendant quelques instants, de manière à ne pas trop se fatiguer la vue, et qu'on observe ensuite, dans les yeux fermés et couverts, la persistance de l'impression produite.

On voit, d'après l'aperçu qui précède, combien l'étude des phénomènes qui font l'objet de cette note est peu avancée. En revanche les applications que l'on en a faites sont nombreuses. Je vais essayer d'en donner une idée.

M. Wheatstone a fait servir la persistance des impressions à montrer aux yeux le mode de vibration transversale d'une verge élastique fixée par l'une de ses extrémités (2). Il suffit pour cela que la verge soit terminée par une petite boule métallique polie, et que l'appareil soit exposé au soleil ou à la

(1) *Philosophic. transact.*, 1786.

(2) *Quarterly journ. of scienc.*, vol. 23, page 344, 1827.

lumière d'une bougie. Lorsqu'on met la verge en vibration, en l'écartant de sa position d'équilibre et l'abandonnant ensuite à elle-même, le point brillant que le soleil ou la bougie produit sur la petite boule fait naître, par son mouvement rapide, l'apparence de courbes lumineuses très belles et plus ou moins compliquées selon la forme ou les dimensions de la verge. M. Wheatstone a donné à cet appareil le nom de *kaléidophone*.

Le même physicien a imaginé des procédés très curieux, fondés également sur la persistance des impressions, et qui lui permettent de prouver l'instantanéité de certains phénomènes lumineux, tels que l'étincelle électrique, ou d'en apprécier la durée, quelque courte qu'elle soit. Les détails suivants m'ont été communiqués par M. Quételet, qui a été témoin, en Angleterre, de ces curieuses expériences.

L'un des procédés de M. Wheatstone consiste à observer le phénomène par réflexion dans un miroir auquel on donne un mouvement très rapide et de telle nature qu'en supposant l'objet lumineux permanent, son image semble décrire un grand cercle. Cela posé, si le phénomène est *instantané*, l'image ne pourra se voir qu'en un seul point de ce cercle, et ne paraîtra pas déformée. Si, au contraire, le phénomène a une durée appréciable, l'image s'alongera de manière à former un arc d'autant plus grand que cette durée sera plus considérable; et on conçoit que, d'après la grandeur de l'arc aperçu, on pourra mesurer la durée du phénomène lumineux. Une étincelle électrique observée de cette manière ne paraît nullement s'allonger, d'où il suit qu'elle doit être regardée comme instantanée. M. Wheatstone a encore employé ce procédé à rendre sensible à l'œil la discontinuité de certaines flammes ou de certains traits lumineux qui, à l'œil nu, semblent parfaitement continus, tels qu'un courant d'étincelles électriques reçues à une très petite distance d'un conducteur. La lumière se trouvant ainsi, dans un instant très

court, éparpillée sur une ligne extrêmement étendue, la moindre discontinuité devient visible, et c'est ainsi que le courant d'étincelles présente alors l'aspect d'une série de points lumineux séparés par des intervalles noirs.

Voici un autre procédé par lequel le même physicien prouve encore l'instantanéité de l'étincelle électrique. On prend un disque de carton blanc sur lequel on dessine, en noir, une figure quelconque. On fait tourner ce disque avec une grande rapidité, dans son plan, autour d'un axe fixe; il résulte de ce mouvement de rotation qu'on ne peut plus distinguer la figure tracée sur le cercle, et que celui-ci ne présente plus alors qu'une série de bandes concentriques de teintes différentes : c'est un résultat évident de la persistance des impressions. Cela posé, que l'on mette le cercle en mouvement dans une chambre parfaitement obscure, et qu'il soit subitement éclairé par une étincelle électrique : aussitôt on apercevra très distinctement la figure comme si elle était dans un état d'immobilité parfaite, et cela quelle que soit la vitesse donnée au cercle. Or cet effet curieux ne pourrait avoir lieu si l'étincelle avait une durée sensible, car alors la figure se verrait dans plusieurs positions successives, et il en résulterait une confusion d'autant plus grande que la durée de l'étincelle se prolongerait davantage.

Il est inutile de remarquer que l'effet de cette expérience est dû à ce que l'impression produite par la figure dans son apparition instantanée persiste assez long-temps pour qu'on puisse percevoir cette impression d'une manière distincte.

M. Wheatstone a fait une autre application de ce procédé ingénieux : elle consiste à détruire, dans certains cas, les fausses apparences que la persistance des impressions donne aux objets qui se meuvent rapidement. En effet ces objets n'étant éclairés, par ce moyen, que pendant un temps infiniment court, ils ne se montrent que dans une seule position, et l'impression qu'ils produisent ayant une durée sensible,

on peut alors juger de leur forme véritable. C'est ainsi que ce physicien est parvenu à voir très distinctement au microscope les roues mobiles de l'infusoire appelé *rotifère*.

M. Savart vient tout récemment de faire usage, dans un cas particulier, d'un procédé qui le conduit également à rectifier de fausses apparences résultant d'un mouvement rapide (1). Ce procédé, dont je ne pourrai donner ici qu'une idée imparfaite, et qui sera sans doute décrit incessamment dans un recueil scientifique, a permis à M. Savart de déterminer la figure réelle d'une veine liquide qui s'écoule par un orifice circulaire percé en mince paroi. L'appareil consiste essentiellement en un large ruban dont la surface est partagée en bandes transversales alternativement blanches et noires, et auquel on peut donner un mouvement rapide dans le sens de sa longueur. Le liquide étant supposé s'écouler verticalement, on place le ruban mobile derrière la veine et dans une position parallèle à celle-ci. Alors, si l'on imprime à l'appareil un mouvement suffisamment rapide, l'œil placé devant le système peut distinguer les diverses particularités que présente la veine, tels que les renflements annulaires qui se propagent le long de la portion de la veine contiguë à l'orifice, portion qui, sans le secours de cet instrument, paraît unie comme une tige de cristal. L'effet produit par cet appareil est analogue à ceux que font naître deux roues tournant avec rapidité l'une derrière l'autre, dans des plans parallèles et rapprochés, et avec des vitesses inégales de grandeur ou de direction, effets dont il sera question plus loin.

Qu'il me soit permis de proposer ici un procédé général, différent de celui de M. Wheatstone, pour montrer sous leur forme réelle les objets auxquels leur mouvement rapide donne une apparence trompeuse. Ce procédé me paraît présenter

---

(1) Le Mémoire de M. Savart a été lu à l'Institut le 26 août 1833.

sur ce dernier l'avantage d'une exécution plus facile, celui de pouvoir observer certains phénomènes d'une manière durable, et enfin de pouvoir être appliqué à des corps lumineux par eux-mêmes.

Mon appareil consiste en un disque de carton noirci, d'environ 25 centimètres de diamètre, mobile autour d'un axe comme une roue, et percé vers sa circonférence d'une vingtaine de petites fentes dirigées dans le sens des rayons. Ces ouvertures peuvent avoir environ deux millimètres de largeur et deux centimètres de longueur, et doivent être percées à des distances égales l'une de l'autre. Pour faire usage de cet instrument, il faut donner au disque un mouvement de rotation suffisamment rapide, fermer un œil, et regarder de l'autre, à travers la bande circulaire transparente qui résulte du mouvement des fentes, l'objet mobile dont on se propose de distinguer la forme véritable. Seulement il faut avoir soin de tenir l'œil le plus près possible des fentes, et de se placer à une certaine distance de l'objet.

Supposons d'abord que l'objet ait un mouvement périodique, c'est-à-dire qu'il repasse successivement par les mêmes positions, tel que serait une corde en vibration, un charbon ardent mu circulairement, etc.; ou bien que des objets semblables viennent successivement occuper les mêmes positions, tels que les rayons ou les dents d'une roue, les différentes fusées d'un soleil d'artifice, etc. Alors, si la vitesse de notre disque est telle que chaque fois qu'une fente passe devant l'œil, le même objet ou des objets semblables se retrouvent dans la même position par rapport à celui-ci, on conçoit qu'il doit se former sur la rétine une suite d'impressions identiques que leur persistance liera entre elles, et d'où résultera l'apparence continue d'un objet ou d'une suite d'objets immobiles, ayant, ou à très peu près, la forme réelle des objets que l'on observe. Ainsi, par exemple, une roue qui tournerait assez rapidement pour que ses rayons ou ses dents pa-

russent se confondre semblerait parfaitement immobile à travers notre disque, en supposant à celui-ci une vitesse convenable. On voit que l'artifice consiste, comme dans le procédé de M. Wheatstone, à isoler, par rapport à l'œil, certaines positions des objets.

Si le mouvement de l'objet à observer ne présente pas de succession régulière, comme serait, par exemple, un de ces météores lumineux dont la trace brillante est probablement due en partie à la persistance de l'impression, alors encore l'instrument peut être utile. Dans ce cas l'objet ne peut être isolé par rapport à l'œil dans une suite de positions identiques; mais les images qu'il produira sur la rétine, dans les positions différentes correspondantes aux passages successifs des fentes, persisteront assez long-temps pour qu'on puisse en général juger de sa forme réelle.

Le procédé que je viens de décrire m'a été suggéré par une expérience de M. Faraday, dont je parlerai plus loin, et dont ce procédé n'est, pour ainsi dire, qu'une extension.

Je rapporterai ici, comme exemple des applications de mon instrument, l'effet que présente, dans certaines circonstances, la flamme d'une chandelle soumise à ce genre d'observations. On sait qu'une flamme semblable paraît prendre de temps à autre un mouvement oscillatoire rapide dans le sens de sa longueur : on dirait alors que le sommet s'abaisse et s'élève alternativement. Si, dans un moment semblable, on observe cette flamme à l'aide du disque en question, on en voit la partie supérieure partagée en plusieurs portions distinctes placées les unes au-dessus des autres et séparées par des intervalles noirs. Il faut conclure de là que le mouvement oscillatoire apparent de la flamme est dû à ce que, dans ces circonstances, elle lance de son sommet une suite de flammes partielles et séparées qui s'élèvent rapidement et s'éteignent l'une après l'autre. M. Quetelet était parvenu, il y a long-temps, à des conclusions analogues, en observant la

flamme à l'œil nu (1); mais peu de personnes réussissent à distinguer ainsi des discontinuités, tandis qu'à l'aide de mon instrument, la chose devient évidente pour tout le monde. On peut même parvenir de cette manière, quoique cela

---

(1) Voici ce qui en est dit à la page 329 du t. 4 de la *Correspondance mathématique de Bruxelles* :

« On sait que la flamme d'une chandelle, quand elle est *tranquille*, prend la forme d'un cône lumineux dont la partie intérieure est obscure; la nappe brillante qu'elle présente est *continue* et transparente. Mais, si la flamme devient agitée et *tremblottante* (ce qui arrive généralement quand la mèche est un peu longue), elle devient en même temps *discontinue* vers la partie supérieure, et l'on aperçoit dans le sens horizontal des lignes angulaires ou stries alternativement lumineuses et obscures. Les bords de la flamme sont très sensiblement dentelés à la partie supérieure. On remarque aussi que les stries dont nous venons de parler sont assez semblables à celles qu'on aperçoit dans une eau qui coule dans un canal peu profond. Au lieu d'employer la flamme d'une chandelle pour produire le phénomène, on peut se servir de celle d'un quinquet dont on a fortement élevé la mèche, après avoir retiré le verre.

« Le tremblottement de la flamme paraît dû à une volatilisation plus grande du suif, occasionée par la longueur de la mèche. Cette volatilisation plus abondante amène un refroidissement qui porte obstacle à la combustion, de manière que certaines parties seulement sont enflammées, tandis que d'autres demeurent obscures. Il paraît que c'est à l'alternation de ces couches qu'on doit attribuer le phénomène qui nous occupe. »

Il est, du reste, assez difficile à observer, et je dois avouer que j'ai vu peu de physiciens qui soient parvenus à le remarquer sans y être aidés. Pour bien voir les stries dont je viens de parler, il faut les observer, avec un œil, à deux pieds environ de la chandelle, au moment où le tremblottement de la flamme commence. Ce que l'on voit diffère peu de ce qu'on observe en regardant un disque noir qui tourne lentement devant un fond blanc, quand on y a pratiqué des fentes dans la direction des rayons, comme dans celui que M. Plateau a décrit précédemment.

A. Q.

soit plus difficile, à distinguer des stries obscures dans la partie inférieure de la flamme.

Le phénomène qui fait l'objet de cette note est encore le principe de plusieurs illusions curieuses. Tout le monde connaît le *thaumatrope*, ce petit instrument consistant en un carton circulaire que l'on fait mouvoir rapidement autour d'un de ses diamètres, et qui porte sur chacune de ces faces des dessins tels, que la combinaison des deux impressions qu'ils produisent sur la rétine forme un troisième dessin régulier.

En partant de quelques observations qui m'étaient propres et d'un fait dont M. Roget a donné l'explication (1), j'ai montré (2) différents procédés, fondés tous sur la persistance des impressions, par lesquels on peut rendre sensible à l'œil la courbe qui représente le lieu des intersections apparentes de deux lignes quelconques tournant rapidement l'une derrière l'autre dans des plans parallèles. J'ai fait voir par exemple que, si les deux lignes sont brillantes et tournent devant un fond noir (3), et si leurs vitesses de rotation sont dans un rapport simple, il en résulte l'apparence d'une surface grise sur laquelle se dessine parfaitement, en gris plus foncé, la courbe d'intersection apparente dans un état d'immobilité parfaite. On s'expliquera aisément cet effet si l'on fait attention que, pour tous les points de la courbe d'intersection, l'œil ne peut recevoir de lumière que de la ligne mobile la plus rapprochée du spectateur; tandis que, pour tous les points étrangers à la courbe d'intersection, l'œil reçoit successivement de la lumière de l'une et de l'autre des

---

(1) *Philos. transact.*, 1825.

(2) *Correspondance math. et phys.*, publiée par M. Quételet, t. 4, p. 393, année 1828; *id.*, t. 6, p. 121, 1830.

(3) On peut se servir, à cet effet, de lignes d'environ 2 millimètres de largeur découpées dans du carton blanc suffisamment épais.

deux lignes mobiles. Les points appartenants à la courbe d'intersection doivent donc paraître de moitié moins lumineux que les autres.

J'ai donné ensuite (1) le moyen de faire servir la persistance des impressions à produire un nouveau genre d'*anamorphoses* en faisant tourner rapidement l'un derrière l'autre, avec des vitesses dans un rapport déterminé, deux disques dont l'un, celui de derrière, porte une figure difforme vivement éclairée, et dont l'autre est percé d'une fente étroite. J'ai fait voir comment on pouvait faire naître de cette manière, au moyen de figures très difformes, des images régulières quelconques, telles que des figures d'homme, des mots, etc., qui semblent parfaitement immobiles. La figure régulière ainsi produite résulte des intersections apparentes sucessives de la fente avec les différentes parties de la figure difforme, intersections que la persistance des impressions fait paraître simultanées.

M. Faraday a publié depuis, dans les Mémoires de l'Institution royale (2), une notice sur certaines illusions consistant principalement dans les apparences singulières que présentent deux roues tournant avec rapidité l'une derrière l'autre. Si les deux centres de rotation sont superposés par rapport à l'œil, on aperçoit alors généralement l'image d'une roue, soit parfaitement immobile, soit animée d'un mouvement lent de rotation. Supposons, par exemple, deux roues découpées en carton, de même grandeur et d'un même nombre de rayons, tournant rapidement sur un axe commun et dans des plans très rapprochés, avec des vitesses égales et en sens contraire. L'œil placé devant un pareil système, dans la direction de l'axe, verra l'apparence d'une roue parfaitement

---

(1) *Corr. math. et phys.*, t. 6, p. 124; *Ann. de phys. et de chim.*, nov. 1831.

(2) Vol. 1, p. 205, 1831.

immobile, et dont les rayons seront en nombre double de ceux de chacune des deux roues en mouvement. Si les centres de rotation ne sont pas superposés par rapport à l'œil, l'image se compose d'un assemblage de lignes courbes.

Ces sortes d'apparences doivent être évidemment considérées comme des cas particuliers de l'effet général dont j'ai parlé plus haut et qui consiste à rendre sensible à l'œil la ligne d'intersection apparente de deux lignes mobiles. En effet, si l'on ne suppose à chacune des deux roues qu'un seul rayon très étroit, on aura deux droites mobiles dont la ligne d'intersection devra se dessiner, comme nous l'avons dit, par une teinte plus sombre que le fond. Cette ligne sera droite quand les centres de rotation seront superposés, et courbe dans le cas contraire. Maintenant, si l'on tient compte de la largeur et de la multiplicité des rayons, on se rendra aisément raison de tous les effets produits par des roues dans les mêmes circonstances. (1)

Une autre expérience propre à M. Faraday, et qui n'admet pas la même explication, consiste à faire tourner en face d'un miroir, à la distance de 12 à 15 pieds de celui-ci, une roue de carton dentée, et à regarder dans la glace l'image de cette roue à travers l'espèce de gaze produite par le mouvement des dents et des intervalles, l'œil étant supposé très près de la roue. L'image paraît alors complétement immobile et dans sa forme réelle, comme si le mouvement de la roue cessait d'avoir lieu. M. Faraday fait voir de plus que, si l'on partage en secteurs colorés et convenablement disposés la partie de la roue comprise entre les dents et le centre, ces couleurs, qui se mêlent lorsqu'on regarde directement la

---

(1) Lorsque M. Faraday a publié sa notice, il n'avait pas connaissance de mes observations, dont il s'est empressé depuis de reconnaître la priorité. Voy. *Ann. de phys. et de chim.*, nov. 1831, page 281; et *Corr. math. et phys.*, t. 7, p. 365.

roue en mouvement, se séparent immédiatement si l'on observe de la manière indiquée son image dans le miroir.

Ces expériences, comme on voit, conduisent directement au procédé que j'ai indiqué, p. 482, pour détruire les fausses apparences résultant d'un mouvement rapide; mais il faut pour cela faire subir aux roues de M. Faraday une modification importante qui consiste à rendre les ouvertures très étroites, sans quoi on est obligé, si l'on ne veut pas voir l'objet confus et mal terminé, de se tenir, comme dans les expériences citées, à une très grande distance de cet objet. Quant à la raison des effets observés par M. Faraday, je pense que les explications que j'ai données p. 482 suffiront pour la faire comprendre.

Enfin je citerai encore l'expérience suivante du même physicien. Si l'on découpe dans la roue, entre les dents et le centre, une nouvelle rangée d'ouvertures dont le nombre diffère un peu de celui des dents, et si alors on soumet cette roue à l'expérience du miroir, en regardant à travers l'une ou l'autre rangée d'ouvertures, l'image de celle à travers laquelle on regarde paraît, comme cela doit être, complétement immobile; mais l'autre paraît animée d'un mouvement lent de rotation. On peut ainsi percer plusieurs rangées d'ouvertures, de manière à produire l'apparence de mouvements plus ou moins rapides et de sens différents.

Les expériences que je viens de rapporter m'ont conduit encore à imaginer un nouveau genre d'illusions dont j'ai développé l'idée dans le journal de M. Quételet (1), et au

---

(1) *Correspondance math. et phys. de l'Observ. de Bruxelles*, t. 7, p. 365. Il s'est glissé quelques erreurs dans la description que j'ai donnée, dans cette lettre, des expériences de M. Faraday : ainsi, j'ai supposé à tort, comme on peut s'en assurer par la notice même de ce physicien, que les ouvertures ou les intervalles découpés dans les roues dont il s'est servi avaient une très petite largeur relativement aux parties pleines. Cette condition aurait été, du reste, plus nuisible qu'utile aux effets

moyen duquel on fait paraître animées et mouvantes des figures dessinées. La même idée a été mise depuis à exécution, quoique d'une manière imparfaite, dans l'instrument connu sous le nom de *phénakisticope* (1). L'appareil consiste essentiellement, comme on sait, en un disque de carton percé, vers la circonférence, d'une série d'ouvertures étroites, et sur lequel sont peintes de petites figures qui, lorsqu'on fait tourner le disque vis-à-vis d'un miroir, en regardant d'un œil son image à travers les ouvertures, semblent s'animer et exécuter différents mouvements. L'effet provient d'une telle disposition de l'instrument que des figures qui diffèrent graduellement entre elles de forme, de position ou de lieu, viennent successivement, et à des instants très rapprochés, se présenter à l'œil, de sorte que la persistance des impressions lie ces images entre elles, et que l'œil croit voir les mêmes figures passant, d'une manière continue, d'un état à un autre. (2) J. PLATEAU.

---

que M. Faraday voulait produire, parce qu'elle aurait rendu l'image plus sombre, et que cette image se voit, sans cette condition, avec une netteté suffisante quand on l'observe à une plus grande distance de la glace; mais on a vu que la réussite du procédé décrit p. 482 exigeait nécessairement que les ouvertures fussent très étroites, et il en est de même pour les effets du phénakisticope.

(1) Je suis étranger à l'exécution du phénakisticope; mais on a fait à Londres, d'après mes dessins et mes indications, un instrument beaucoup plus parfait, qui a porté d'abord le nom de *phantasmascope*, et qui se vend maintenant sous celui de *fantascope*.

(2) Voyez, pour des explications plus détaillées, l'article cité du journal de M. Quételet, et les *Ann. de phys. et de chim.*, juill. 1833, p. 304.

—

21. *Sur le couleurs accidentelles* (sujet omis dans le texte).

Si l'on regarde fixement un objet coloré placé sur un fond noir, en tenant l'œil constamment attaché sur le même point, on voit au bout de quelque temps la couleur de cet objet perdre peu à peu de son éclat; et si alors on porte subitement les yeux sur une surface blanche, on voit bientôt paraître une image de même forme que l'objet, mais d'une couleur complémentaire de celle de ce dernier. Ainsi la contemplation prolongée d'un objet *rouge* donne ensuite naissance à une image *verte*, et réciproquement la contemplation prolongée d'un objet *vert* est suivie de l'apparition d'une image *rouge;* si l'objet est *jaune* ou *bleu*, l'image subséquente sera *violette* ou *orangée*, et *vice versâ*. De plus, un objet *blanc* produit de cette manière une image *noirâtre*, et un objet *noir* produit une image *blanche* plus claire que le fond sur lequel elle se dessine. Toutes ces images restent visibles pendant assez long-temps, et leur intensité ainsi que leur durée est d'autant plus grande qu'on a regardé l'objet pendant un temps plus considérable. Ces apparences forment une partie de celles auxquelles on donne le nom de *couleurs accidentelles*, d'après Buffon, à qui on doit les premières observations sur ce genre de couleurs (1). Je vais exposer ici d'une manière

(1) *Mém. de l'acad. des sc.*, 1743 :

Les observations de Jurin ont, à la vérité, précédé celles de Buffon; mais Jurin n'avait pas observé de *couleurs*; il n'avait remarqué que les apparences blanches ou obscures qui succèdent à la contemplation des objets noirs ou blancs.

succincte les propriétés principales que présentent ces apparences singulières.

1° La disparition de ces images n'a pas lieu en général par un décroissement d'intensité graduel et continu ; elles présentent au contraire ordinairement des disparitions et réapparitions alternatives ; quelquefois même on voit reparaître une ou plusieurs fois l'impression primitive. L'expérience suivante m'a montré ce dernier effet d'une manière extrêmement remarquable. L'un de mes yeux étant fermé et couvert avec un mouchoir, j'adaptais à l'autre un tube noirci, d'environ 50 centimètres de longueur et 3 de largeur, et je regardais fixement, pendant une minute au moins, un papier *rouge* bien éclairé et suffisamment étendu pour que les bords en fussent cachés par le tube ; puis, sans découvrir l'œil fermé, j'enlevais subitement le tube et je regardais le plafond blanc de l'appartement. Alors je voyais d'abord se former une image circulaire *verte ;* mais bientôt elle était remplacée par une image rouge d'une faible intensité et d'une très courte durée; après quoi reparaissait l'image verte, à laquelle succédait de nouveau une image rougeâtre, et ainsi de suite, l'image rouge reparaissant jusqu'à quatre fois, et l'intensité du rouge et du vert allant toujours en s'affaiblissant. Ces effets ont été également constatés par M. Quételet, qui a bien voulu répéter cette expérience.

2° Tous les phénomènes dont j'ai parlé jusqu'ici se manifestent encore lorsqu'au lieu de porter les yeux sur une surface blanche, après avoir regardé l'objet pendant un temps suffisant, on les ferme au contraire de suite, mais en les couvrant complétement d'un mouchoir sur lequel on applique les mains. On voit alors parfaitement, dans cette complète obscurité, se dessiner l'image de l'objet, colorée de la teinte complémentaire.

3° L'image accidentelle paraît plus ou moins grande selon la distance de la surface sur laquelle on la projette. Lorsque cette surface est à la même distance de l'œil que l'objet, l'i-

mage se montre de la même grandeur que cet objet; si la surface est plus ou moins éloignée que l'objet, la grandeur de l'image paraît augmenter ou diminuer proportionnellement.

4° Les couleurs accidentelles se combinent entre elles à la manière des couleurs réelles, c'est-à-dire que du jaune et du bleu accidentels forment du vert; du rouge et du bleu accidentels forment du violet, etc. On peut s'en convaincre par l'expérience suivante, due au père Scherffer (1). On place l'un à côté de l'autre, sur un fond noir, deux petits carrés de papiers colorés, l'un *violet* et l'autre *orangé*, couleurs dont les accidentelles sont le *jaune* et le *bleu*, et l'on marque d'un point noir le milieu de chacun de ces carrés. Alors on porte alternativement les yeux sur l'un et l'autre point, en les tenant fixés sur chacun d'eux pendant environ une seconde, et après avoir répété cette opération un grand nombre de fois, on ferme les yeux ou on les dirige vers une surface blanche. Alors on distingue bientôt l'apparence de trois carrés juxtaposés, dont la formation est trop aisée à concevoir pour que je m'y arrête, et dont celui du milieu est évidemment formé de la superposition des couleurs accidentelles produites par les deux couleurs employées. Eh bien, dans le cas dont il s'agit, ce carré du milieu sera *vert*. Il serait *violet* si les deux couleurs employées étaient le vert et l'orangé, dont les accidentelles sont le rouge et le bleu, etc. Un cas fait cependant exception : c'est celui où les deux couleurs accidentelles que l'on combine sont complémentaires l'une de l'autre. Alors, au lieu de produire du blanc, comme deux couleurs réelles complémentaires, elles semblent au contraire ne donner lieu qu'à un effet d'obscurité. Ainsi lorsque les deux petits carrés de papier sont l'un *vert* et l'autre *rouge*, couleurs dont les acidentelles sont le *rouge* et le *vert*, le carré qui occupe le milieu dans l'image accidentelle paraît noirâ-

(1) Dissertat. sur les coul. accid., *Journ. de phys.*, vol. 26, 1785.

tre si on le projette sur un fond blanc, et complétement noir si l'on se couvre les yeux.

5° Les couleurs accidentelles se combinent avec les couleurs réelles de la même manière que ces dernières entre elles, c'est-à-dire que du *rouge accidentel* et du *bleu réel* forment du *violet*, que du *bleu accidentel* et du *jaune réel* forment du *verl*, etc. Il est aisé de s'assurer du fait en projetant l'image accidentelle sur une surface peinte de la couleur avec laquelle on veut la combiner : ainsi, en projetant sur une feuille de papier *bleu* l'image accidentelle *rouge* provenant d'un objet *vert*, il en résulte une apparence d'un beau *violet*, etc. Je ferai seulement ici les deux remarques suivantes.

L'objet étant toujours placé sur un fond noir, si l'on projette son image accidentelle sur une surface de même couleur que lui, ou, en d'autres termes, dont la couleur soit complémentaire de celle de l'image, celle-ci ne paraîtra plus que d'un gris foncé, comme si la sensation était en partie détruite en cet endroit de la surface. C'est ce qui arrivera, par exemple, si, après avoir regardé pendant quelque temps un petit morceau de papier rouge posé sur un fond noir, on jette les yeux sur une feuille de ce même papier rouge.

Au contraire, si l'on projette l'image accidentelle sur une surface dont la couleur soit complémentaire de celle de l'objet, c'est-à-dire soit identique avec celle de l'image, celle-ci paraîtra d'une couleur plus belle et plus pure que le reste de la surface sur laquelle elle se détache. C'est ce qui aura lieu, par exemple, avec un objet *rouge* et une surface *verte*, avec un objet *jaune* et une surface *violette*, etc.

6° Afin d'isoler de toute influence étrangère l'objet coloré que l'on regarde, nous avons admis dans tout ce qui précède qu'il reposait sur un fond noir; si ce fond est blanc, on obtient des effets analogues quant à la couleur de l'image accidentelle, mais différents quant au rapport d'éclat de cette image et de la surface sur laquelle elle se détache. Ainsi, quand l'objet repose sur un fond noir, son image accidentelle

projetée sur une surface blanche paraît plus sombre que celle-ci, et le contraire a lieu si l'objet repose sur un fond blanc.

Pour compléter l'exposé des propriétés principales de cette classe de couleurs accidentelles, j'ajouterai les faits suivants.

7° On a vu, dans la note relative à la persistance des impressions de la rétine, que, lorsqu'on se couvre les paupières après avoir regardé un objet assez éclatant, on voit ordinairement l'impression primitive persister pendant un temps assez considérable. En pareil cas, si l'on se découvre les paupières, ou si l'on ouvre les yeux en les dirigeant sur une surface blanche, il arrive généralement que cette impression primitive se change aussitôt en image accidentelle, qui repasse de nouveau à l'état primitif si l'on se recouvre les yeux, et l'on peut ainsi faire passer successivement plusieurs fois l'impression par l'un et l'autre état. L'effet se produit très bien avec l'image d'une fenêtre, et c'est ainsi que Franklin l'a observé (1) : cette image, dans les yeux fermés et couverts, paraît formée de panneaux lumineux et de chassis obscurs; mais si l'on permet à la lumière de traverser les paupières, ou si l'on ouvre les yeux en les portant sur un mur blanc, aussitôt les panneaux deviennent obscurs et les châssis lumineux. Si l'on se couvre de nouveau les yeux, le premier effet reparaît, et ainsi de suite. Darwin a observé un effet analogue après avoir regardé le soleil couchant (2).

Enfin M. Brewster dit (3) que, si, après avoir regardé le soleil, on voit un spectre brun rougeâtre, une certaine pression exercée sur l'œil fera changer cette image en un spectre

---

(1) *Journ. de phys.*, vol. 2, 1773.

(2) *Philos. trans.*, vol. 76, 1786.

(3) *Philos. magaz.*, août 1832, page 91.

vert, et que, si l'on cesse la pression, l'image reprendra sa première couleur.

Remarquons en terminant que, puisque *l'impression primitive* survit toujours pendant quelque temps à la cause qui l'a produite (voy. la note précédente), *l'image accidentelle* doit être regardée comme succédant à ce premier phénomène ; et si dans le plus grand nombre des expériences relatives aux couleurs accidentelles, on ne peut saisir la trace de cette impression primitive qui s'efface, c'est qu'elle est généralement trop fugitive, et que le temps de son existence est encore diminué par cette circonstance que, pour donner beaucoup d'intensité et de durée à l'image accidentelle, on regarde l'objet pendant long-temps. En effet, tandis que la contemplation prolongée de l'objet accroît la durée du second phénomène, on a vu, dans la note précédente (p. 477, sous le n°4), qu'elle raccourcit en général la durée du premier. Du reste il est des cas dans lesquels la succession des deux phénomènes se montre parfaitement : telle est l'expérience rapportée dans la note précédente à l'endroit que je viens de citer. Lorsque j'ai contemplé la fenêtre pendant un temps qui n'est ni trop long ni trop court, je vois parfaitement, d'abord l'image de la fenêtre, avec ses panneaux lumineux et ses chassis obscurs, puis l'image accidentelle avec les panneaux obscurs et les chassis lumineux. M. Brewster a observé des effets analogues. (1)

On peut, comme l'a indiqué Scherffer, dans son intéressant mémoire, faire servir ces phénomènes de vision à un amusement, de la manière suivante. On peint sur un fond noir un buste d'homme ou de femme, en employant des couleurs telles qu'elles aient pour accidentelles les couleurs naturelles d'une semblable figure. De cette manière la peau sera couleur de bronze, les cheveux et les sourcils seront

(1) *Letters on natural magic.*, page 26.

blancs; les yeux auront des prunelles blanches sur un fond noir, etc; ce qui produira nécessairement un ensemble hideux; mais si l'on regarde fixement, pendant un temps suffisant, un même point de cette figure, et qu'on jette ensuite les yeux sur un mur blanc, on y verra l'apparence d'une tête avec ses couleurs naturelles.

Toutes les apparences dont il a été question jusqu'ici *succèdent* à la contemplation des objets colorés; mais l'expérience prouve que, *pendant* cette contemplation même, il se manifeste un autre ordre de phénomènes consistant aussi dans l'apparition de couleurs complémentaires, et qui forment une seconde classe de couleurs accidentelles. Ainsi Buffon remarque que, pendant qu'on regarde fixement un objet coloré, posé sur un fond blanc, il se manifeste, extérieurement à cet objet et le long de son contour, une bordure colorée d'une teinte pareille à celle de l'image accidentelle que l'on obtient en jetant ensuite les yeux sur un autre endroit du fond blanc. Quelques physiciens ont cependant rangé ce phénomène dans la classe précédente de couleurs accidentelles, en l'attribuant à ce que, pendant la contemplation de l'objet, l'œil ne peut demeurer complétement immobile, de sorte que l'image vacille sur la rétine, et qu'il y a, tout autour de cette image, des parties de la rétine qui, après avoir reçu l'impression de la lumière colorée venant des bords de l'objet, reçoivent l'impression du fond blanc. Mais sans parler de ce fait, il est une foule d'autres expériences qui montrent la production des couleurs accidentelles pendant la contemplation des objets colorés.

Ainsi Rumford a montré (1) que, lorsqu'une ombre est produite dans une lumière colorée, cette ombre se teint de la couleur complémentaire. C'est-à-dire, par exemple, que si l'on éclaire un papier blanc avec de la lumière *verte*, un

---

(1) *Philos. trans.*, 1794.

petit corps interposé entre cette lumière et le papier produira sur ce dernier une ombre *rouge*, etc.

Ainsi encore, d'après l'observation de Meusnier (1), lorsque l'intérieur d'un appartement n'est éclairé que par la lumière du soleil transmise au travers d'un rideau d'étoffe colorée, et que ce rideau est percé d'un trou de quelques millimètres de diamètre, par lequel la lumière directe peut s'introduire, si l'on reçoit ce faisceau de lumière sur un papier blanc, la partie du papier éclairée par la lumière *blanche* du soleil, paraît vivement colorée d'une teinte complémentaire de celle du rideau.

Prieur de la Côte-d'Or a fait voir (2) que, si l'on place entre une fenêtre et l'œil un morceau de papier coloré possédant une certaine transparence, et si l'on applique sur ce papier une petite bande de carton blanc, elle paraîtra teinte de la couleur complémentaire : on la verra *rose* sur un papier *vert*, couleur *lilas* sur un papier *jaune*, etc. L'effet est plus prononcé pour certaines positions du papier coloré, positions que l'on trouve aisément en faisant l'expérience. De plus, si la petite bande de carton est elle-même colorée, sa couleur se combine avec la complémentaire de celle du papier : ainsi une bande *bleue* paraîtra *violette* sur du papier *vert*, une bande *jaune* paraîtra *verte* sur du papier *orangé*, etc.

On peut encore citer les expériences du docteur Smith (3). Elles consistent à appliquer à l'un des yeux un petit tube de papier coloré transparent, que l'on éclaire fortement de côté. Alors, les deux yeux étant ouverts, on regarde une surface blanche, et la portion de cette surface vue à travers le tube coloré paraît teinte de la couleur complémentaire.

---

(1) Les expériences de Meusnier sont rapportées par Monge, *Ann. de chim*, t. 3, 1789.

(2) *Ann. de chim.*, t. 54.

(3) *Philos. magaz.*, oct. 1832, page 255, dans la note.

Dans les expériences qui précèdent, l'espace dont la couleur paraît modifiée est supposé d'une petite étendue relativement à la surface colorée qui l'entoure, et la couleur de cette dernière ne paraît pas sensiblement altérée; cependant M. Chevreul a prouvé récemment, d'une manière générale (1), que cette modification des couleurs est réciproque, c'est-à-dire que, lorsque nous voyons simultanément deux objets colorés placés dans le voisinage l'un de l'autre, leurs deux couleurs semblent réagir mutuellement de telle manière *qu'à chacune d'entre elles s'ajoute la complémentaire de l'autre*. Ainsi, lorsque je place l'un à côté de l'autre un objet *rouge* et un objet *jaune*, le premier semblera tirer plus ou moins sur le *violet* et le second sur le *vert*, etc. Cette modification *réciproque* des deux couleurs est ordinairement trop faible pour qu'on puisse l'apercevoir sans avoir recours à un artifice particulier; voici le procédé de M. Chevreul. On colle l'une contre l'autre, sur une carte, deux bandes de papier ou d'étoffe teintes des deux couleurs que l'on veut soumettre à l'observation : l'une est par exemple rouge et l'autre jaune; ces bandes ont 12 millimètres de largeur et 6 centimètres de longueur. Maintenant on colle parallèlement à l'une de ces bandes, et à la distance d'un millimètre, une seconde bande qui lui soit identique en dimensions et en couleur et qui est destinée à servir de terme de comparaison; on fait la même opération relativement à la bande peinte de l'autre couleur, et l'on a ainsi quatre bandes colorées, deux d'une couleur et deux de l'autre; les deux intérieures se touchent, et c'est sur elles que l'on observe l'action mutuelle des deux couleurs. Il suffit pour cela de regarder la carte dans un certain sens et pendant quelques secondes. L'effet réciproque des deux couleurs contiguës, qui échapperait dans les circonstances ordinaires, devient ainsi presque toujours sensible, à l'aide des

---

(1) *Mém. de l'Institut*, t. 11, 1832.

deux bandes extrêmes qui servent de terme de comparaison. Ainsi, dans l'exemple que nous avons choisi de bandes *rouges* et *jaunes*, on remarquera que la bande rouge intérieure tirera sur le *violet*, et que la bande jaune qui lui est contigue tirera sur le *vert*. M. Chevreul rapporte un grand nombre d'autres exemples qui rentrent tous dans la même loi. Il est seulement nécessaire de noter ici les faits suivants.

1° Si les deux couleurs employées sont complémentaires l'une de l'autre, comme le rouge et le vert, elles s'avivent par leur juxtaposition, et acquièrent un éclat et une pureté des plus remarquables.

2° Si l'on juxtapose une couleur quelconque avec le *blanc*, ce dernier se teint légèrement de la couleur complémentaire, et la couleur employée devient plus brillante et plus *foncée* : ainsi, par le contact du blanc et du rouge, le premier deviendra verdâtre et le second semblera plus brillant et plus foncé.

3° Si l'on juxtapose une couleur quelconque avec le *noir*, celui-ci prend également, d'une manière plus ou moins prononcée, la teinte complémentaire de la couleur employée, et cette dernière paraît en général plus brillante et plus *claire*.

4° Le *blanc* et le *noir* éprouvent aussi, par leur juxtaposition, une modification réciproque : le premier devient plus éclatant et le second plus foncé.

5° Les modifications mutuelles des couleurs ne sont pas bornées au cas où les objets colorés qui se modifient sont contigus l'un à l'autre : M. Chevreul prouve par l'expérience qu'on peut encore les rendre sensibles même lorsque ces objets sont séparés de 5 centimètres. Seulement l'intensité de l'effet est d'autant moindre que la distance est plus grande.

6° A ces observations tirées du mémoire de M. Chevreul, j'en ajouterai une dernière, qui se vérifie à chaque instant, et qui peut d'ailleurs en quelque sorte se déduire des 2e, 3e et 4e

précédentes : c'est que lorsque deux objets voisins diffèrent en *clarté*, cette différence paraît en général augmentée par leur voisinage : l'un paraît plus *clair* et l'autre plus *sombre* que s'ils étaient vus séparément ou entourés d'objets d'une clarté égale à la leur. Il y a plus, c'est que des objets modérément éclairés peuvent disparaître complétement, comme cela résulte des observations de M. Brewster (1), lorsque leur image se peint sur la rétine dans le voisinage d'une partie de l'organe vivement excitée par la présence d'un objet brillant. On peut aisément se convaincre de ce fait en regardant des objets placés à peu près derrière la flamme d'une bougie. Ces objets paraissent d'autant plus sombres que leur image est plus rapprochée de celle de la flamme, et, lorsque la distance des deux images est très-petite, ils disparaissent entièremen t(2).

En réfléchissant à l'ensemble des expériences que je viens de rapporter, on verra qu'elles conduisent à la conclusion suivante.

Lorsque nous regardons, directement ou indirectement, un espace coloré, il se manifeste, en dehors du contour de cet espace, et jusqu'à une distance assez grande, l'apparence plus ou moins pro-

(1) *Philos. magaz.*, sept. 1832, p. 172.

(2) Afin de compléter l'exposé des faits principaux relatifs aux couleurs accidentelles, je dois ajouter aux expériences citées la suivante, qui est due au docteur Smith (voy. *Philos. magaz.*, oct. 1832, p. 249). J'y reviendrai plus loin, et je tâcherai de montrer qu'elle se rattache plus directement qu'elle ne le paraît d'abord, à l'ensemble des autres faits que j'ai rapportés.

Placez une bougie allumée très près de l'un de vos yeux, de l'œil droit par exemple, mais en dehors de l'axe optique; tenez alors en face des yeux une petite bande de papier blanc, et dirigez vos regards vers un point éloigné, de manière à voir la petite bande double : l'image vue par l'œil droit vous paraîtra *verte*, et celle qui est vue par l'œil gauche vous semblera *rougeâtre*.

noncée d'une couleur complémentaire de la sienne, couleur qui va en décroissant d'intensité à mesure que la distance augmente.

Le noir et le blanc, la clarté et l'obscurité, sont assimilés, dans ce cas, à deux couleurs complémentaires l'une de l'autre.

Si deux espaces ou objets colorés sont voisins l'un de l'autre, l'effet est alors réciproque, eu égard à l'étendue et à l'éclat de chacun des deux objets.

Ce développement de la couleur complémentaire est surtout prononcé lorsque l'espace sur lequel on l'observe est petit et entouré d'une étendue beaucoup plus considérable de la couleur qui doit produire cette teinte complémentaire, comme dans les expériences de Rumford, de Meusnier et de Prieur.

On augmente encore de beaucoup l'intensité de l'effet en faisant en sorte que le petit espace soit peu éclairé par rapport au fond coloré sur lequel il se détache : c'est ce que l'on peut conclure des expériences de Rumford et de Prieur, et ce qu'il est aisé de vérifier directement.

Le fait que nous venons d'établir sert à rendre raison d'apparences colorées qui se montrent dans un grand nombre de circonstances.

Ainsi, comme le remarque M. Brewster (1), lorsqu'un appartement, dont les murs sont revêtus d'une couleur éclatante, est éclairé par le soleil, les parties de l'ameublement sur lesquelles la lumière de cet astre ne tombe pas directement semblent se teindre d'une couleur complémentaire de celle des murs.

Ainsi encore, d'après l'observation de M. Chevreul, lorsqu'on imprime des dessins sur des étoffes ou des papiers colorés, la couleur de ces dessins est ordinairement modifiée par la complémentaire de celle du fond, et il en est souvent résulté des discussions avec les imprimeurs, parceque les dessins

(1) *Letters on natur. magic.*, p. 22.

ne paraissaient pas de la couleur que l'on avait demandée. Dans ce cas on peut s'assurer aisément si la différence est due à un effet de couleurs accidentelles : il suffit pour cela de découper un morceau de papier blanc de manière qu'il couvre le fond et ne laisse voir que le dessin (1).

On sait que les ombres produites sur un mur blanc, au lever ou au coucher du soleil, paraissent bleues ou vertes : c'est qu'alors la lumière de cet astre est orangée ou rougeâtre, et que les ombres se teignent de la couleur complémentaire. Lorsqu'un appartement dans lequel on allume des bougies est encore faiblement éclairé par la lumière du jour qui s'éteint, les ombres que produisent les corps interposés entre les bougies et des objets blancs paraissent également bleues par la même raison.

C'est encore de cette manière que M. Necker de Saussure a rendu raison des phénomènes remarquables que présente le sommet du Mont-Blanc au coucher du soleil (2).

M. Arago pense (3) que l'on pourrait attribuer à la même cause la couleur bleue ou verte sous laquelle s'est montré le soleil à travers le brouillard extraordinaire de 1831, en admettant que les brouillards ou les nuages voisins du soleil aient été colorés de rouge par réflexion.

M. Herschel croit qu'il faut ranger dans la même classe de phénomènes le fait qu'il rapporte à la page 344 du tom. 1.

Enfin, pour citer des apparences dues à la différence de clarté d'objets voisins, il n'est personne qui n'ait observé que, dans un lieu partiellement éclairé par le soleil, les parties qui sont dans l'ombre paraissent bien plus sombres que si le soleil venait à être caché par des nuages, de manière que l'ombre s'étendit sur tous les objets.

---

(1) Voy. le Mémoire déjà cité de M. Chevreul.

(2) *Philos. magaz.*, nov. 1832, p. 335.

(3) *Annuaire du bureau des longit. pour* 1832, p. 248.

D'un autre côté remarquons avec M. Chevreul que l'effet brillant produit par les vitraux colorés des églises gothiques provient en grande partie de ce qu'ils sont environnés de murailles sombres.

Il est évident que les faits relatifs à cette classe de couleurs accidentelles doivent recevoir des applications nombreuses dans tous les arts où il s'agit d'assortir des couleurs. M. Chevreul en mentionne un grand nombre relatives à l'art du tapissier, à l'impression des dessins sur papier ou étoffe, etc. Par exemple, il remarque qu'il ne faut jamais assortir, pour les meubles, des étoffes d'un rouge éclatant avec l'acajou : car la teinte complémentaire verdâtre qu'elles développent fait disparaître la couleur rougeâtre qui donne du prix à l'acajou, et celui-ci ressemble alors à du chêne ou à du noyer ; etc. M. Chevreul applique aussi ces considérations à l'arrangement des fleurs dans un jardin : la règle principale à observer en pareil cas est de placer les fleurs bleues à côté des fleurs orangées, les fleurs violettes à côté des fleurs jaunes ; quant aux fleurs rouges et roses, elles ne se montrent jamais avec tant d'avantage que lorsqu'on les voit entourées de verdure et de fleurs blanches. Celles-ci doivent encore être interposées entre des groupes formés de fleurs bleues et orangées, de fleurs violettes et jaunes. On voit que cet arrangement est fondé sur ce que deux couleurs complémentaires s'avivent par leur voisinage, et que le blanc rehausse le ton des couleurs dont il est voisin. On peut encore, comme le remarque M. Gergonne (1), faire des applications du même genre à la toilette des femmes : par exemple, la coiffure qui semble devoir être la plus avantageuse sous ce rapport est un chapeau *vert* doublé de *rose*, parce que cette dernière couleur est réfléchie sur le visage, et que le vert qui l'entoure tend en-

(1) *Ann. de math. pures et appliquées*, avril 1831, page 295.

core à ajouter à l'effet précédent celui de sa couleur complémentaire.

On a fait aussi des applications importantes et nombreuses des effets qui résultent de la différence de clarté des objets voisins. Ainsi les peintres, pour bien juger de l'effet d'un tableau, le regardent à travers un tube noir : les couleurs acquièrent de cette manière une vivacité et un éclat considérables. Ainsi encore l'effet magique du Diorama dépend en partie de ce que le tableau est seul bien éclairé, tandis que tout ce qui l'entoure, ainsi que la salle où se trouvent les spectateurs, demeure dans une certaine obscurité. Enfin lorsqu'on veut produire un grand effet de décorations dans un théâtre, on a soin de diminuer autant que possible la lumière du lustre qui éclaire la salle.

On peut faire servir aussi cette seconde classe de couleurs accidentelles à un amusement, de la manière suivante : On tend, sur un cadre rectangulaire de bois ou de carton, des papiers colorés ayant une certaine transparence, de telle manière que la moitié du rectangle présente un papier rouge et l'autre moitié un papier d'une autre couleur quelconque; ensuite on découpe, en carton blanc, une fleur dont toutes les parties aient très peu de largeur, deux à trois millimètres au plus. On peut, par exemple, découper à cet effet les pétales et les feuilles à jour; enfin on applique cette fleur sur les papiers colorés, de façon que la queue et les feuilles se détachent sur le papier rouge et que la fleur se détache sur l'autre papier coloré. Si alors on tient le cadre entre la fenêtre et l'œil, dans certaines positions, la queue et les feuilles paraîtront vertes, et la fleur semblera colorée d'une teinte complémentaire de celle du fond. Si l'on a plusieurs cadres semblables présentant tous une moitié rouge et ayant l'autre moitié de couleurs différentes, la même fleur blanche appliquée successivement sur ces différents fonds prendra chaque fois une nouvelle couleur : elle sera bleue sur un fond oran-

gé, rose sur un fond vert, etc., tandis que les parties qui doivent être vertes demeureront de cette couleur.

Avant de terminer cet exposé des faits relatifs à la seconde classe de couleurs accidentelles, j'ajouterai les deux remarques suivantes :

1° Nous avons vu, p. 491, que les apparences accidentelles de la première classe sont quelquefois suivies d'une ou plusieurs réapparitions de l'impression primitive. Les couleurs que nous examinons maintenant présentent quelquefois un phénomène qui est pour *l'espace* ce que le premier est pour *le temps*. On observe, dans quelques circonstances, qu'à une certaine distance du contour de l'espace coloré, la teinte complémentaire est remplacée par une légère nuance de la couleur même de cet espace. Ainsi j'ai remarqué que, dans l'expérience de Prieur de la Côte-d'Or, lorsque la petite bande de carton blanc a une certaine largeur, 10 à 12 millimètres, par exemple, il arrive, pour certaines positions du papier coloré et de cette petite bande, que les bords seulement de celle-ci paraissent prendre la teinte complémentaire, et que l'intérieur se teint légèrement de la couleur même du papier : par exemple, sur un papier *rouge*, la petite bande aura les bords *verts* et l'intérieur *rose*; c'est-à-dire qu'à une certaine distance du contour de l'espace rouge la teinte complémentaire verte est remplacée par une nuance de rouge; sur un papier *jaune*, la petite bande aura les bords *violets* et l'intérieur d'un *jaune pâle*, etc. Pour produire le maximum d'effet, il faut employer un papier rouge, orangé, ou jaune, l'incliner un peu en avant, et tenir la petite bande verticalement à une certaine distance du papier ; mais il faut avoir soin que cette distance soit asssez grande pour que la partie supérieure du papier ne puisse réfléchir sa couleur sur la petite bande : autrement on pourrait attribuer l'effet à cette dernière cause.

2° Nous avons vu aussi, p. 495, que l'apparition des images accidentelles de la première classe succédait au phénomène de la persistance des impressions primitives. Eh bien,

nous retrouvons encore, relativement aux couleurs accidentelles de la seconde classe, un fait qui est l'analogue de celui-là, en substituant l'*espace* au *temps*. En effet, pour expliquer le phénomène connu sous le nom d'*irradiation*, les physiciens admettent, comme on peut le voir dans le texte (1), que l'impression produite sur la rétine s'étend un peu au-delà de l'espace directement excité par la lumière; de sorte que, si je regarde un objet rouge par exemple, sur un fond noir, l'image rouge que je perçois est un peu plus étendue qu'elle ne le serait si la sensation se bornait à l'espace que frappe directement la lumière rouge. Il résulte de là que, si l'on considère les apparences qui se montrent extérieurement à l'espace coloré, à partir de son contour réel, c'est-à-dire de celui qu'il présenterait sans l'effet de l'irradiation, et en s'éloignant de ce contour, on doit admettre que l'impression de sa couleur se prolonge jusqu'à une petite distance, au-delà de laquelle paraît la teinte complémentaire. Nous avons vu que cette dernière est quelquefois remplacée, à une distance plus grande, par un nouveau développement de la première couleur.

Ainsi, en rapprochant les deux classes précédentes de couleurs accidentelles, on voit :

Que, dans la première, aussitôt que la rétine cesse d'être excitée directement par la présence de l'objet coloré, il y a :

1° *Persistance généralement très courte de l'impression primitive.*

2° *Apparition de l'image accidentelle.*

3° *Ordinairement disparitions et réapparitions successives plus ou moins nombreuses de cette image accidentelle, et, dans certains cas, apparitions alternatives de l'impression primitive et de l'image accidentelle.*

---

(1) Tome 1, page 451, n° 697.

Que, dans la seconde, si l'on s'éloigne du contour que présenterait l'espace ou objet coloré sans le phénomène de l'irradiation, on trouve :

1° *A partir de ce contour, prolongement, jusqu'à une certaine distance, de l'impression réelle.*

2° *Au-delà de ce prolongement, et jusqu'à une distance ordinairement considérable, développement de la couleur accidentelle.*

3° *Dans certaines circonstances, au-delà de l'espace coloré par la couleur accidentelle, espace qui est alors de peu de largeur, nouveau développement de la couleur réelle de l'objet.*

On voit donc par ce rapprochement que les phénomènes appartenants à la deuxième classe de couleurs accidentelles sont, pour ainsi dire, relativement à l'*espace*, ce que les phénomènes de la première sont relativement au *temps*.

Enfin il y a des phénomènes qui dépendent à la fois de ces deux classes de couleurs accidentelles. En voici des exemples :

1° Lorsqu'au lieu de placer l'objet que l'on regarde sur un fond blanc ou noir, on le place sur un fond coloré et d'une étendue suffisante, la couleur de l'image que l'on aperçoit ensuite en jetant les yeux sur une surface blanche n'est plus simplement la complémentaire de celle de l'objet : elle se trouve combinée avec la couleur même du fond sur lequel il est posé. Du reste ce fond lui-même produit sa couleur complémentaire, et c'est sur elle que se détache l'image de l'objet. Ainsi un petit morceau de papier *orangé* placé sur une feuille de papier *jaune* produira une image accidentelle *verte* sur un fond *violet*; c'est-à-dire que la couleur de l'image se composera du *bleu*, qui est la complémentaire de l'orangé, et du *jaune* qui est la couleur même du papier sur lequel l'objet était placé. De même un petit morceau de papier *violet* placé sur une feuille de papier *rouge* produira une

image *orangée* sur un fond *vert ;* c'est-à-dire que l'image aura une teinte composée de *jaune*, qui est la complémentaire de celle de l'objet, et de *rouge*, qui est la couleur même du fond sur lequel il reposait, etc. Ces effets ont été remarqués par Darwin.

J'ai dit que ces phénomènes dépendaient des deux classes de couleurs accidentelles que nous venons d'examiner. En effet, pendant que je regarde un objet *orangé* placé sur un fond *jaune*, à cet orangé doit se mêler une légère teinte de *violet* produite par le voisinage du jaune, et lorsque ensuite je porte les yeux sur une surface blanche, les phénomènes de succession se manifestant, l'orangé se change en *bleu*, et le violet qui s'y était mêlé se change également en sa complémentaire, c'est-à-dire en *jaune* : l'image doit donc paraître composee de jaune et de bleu, ou *verte*.

2° Lorsque l'objet que l'on regarde est *noir* et placé sur un fond coloré, son image accidentelle paraît toujours se teindre de la couleur de ce fond. Ainsi un objet *noir* placé sur un fond *rouge* donnera une image accidentelle *rouge pâle* sur un fond *vert*, etc. L'effet est plus prononcé dans les yeux fermés et couverts. Ici encore, pendant que je regardais l'objet noir, il s'y manifestait une teinte légère complémentaire de la couleur du fond, teinte qui, lorsque je cesse de regarder l'objet, se change en sa complémentaire, c'est-à-dire en la couleur même du fond.

3° Si au contraire on regarde fixement et assez long-temps un petit objet coloré posé sur un fond noir d'une étendue suffisante, et qu'ensuite on se couvre les yeux, l'image accidentelle paraît entourée, jusqu'à une certaine distance, d'une auréole légèrement teinte de la couleur même de l'objet. Ainsi un objet *rouge* produit une image *verte* entourée d'une auréole *rougeâtre*, etc. : effet qui provient évidemment de ce que, pendant la contemplation de l'objet coloré, l'espace qui l'entoure prend, jusqu'à une certaine distance, une teinte légère complémentaire de la coulenr de l'objet, et que

cette teinte se change ensuite, dans les yeux fermés et couverts, en sa complémentaire, c'est-à-dire en la couleur même de l'objet.

On comprend encore sous la dénomination de couleurs accidentelles des apparences colorées produites dans des circonstances entièrement différentes : par exemple, lorsqu'on se presse l'œil dans l'obscurité, ou lorsqu'on reçoit un choc sur l'œil, ou bien encore dans certaines indispositions de l'estomac, etc. On pourra consulter, sur quelques unes de ces apparences, la note 23, p. 526.

Après avoir exposé les phénomènes principaux relatifs aux couleurs accidentelles qui se montrent pendant et après la contemplation des objets colorés, et avoir indiqué les applications que l'on en a faites, il me reste à rendre compte des principales hypothèses imaginées par les physiciens pour expliquer ces phénomènes singuliers. Je commencerai par ceux de la première classe.

Plusieurs théories ont été proposées successivement par Jurin (1), Scherffer (2), De Godart (3) et Darwin (4), pour expliquer une partie ou l'ensemble des phénomènes. Celle dont la première idée est due à Scherffer est adoptée maintenant, avec une légère simplification, par la généralité des physiciens. Cette théorie, telle qu'elle est admise maintenant, consiste à supposer que l'action soutenue des rayons d'une certaine couleur sur une partie de la rétine en diminue momentanément la sensibilité pour les rayons de cette couleur, de sorte que si l'on porte alors les yeux sur une surface blanche, la portion de la rétine dont la sensibilité est ainsi mo-

(1) Essai sur la vision distincte et indistincte, inséré dans le *Traité d'opt.* de Smith.

(2) Voy. le Mémoire déjà cité.

(3) *Journ. de phys.*, tome 8, 1776.

(4) Voy. le Mémoire déjà cité.

difiée ne pourra, pendant quelque temps, percevoir d'impression complète que de la partie de ce blanc complémentaire de la couleur qui a *fatigué* l'organe.

Ainsi, dans cette théorie, lorsque je regarde fixement et pendant long-temps un objet rouge, la partie de la rétine où se peint l'image de l'objet devient moins sensible à la lumière rouge; et si je porte alors les yeux sur une surface blanche, ce blanc pouvant être considéré comme composé de rouge et de vert, il est clair que je devrai voir une image dans laquelle prédominera le vert. De même, si la contemplation prolongée d'un objet violet diminue la sensibilité de la portion affectée de la rétine pour la lumière violette, lorsqu'on portera ensuite les yeux sur une surface blanche, on devra voir une image dont la teinte sera du *blanc* moins du *violet*, c'est-à-dire du *jaune*.

Cette théorie simple et ingénieuse explique parfaitement la plupart des phénomènes relatifs aux couleurs accidentelles de cette classe : ainsi la diminution d'éclat de l'objet coloré, à mesure que la contemplation se prolonge, doit être le résultat immédiat d'une diminution de sensibilité dans l'organe. On conçoit de même que, si les couleurs accidentelles sont l'effet de la fatigue, elles doivent être d'autant plus intenses et plus durables que cette fatigue est plus grande, c'est-à-dire qu'on a contemplé l'objet pendant plus long-temps. La combinaison des couleurs accidentelles entre elles s'explique avec la même facilité lorsqu'on observe l'effet de cette combinaison en jetant les yeux sur une surface blanche : en effet, si j'ai regardé alternativement du violet et de l'orangé (voy. p. 492, sous le n° 4), couleurs dont le mélange produit le rouge, mon œil sera dans le même état que s'il avait regardé du rouge, et la diminution de sensibilité pour cette couleur donnera lieu, sur une surface blanche, à l'apparition d'une image verte; etc.

Il est cependant des faits importants pour l'explication desquels cette théorie est complétement insuffisante. Ainsi com-

ment expliquer, dans cette hypothèse, la production des couleurs accidentelles dans l'obscurité la plus complète (voy. p. 491, sous le n° 2)? Comment la simple insensibilité de l'organe pour une couleur produirait-elle, en l'absence de toute lumière, la sensation de la couleur complémentaire?

Cette objection n'est pas la seule. Comment expliquer, dans la théorie de Scherffer, la combinaison des couleurs accidentelles avec les couleurs réelles (voy. p. 493, sous le n° 5)? Si une image accidentelle *rouge* provient de ce que la rétine est devenue moins sensible au *vert*, lorsque je projette cette image sur une surface *bleue*, comment se fait-il que je voie du *violet?* En considérant le vert comme une couleur simple, la diminution de sensibilité pour cette couleur ne devrait avoir aucun effet lorsque je regarde une autre couleur simple, comme le bleu; et si l'on considère le vert comme formé de jaune et de bleu, la diminution de sensibilité pour ces deux couleurs devrait simplement donner lieu à une teinte noirâtre lorsque je jette les yeux sur une surface colorée de bleu, c'est-à-dire de l'une d'entre elles; mais dans aucun cas il ne devrait se produire du violet. On pourrait à la rigueur attribuer l'effet à ce que les surfaces colorées, tels que des papiers, des étoffes, etc. réfléchissent encore une certaine quantité de lumière blanche; mais quelques expériences que j'ai tentées à ce sujet avec des couleurs obtenues au moyen d'un prisme m'ont présenté les mêmes effets. Ainsi, après avoir regardé fixement un petit cercle de papier placé dans le rayon rouge et avoir porté les yeux sur un cercle plus grand éclairé par le rayon jaune, j'ai vu parfaitement sur celui-ci une image d'un beau vert jaunâtre, tandis que, si ma rétine était simplement devenue insensible au rouge, je n'aurais évidemment pu apercevoir qu'une image noirâtre.

La théorie de Scherffer n'explique pas mieux la marche en apparence irrégulière de décroissement que présentent les images accidentelles (voy. p. 491, sous le n° 1).

Enfin, je citerai encore, en opposition à cette théorie, le fait suivant :

Lorsque je me presse pendant peu de temps les deux yeux de la manière indiquée dans la note 23, p. 526, et que je cesse brusquement la pression, je vois, dans les yeux fermés et couverts, une grande tache rouge bordée de vert ; mais, aussitôt que je me découvre les yeux de manière à admettre un peu de lumière à travers les paupières, ou bien encore si je jette les yeux sur une surface blanche, ces deux couleurs se changent en leurs complémentaires : la tache devient *verte*, et le bord qui l'entoure devient *rouge*. Cet effet, tout-à-fait analogue à celui qui est décrit p. 494, sous le n° 7, montre, comme dans les phénomènes appartenants à la première classe de couleurs accidentelles, le changement d'une impression colorée en l'impression de la couleur complémentaire; et cependant ici aucune lumière extérieure n'est venue fatiguer l'organe et le rendre moins sensible à certaines couleurs : ce sont des sensations spontanées de *rouge* et de *vert*, qui se changent en sensations de *vert* et de *rouge*.

Quant aux phénomènes appartenants à la seconde classe de couleurs accidentelles, ils ont donné lieu également à un grand nombre de théories différentes, mais qui, pour la plupart, n'ont été imaginées que pour expliquer tel ou tel de ces phénomènes en particulier. Ainsi, les ombres bleues, au lever et au coucher du soleil, ont été attribuées à la lumière bleue de l'atmosphère ; ainsi encore, pour expliquer les expériences de Prieur de la Côte-d'Or, Laplace imaginait, comme le rapporte Haüy (1), « qu'il existe dans l'œil une certaine disposition en vertu de laquelle (en supposant une bande blanche sur un fond rouge) les rayons rouges compris dans la blancheur de la petite bande, au moment où ils arrivent à cet

---

(1) *Traité élément. de phys.*, 2e édit., t. 2, p. 271.

organe, sont comme attirés par ceux qui forment la couleur rouge prédominante du fond : en sorte que les deux impressions n'en font plus qu'une, et que celle de la couleur verte se trouve en liberté d'agir comme si elle était seule ».

La théorie la plus généralement admise, théorie dont l'idée a été donnée par Prieur de la Côte-d'Or (1), est celle qui attribue tous les phénomènes de cette seconde classe au *contraste*, c'est-à-dire à une cause morale qui fait ressortir ce que les couleurs mises en présence ont de dissemblable, en affaiblissant le sentiment de ce qu'elles ont de commun : ainsi, dans les expériences analogues à celles de Meusnier, Prieur, Smith, un petit objet blanc se détachant sur un fond coloré, sur un fond rouge par exemple, l'effet du contraste diminue pour nous le sentiment de la partie *rouge* de ce blanc, pour exalter au contraire celui de la partie complémentaire ou *verte*. Dans les expériences de M. Chevreul, si l'on juxtapose par exemple un objet vert et un objet violet, le contraste affaiblira le sentiment de la couleur *bleue*, qui est commune à ces deux objets, et exaltera au contraire celui du *jaune* et du *rouge*, par lesquels ils diffèrent : le premier de ces deux objets paraîtra donc plus *jaune* et le second plus *rouge*, ce qui est d'accord avec la loi trouvée par M. Chevreul. Enfin, si les objets mis en présence diffèrent en *clarté*, le contraste exaltera également cette différence : de là, par exemple, l'effet du noir et du blanc mis en présence, etc.

Sans nier ici complétement l'influence du contraste dans les phénomènes des couleurs accidentelles, je crois cependant que cette cause, qui peut les accroître ou peut-être même les produire dans certains cas, n'est cependant pas celle à laquelle il faut attribuer l'ensemble des phénomènes. Les motifs sur lesquels je fonde mon opinion sont les suivants :

1° Nous verrons bientôt que les phénomènes de la première

(1) *Ann. de chim.*, t. 51.

classe ne résultent pas d'une influence morale; ils sont dus à une modification *physique* de l'organe. Cela étant, n'est-il pas infiniment probable qu'il en est de même des phénomènes de la seconde classe, phénomènes dont l'analogie avec ceux de la première est telle, comme nous l'avons vu, qu'ils en sont pour ainsi dire la traduction, en substituant l'espace au temps?

2° On pourrait concevoir qu'une cause purement morale modifiât en apparence une sensation existante, qu'elle parût donner au blanc une nuance verte, etc.; mais il me paraît bien difficile d'admettre que l'illusion puisse aller jusqu'à créer, dans une obscurité complète, une sensation de lumière qui serait purement imaginaire : or, tel serait le cas des auréoles qui se produisent dans l'expérience citée p. 508, sous le n° 3.

3° Enfin, dans les expériences de M. Chevreul, l'effet se montrait tout aussi bien quand les deux couleurs juxtaposées n'avaient pas de partie commune, par exemple quand on juxtaposait du bleu et du jaune, du vert et du rouge, etc. Malheureusement on n'a pas essayé l'expérience avec des couleurs homogènes; et les couleurs dont M. Chevreul s'est servi renvoyaient nécessairement une certaine quantité de lumière blanche, à laquelle on peut encore, à la rigueur, attribuer un effet de contraste.

Il existe une autre théorie qui peut s'appliquer à la plupart des phénomènes de cette seconde classe, et qui a été adoptée par plusieurs physiciens, entre autres Young (1) et le docteur Smith (2). Elle consiste à étendre l'hypothèse d'une modification dans la sensibilité de la rétine aux phénomènes de la seconde classe, en admettant que, lorsqu'une portion de la rétine est soumise à l'action d'une couleur quelconque, les

(1) *A course of lectures on nat. philos.*, t. 1, p. 455.

(2) *Philos. magaz.*, oct. 1832, p. 255 et suiv., dans la note.

parties environnantes perdent de leur sensibilité pour cette même couleur : cette théorie attribue donc les phénomènes à une cause *physique*.

La théorie que je viens d'indiquer est évidemment aussi insuffisante pour l'explication des phénomènes de la seconde classe que celle de Scherffer pour ceux de la première, car cette insuffisance repose sur des faits analogues.

En effet, que deviennent, dans l'hypothèse dont il s'agit, les phénomènes dépendants de la seconde classe qui se produisent dans une complète obscurité, tels que les effets des expériences décrites p. 507 et 508, effets que l'on voit très bien les yeux étant fermés et parfaitement couverts ?

Comment encore cette théorie expliquera-t-elle la manifestation qui a lieu, dans certains cas, d'une teinte identique à celle de l'objet coloré, à une certaine distance du contour de cet objet ? (Voy. p. 505.)

Etc.

J'ai exposé d'une manière succincte, dans la note précédente et dans celle-ci, les phénomènes principaux relatifs à la persistance des impressions de la rétine et aux couleurs accidentelles, ainsi que les applications que l'on en a faites ; j'ai donné ensuite une idée des théories les plus importantes qui ont été proposées pour les expliquer, et j'ai tâché de faire sentir l'insuffisance de ces théories. Il me reste maintenant à dire quelques mots de mes propres idées sur l'ensemble de ces phénomènes (1).

Je ferai d'abord remarquer, avec Scherffer, qu'il résulte du changement apparent de grandeur des images accidentelles, lorsqu'on les projette sur des surfaces plus ou moins distantes, que ces images sont dues à une modification *physi-*

---

(1) Ces idées ont été développées avec détail dans un Mémoire dont j'ai présenté la première partie à l'Académie de Bruxelles le 12 octobre 1833.

que de l'organe. Tel doit être en effet le phénomène produit, si l'on admet qu'une portion déterminée de la rétine éprouve une modification quelconque : car, l'image résultante correspondant à un angle visuel constant, nous devons la croire d'autant plus grande que nous la rapportons à une plus grande distance. On ne voit au contraire aucune raison pour qu'il en soit ainsi dans l'hypothèse d'une cause morale : l'image devrait alors nous paraître toujours de la même grandeur que l'objet auquel nous la comparerions. Maintenant l'analogie doit nous porter, ainsi que je l'ai déjà dit, à regarder de même les couleurs accidentelles de la seconde classe comme dues à une modification *physique* de l'organe.

Si nous comparons maintenant les impressions accidentelles aux impressions réelles correspondantes, nous verrons bientôt que les premières doivent être regardées comme d'une nature *opposée* à celle des secondes. Cette opposition était admise par Jurin, lequel au reste ne connaissait que les images qui succèdent à la contemplation d'un objet blanc sur un fond noir, ou réciproquement. Darwin l'admet également pour les images colorées, et il se fonde simplement sur ce que la teinte de l'image est complémentaire de celle de l'objet. Je pense que l'on peut établir cette opposition sur les preuves suivantes :

1° Elle est évidente pour le cas d'un objet blanc sur un fond noir, ou réciproquement. (Voyez p. 490, et p. 499 sous le n° 3.)

2° On peut dire, en général, que deux couleurs complémentaires sont opposées, puisque leurs teintes se neutralisent en produisant du blanc ; mais, dans le cas d'une impression réelle et de l'impression accidentelle correspondante, cette opposition paraît aller plus loin, et détruire aussi le sentiment de la clarté en produisant du *noir*. C'est ce que l'on peut conclure de ce qui arrive lorsqu'on projette une image accidentelle sur une surface dont la couleur est complémentaire de la sienne. (Voyez p. 493, sous le n° 5.) J'ai fait voir que, dans ce cas, l'image ne paraissait plus que d'un gris foncé, comme

si la sensation était en partie détruite en cet endroit de la surface colorée.

3° Tandis que deux couleurs réelles complémentaires produisent du *blanc* par leur combinaison, deux couleurs accidentelles complémentaires produisent au contraire du *noir*. (Voy. p. 492, sous le n° 4.)

Ce qui précède étant admis, reprenons l'ensemble des phénomènes qui succèdent à la contemplation des objets colorés, et qui accompagnent cette contemplation. Lorsqu'une portion de la rétine, après avoir été excitée par la présence d'un objet coloré, est subitement soustraite à cette action, elle regagne peu à peu l'état normal en produisant pour nous les phénomènes de la persistance de l'impression primitive, et des couleurs accidentelles de la première classe. (Voy. p. 506.)

D'un autre côté, si, tandis que la rétine est soumise à l'action de la lumière colorée, nous examinons les parties de l'organe qui environnent l'espace directement excité, nous voyons que l'on ne retrouve l'état normal qu'à une distance plus ou moins grande du contour de cet espace, et que l'on arrive à cet état normal en passant par les effets de l'irradiation et des couleurs accidentelles de la seconde classe. (Voy. p. 507.)

Ainsi, d'une part, *la persistance de l'impression primitive* et *les couleurs accidentelles de la première classe* constituent le passage de l'état d'excitation d'une portion de la rétine à l'état normal, lorsqu'on envisage ce passage *selon le temps*.

D'une autre part, *l'irradiation* et *les couleurs accidentelles de la seconde classe* constituent le passage de l'état d'excitation de cette même portion de la rétine à l'état normal, lorsqu'on envisage ce passage *selon l'espace*.

Maintenant, il résulte du rapprochement que j'ai présenté p. 506, que les passages à l'état normal *selon le temps* et *selon l'espace* s'effectuent suivant des lois analogues, l'une

d'entre elles n'étant, pour ainsi dire, que la traduction de l'autre, en substituant l'espace au temps.

Tous les phénomènes dont nous nous sommes occupés doivent donc se rattacher à un même principe; nous allons voir qu'ils se lient entre eux de la manière la plus naturelle, et qu'on peut peut les envisager tous comme dépendants d'une simple loi de continuité.

En effet, examinons de plus près le passage à l'état normal selon le temps. Lorsque la rétine est subitement soustraite à l'action des rayons émanés de l'objet coloré, l'etat d'excitation de l'organe persévère d'abord pendant quelque temps en s'affaiblissant, mais *sans changer de nature*; et de là résulte la persistance de l'impression primitive. Mais bientôt cet état de l'organe fait place à un état *opposé*, d'où résulte l'image accidentelle de l'objet. (Voy. p. 516.) Cette nouvelle sensation atteint bientôt un maximum d'intensité (1), et s'affaiblit ensuite à son tour en présentant ordinairement une marche oscillatoire plus ou moins régulière, tantôt se bornant à disparaître et à reparaître successivement, tantôt alternant avec des réapparitions de l'impression primitive. (Voy. p. 491, sous le n° 1.)

Or, comment ne pas voir une analogie frappante entre ces phénomènes et le mouvement d'un corps écarté d'une position d'équilibre stable, et qui y revient par un mouvement oscillatoire? N'est-on pas naturellement conduit par l'ensem-

---

(1) L'image accidentelle ne se montre pas toujours aussitôt après qu'on a cessé de regarder l'objet coloré; il faut souvent attendre quelques instants : dans ce cas, on voit parfaitement l'image atteindre un maximum d'intensité avant de commencer à s'affaiblir, et il en est de même dans tous ses retours successifs. Dans le cas où l'image se montre de suite, l'analogie doit nous porter à croire que la marche de l'impression a lieu de même vers un maximum, mais qu'elle est trop rapide pour que nous puissions la suivre.

ble des phénomènes à admettre que *la rétine, écartée de son état normal par la présence d'un objet coloré, puis subitement abandonnée à elle-même, regagne d'abord rapidement le point de repos; mais qu'entraînée par son mouvement, elle dépasse ce point pour atteindre un état opposé; et qu'ensuite elle tend de nouveau vers le point de repos qu'elle n'atteint enfin d'une manière durable qu'après une suite d'oscillations décroissantes?*

Si maintenant nous examinons sous le même point de vue le passage à l'état normal *selon l'espace*, nous voyons que l'état d'excitation causé par la lumière émanée de l'objet ne se borne pas à la portion de la rétine directement frappée par cette lumière; mais que cet état se prolonge, *sans changer de nature*, jusqu'à une petite distance du contour de cette portion, en produisant le phénomène de l'irradiation; puis, qu'au delà de cette limite se manifeste un état *opposé* de l'organe, d'où résulte la couleur accidentelle; et qu'enfin, dans certains cas, à une distance plus grande encore, se montre de nouveau, quoique très faible, la couleur de l'objet.

Ainsi, dans ce cas, nous avons des oscillations *selon l'espace*, au lieu d'oscillations *selon le temps*, et nous retrouvons la même analogie avec des phénomènes naturels. C'est ainsi que, dans une surface vibrante, les parties séparées par les lignes nodales se constituent dans des états opposés. C'est ainsi encore que, si l'on considère à un instant donné les ondes excitées à la surface de l'eau par la chute d'une pierre, on trouve, en s'éloignant du centre d'excitation, des états alternatifs d'élévation et d'abaissement de moins en moins prononcés.

On voit maintenant sous quel point de vue général j'envisage l'ensemble des phénomènes qui font l'objet de ces deux notes. On pouvait presque les prévoir *à priori*. En effet, en admettant qu'un organe excité vînt à être subitement abandonné à lui-même, on devait regarder comme très peu probable que cet organe se retrouvât brusquement et d'une ma-

nière discontinue à l'état normal. De même, pendant la durée de l'excitation, on ne pouvait admettre que, le long du contour de l'espace excité, il y eût un passage discontinu de l'état d'excitation à l'état de repos. Mais si l'on s'était demandé, à part tout résultat d'observation, de quelle manière devait s'effectuer le passage graduel à l'état normal, soit selon le temps, soit selon l'espace, il n'y avait guère, en raisonnant d'après l'analogie, que deux hypothèses simples à faire : la première consistait à supposer un décroissement graduel de l'impression, selon le temps ou selon l'espace, sans changement d'état ; décroissement comparable alors, dans le cas du temps, à ce qui arrive lorsqu'un corps échauffé reprend peu à peu la température extérieure, et, dans le cas de l'espace, à l'état d'un corps échauffé en l'un de ses points, et dans lequel la température va en s'abaissant graduellement à mesure qu'on s'éloigne du point échauffé. L'expérience est évidemment contraire à cette première hypothèse.

Restait alors la seconde hypothèse, à laquelle l'analogie devait également conduire, et qui consistait à admettre que le passage à l'état normal se faisait, selon le temps, par un mouvement d'oscillations en vertu duquel l'impression aurait passé par des états opposés successifs, et, selon l'espace, par un état ondulatoire en vertu duquel la rétine aurait présenté, à partir du contour de l'espace directement excité, des états opposés contigus. Nous avons vu quel est l'accord de l'expérience avec cette seconde hypothèse.

C'est ici le lieu de rapporter les résultats de quelques expériences que M. Quetelet a bien voulu faire avec moi sur le mouvement oscillatoire de l'impression. Voici quelle était notre manière d'opérer. L'un de nous regardait fixement, pendant un nombre déterminé de secondes, un morceau de papier orangé placé sur un fond noir dans un lieu bien éclairé, puis portait aussitôt les yeux sur un mur blanc. Alors il

indiquait avec le plus de précision possible les instants où l'impression accidentelle atteignait ses maxima successifs d'intensité, tandis que l'autre observateur, muni d'une montre marquant les demi-secondes, notait aussitôt le temps. L'effet produit dans ces expériences se bornait à des disparitions et réapparitions de l'impression accidentelle, sans retours de l'impression primitive.

Voici maintenant nos résultats : Les nombres expriment les temps écoulés depuis l'instant où l'observateur cessait de regarder l'objet, jusqu'à ceux où l'impression atteignait ses maxima successifs.

APRÈS AVOIR REGARDÉ L'OBJET				
1° pendant 15''.		2° pendant 30''.	3° pendant 60''.	
Effet observé par M. Quételet.	Effet observé par moi.	Effet observé par M. Quételet.	Effet observé par M. Quételet	Effet observé par moi.
2'',5	3'',0	2'',5	2'',5	2'',7
8 ,9	8 ,5	8 ,2	7 ,8	7 ,0
15 ,1	16 ,8	16 ,4		11 ,0
23 ,7	23 ,5	25 ,4	14 ,4	15 ,0
		35 ,1		19 ,0
		45 ,1	24 ,7	23 ,0
		55 ,1		28 ,0
			34 ,0	34 ,5
			45 ,6	48 ,0
			52 ,6	54 ,0
			67 ,9	65 ,5
			76 ,6	
			84 ,3	

Ces résultats sont en trop petit nombre pour qu'on puisse en tirer des conclusions bien certaines. Leur comparaison entre eux me paraît cependant autoriser les remarques suivantes :

1° Si l'on compare les trois observations faites par

M. Quetelet, et qui représentent les effets produits d'abord après avoir regardé l'objet pendant 15″, puis pendant 30″, et enfin pendant 60″, on verra d'abord, comme on pouvait s'y attendre, que le nombre des oscillations est d'autant plus grand que l'on a regardé l'objet pendant plus long-temps. Ainsi, dans le premier cas, il y a eu quatre apparitions de l'image accidentelle, dans le second il y en a eu sept, et dans le troisième dix. Les deux observations faites par moi conduisent à un résultat analogue : dans le premier cas j'ai observé quatre apparitions, et dans le dernier onze.

2° La comparaison des trois observations de M. Quetelet semble conduire à une conclusion plus remarquable : c'est que, si le temps pendant lequel on a regardé l'objet a de l'influence sur le nombre des oscillations, il ne paraît pas en avoir sensiblement sur la durée de chacune d'entre elles. Ainsi le premier maximum s'est montré, dans les trois cas, après 2″,5 et les temps après lesquels se sont montrés les autres se rapprochent assez pour que les différences puissent être attribuées aux erreurs des observations.

3° Si l'on compare les deux premières observations, l'une de M. Quetelet, et l'autre de moi, on voit que les oscillations ont eu des durées sensiblement égales dans les yeux de chacun de nous. D'un autre côté, en comparant les deux dernières observations, on voit que, si on les écrivait l'une à côté de l'autre, de manière que le premier maximum observé par M. Quetelet correspondît au premier maximum observé par moi, et ainsi de suite, on trouverait au contraire dans l'une et l'autre série des nombres extrêmement différents : par exemple, le cinquième maximum de la série de M. Quetelet n'a lieu qu'après 34″, tandis que le cinquième maximum de la mienne a lieu après 19″, etc. Il semble donc au premier abord que, si dans la première expérience les oscillations ont eu des durées sensiblement égales chez M. Quetelet et chez moi, ces durées ont été très différentes dans la dernière expérience. Cependant il est bien probable que

cette discordance n'est qu'apparente : car en écrivant les deux dernières séries comme je l'ai fait ci-dessus, on retrouve encore, en regard, des nombres sensiblement égaux ; et les nombres intercallés s'expliquent de la manière la plus simple, en admettant qu'entre des oscillations d'une durée égale à celles observées par M. Quételet se produisaient chez moi de petites oscillations accessoires, qui étaient le résultat d'une plus grande sensibilité de mes yeux.

Au reste, nous nous proposons, M. Quetelet et moi, de revenir sur ce sujet intéressant, et d'entreprendre à cet égard des observations suivies.

Je terminerai par quelques mots relatifs à l'expérience du docteur Smith (voyez p. 500, en note). Ce physicien l'explique en admettant que l'œil excité par la lumière de la bougie perd de sa sensibilité pour les rayons *rouges*, et que, par compensation, la sensibilité de l'autre œil pour ces mêmes rayons se trouve augmentée : de sorte que le premier doit voir la petite bande de couleur *verdâtre*, et le second de couleur *rougeâtre*. Le docteur Smith conclut de cette expérience qu'une action est propagée de l'un des yeux à l'autre par l'intermédiaire des nerfs optiques.

M. Brewster ne partage pas cette opinion (1). Ses expériences le conduisent à admettre que, lorsque la rétine est fortement excitée par une vive lumière, les parties de l'organe sur lesquelles la lumière ne tombe pas directement perdent de leur sensibilité pour tous les rayons lumineux, mais principalement pour les rayons rouges : de sorte qu'il attribue, comme le docteur Smith, l'apparence verte de l'une des deux images à une diminution de sensibilité pour le rouge ; mais il croit que la couleur rougeâtre de la petite bande vue par l'œil non excité, n'est autre que la couleur même de la lu-

---

(1) *Philos. magaz.*, sept. 1832, p. 172, et mars 1833, p. 168.

mière de la bougie, rendue en apparence plus rouge encore par le contraste du vert de l'autre image.

S'il m'est permis de proposer ici une autre explication d'une partie du phénomène, je pense que l'on doit attribuer l'apparence verte de l'image perçue par l'œil excité, à ce qu'une partie de la lumière de la bougie traverse les enveloppes de l'œil, et répand sur la rétine une clarté rougeâtre : alors l'image blanche, étant environnée de cette lumière rouge, doit paraître se teindre de la couleur complémentaire verte.

La discussion de ces différentes opinions nous conduirait trop loin. Je citerai cependant ici, en faveur de la mienne, un fait que j'ai constaté par expérience, et que je regarde comme capital : c'est que l'effet se produit encore parfaitement bien lorsqu'on empêche, à l'aide d'un petit obstacle opaque tenu très près de l'œil, la lumière de la bougie de pénétrer par la pupille, en lui permettant toutefois d'éclairer les parties extérieures de l'organe : dans ce cas, l'image de la flamme ne se peint en aucune manière sur la rétine, et cependant les apparences *verte* et *rouge* se produisent de même. Je répondrai aussi à une objection qui semble se présenter d'abord d'elle-même. On pourrait dire, en effet, que la lumière rouge qui traverse les enveloppes de l'œil est disséminée partout, et qu'elle doit se répandre aussi sur l'image de la petite bande, qui devrait par conséquent paraître *rougeâtre,* et non *verdâtre.* Je ne puis mieux faire, à cet égard, que de citer ici un fait analogue, rapporté par M. Gergonne (1). « Les rayons du soleil, dit ce physicien, ne parviennent le matin, l'été, dans une des classes de mathématiques du collége de Montpellier, exposée au levant, qu'après avoir traversé le feuillage des acacias dont la cour est plantée. Quand on entre dans

(1) Voy. le Mémoire déjà cité, p. 296, dans la note.

cette classe, tous les objets intérieurs se présentent sous une teinte verdâtre, qui peu à peu semble s'effacer; mais alors un autre phénomène succède : toutes les traces de craie sur la planche noire semblent se revêtir d'une teinte plus ou moins rosée. » Il est visible que les traces de craie, comme le reste du tableau, sont éclairées par de la lumière verte; cependant elles se teignent de la couleur complémentaire.

J. Plateau.

---

22. *Sur le rapport des pouvoirs de réflexion et de réfraction* (numéro 547).

Dans ces derniers temps, sir David Brewster a présenté, sur les phénomènes dont il est ici question, un nombre considérable d'expériences importantes, dans son Mémoire sur la réflexion et la décomposition de la lumière aux surfaces de séparation de milieux ayant des pouvoirs réfringents égaux ou différents (1); et il en conclut, contrairement à l'opinion de l'auteur de ce traité, que la réflexion n'est pas nulle à la surface de séparation de deux milieux également réfringents : en sorte que les pouvoirs de réflexion et de réfraction sont loin de suivre les mêmes lois. De plus, quand on fait varier l'incidence de la lumière, on voit à ces surfaces de séparation apparaître des couleurs périodiques. Ces expériences se font en mettant des prismes de verre en contact avec divers liquides, comme les huiles, ou avec des corps mous dont le pouvoir réfringent diffère peu ou point de celui du verre.

---

(1) *Philos. trans.*, 1829, p. 187.

23. *Sur l'effet de la compression et de la dilatation de la rétine* (numéro 567).

—

En répétant l'expérience décrite par Newton dans la seizième question, à la fin de son Optique, sur la production de la lumière par une faible pression sur le globe de l'œil, ou par un coup sur l'œil, sir D. Brewster trouva qu'il était nécessaire de modifier la proposition de Newton que « les couleurs s'évanouissent en une seconde, quand l'œil et le doigt demeurent en repos ». Il trouva en effet que les couleurs continuaient tant que durait la pression. Quant à la nature de la lumière produite ainsi dans l'œil, sir D. Brewster n'a vu que des cercles *blancs* et *noirs*, avec une teinte générale rouge provenant de la lumière qui passait à travers la paupière fermée; au lieu que Newton parle de couleurs semblables à celles des plumes de paon.

Sir D. Brewster établit que, quand on exerce une faible pression, de manière à comprimer légèrement la substance pulpeuse de la rétine, il se produit une tache circulaire de lumière incolore, quoique l'œil soit dans une obscurité complète, et n'ait pas été exposé à la lumière depuis plusieurs heures (1). Si l'on reçoit alors de la lumière dans l'œil, on trouve que la partie comprimée de la rétine est plus sensible à cette lumière qu'aucune autre partie, et paraît en conséquence plus lumineuse : il suit de là qu'*une légère compression de la rétine augmente sa sensibilité pour la lumière qu'elle reçoit, et fait*

---

(1) *Reports of the british association*, p. 551. — 1833.

naître une sensation de lumière, quand l'œil est dans une obscurité absolue.

Si l'on augmente alors la pression, la tache circulaire de lumière devient graduellement plus sombre, puis devient noire, et se trouve entourée d'un cercle lumineux. En augmentant encore la pression, une tache lumineuse apparaît dans le milieu de la tache centrale obscure, avec une autre tache lumineuse diamétralement opposée et sous le point de pression. « En considérant l'œil comme une sphère élastique remplie de fluides incompressibles, il est évident qu'un anneau liquide se formera autour du point déprimé par le doigt, et que la pression, du centre vers la circonférence, doit *dilater* la partie de la rétine placée sous le doigt, et qui était d'abord comprimée, tandis qu'il comprime toutes les parties de la rétine qui sont en contact avec l'anneau. Un accroissement de pression éprouve une résistance de la partie opposée de la rétine, et produit ainsi une compression à chacune des extrémités de l'axe de pression, laquelle fait naître la tache de lumière diamétralement opposée, comme aussi la tache lumineuse au milieu de l'espace noir circulaire. » De là l'auteur conclut que, *quand la rétine est dilatée sous l'influence de la lumière, elle éprouve une cécité absolue ou devient insensible aux impressions lumineuses.*

Ces propriétés de la rétine se présentent souvent d'elles-mêmes involontairement, avec différentes modifications, selon l'état de sensibilité de la rétine, en conséquence du mouvement du globe de l'œil par ses propres muscles durant l'acte de l'éternuement, et dans d'autres occasions.

Les phénomènes décrits précédemment sont ceux produits dans les parties de la rétine qui sont le plus affectées par une pression donnée; mais on conçoit que cette pression se propage sur toute la rétine; et même, lorsqu'elle est trop faible pour produire une impression lumineuse, elle peut cependant modifier d'autres impressions d'abord produites sur la rétine. Si, après avoir été dirigé vers le soleil, l'œil voit un

spectre *brun rosâtre*, une pression sur une autre partie de la rétine fera passer le spectre au *vert*, et le *brun* reparaîtra quand cessera la pression; si la pression est de nature à diminuer la sensibilité de la rétine, elle diminuera ou fera entièrement disparaître une faible impression qui avait fait naître le spectre.

Quand l'œil est pressé par devant, en plaçant le doigt sur la paupière, au-dessus de la cornée, on ne voit pas de spectre lumineux, et sir D. Brewster n'osa pas augmenter la pression de manière à produire une impression sur le *derrière* de l'œil. Il mentionne cependant un cas où cet effet fut produit accidentellement. Une personne, dans un chagrin profond, avait été assise pendant quelque temps, la main appuyée sur l'œil : au moment où elle la retira et ouvrit l'œil, une tache noire de la grandeur d'une pièce de six *pence* fut aperçue dans l'axe de la vision. La pression des vaisseaux sanguins sur la rétine, dans des cas particuliers d'indisposition, produit des masses flottantes de lumière visibles dans l'obscurité : d'abord du *bleu pâle*, puis du *vert*, puis du *jaune*, et quelquefois même du *rouge*; toutes ces couleurs sont vues occasionellement au bord de la masse lumineuse.

Les observations précédentes sur l'influence de la dilatation, en rendant la rétine insensible à la lumière, rendent très probable que la maladie dans cette membrane, nommée *amaurose*, peut se développer parfois à la suite d'une distension générale du globe de l'œil, provenant d'une surabondance du fluide qu'il renferme. Si cela était, on pourrait faire cesser la pression en poncturant le globe de l'œil (quand on peut le faire d'une manière sûre), et en laissant s'écouler une partie de l'humeur aqueuse. L'expérience seule peut déterminer jusqu'à quel point une pareille opération réussirait quand la maladie est déjà depuis long-temps établie.

Newton et sir D. Brewster ne paraissent s'être occupés que des phénomènes produits par la pression exercée sur un seul œil; mais, quand la pression s'exerce à la fois symétrique-

ment sur les deux yeux, les apparences lumineuses deviennent bien autrement remarquables; et, ce qu'il y a de particulier, c'est qu'elles affectent une forme régulière qui paraît être la même chez tous les individus.

Si, par exemple, l'on exerce simultanément une pression sur les deux yeux, dans des directions opposées, et qui tendent à séparer les deux globes ou à les rapprocher, on apercevra d'abord une lumière rouge bleuâtre; puis, au bout de quelques instants, une lumière d'un blanc jaunâtre. Presqu'en même temps cette lumière se séparera comme en petits losanges qui se distribueront régulièrement sur un faisceau de droites qui concourent vers un même centre, et qui ne paraissent pas s'écarter de plus de 45° de chaque côté de la perpendiculaire à la droite qui passe par les centres des deux yeux. Ce faisceau de droites ne se montre qu'un instant très court, et paraît dégénérer en hyperboles ayant toutes pour axe commun la perpendiculaire dont nous venons de parler, et des foyers communs où viennent se placer deux taches informes et rougeâtres; ces foyers s'écartent ensuite, et le fond de ce tableau brillant devient très onduleux. Dès que la pression a cessé, ou qu'elle vient à se ralentir, on n'aperçoit plus qu'une tache noire entourée d'une lumière jaunâtre, et couverte de petits filaments rouges et jaunes qui s'agitent avec une rapidité très grande. Quand on continue à tenir les yeux couverts, cette tache et le cercle qui l'entoure finissent par prendre une teinte rougeâtre uniforme qui persiste encore très long-temps, et s'éteint graduellement.

On voit rarement le phénomène avec toutes les circonstances que nous venons de décrire, parce qu'il faut quelque habitude pour le produire et l'observer, et que la pression sur les yeux, qui est assez douloureuse, doit être suffisamment forte; même, lorsque la pression n'est pas très régulière, le phénomène se modifie assez sensiblement : du reste, il est toujours très facile d'en saisir les principales circonstances.

—

24. *Sur la quantité de lumière réfléchie par les substances opaques et diaphanes* (numéro 594).

M. Potter, de Smedley-Hall près de Manchester, s'est particulièrement occupé de rechercher le rapport qui existe entre la quantité de lumière incidente et la quantité de lumière réfléchie par les substances de différente nature. En s'occupant d'abord des corps opaques, il a été conduit à conclure que, *si l'on prend le sinus de l'incidence de* 100 *rayons pour abscisse d'un système de coordonnées rectangulaires, l'ordonnée qui représentera les rayons réfléchis appartiendra à une ligne droite*, c'est-à-dire que l'intensité de la réflexion est une simple fonction du sinus d'incidence, et l'on a $y = ax + b$. Par exemple, y étant la lumière réfléchie, x le sinus d'incidence de 100 rayons, a la tangente trigonométrique de 355° 12′ et $b = 72.3$, pour un miroir métallique, le calcul donne les valeurs suivantes :

INCIDENCE.	RAYONS RÉFLÉCHIS. D'APRÈS LE CALCUL.	RAYONS RÉFLÉCHIS. D'APRÈS L'OBSERVATION.
0°	72.30	
10	70.85	68.61
20	69.43	69.45
30	68.11	66.58
40	66.91	66.79
50	65.87	65.42
60	65.03	64.91
70	64.41	65.15
80	64.04	
90	63.91	

Ces nombres, calculés et observés, s'accordent assez bien entre eux. Après avoir déterminé le pouvoir réfléchissant des miroirs de métal et d'acier, il trouva que son photomètre était arrivé à un degré de perfection convenable (Voyez le *Journal des sciences d'Edimbourg pour* 1830), et il commença immédiatement une longue série d'expériences avec des verres de trois différentes sortes : crown-glass, flint-glass et le verre de miroir. Il trouva pour la réflexion à la première surface les nombres suivants :

INCIDENCE.	CROWN-GLASS. — Réflexion de 100 rayons.	VERRE DE MIROIR. — Réflexion de 100 rayons.	FLINT-GLASS. — Réflexion de 100 rayons.
10°	3.66	3.68	3.82
20	3.82	3.74	4.13
30	4.17	4.09	4.45
40	4.49	4.40	4.84
50	5.25	5.57	6.30
60	7.76	8.00	8.89
70	13.70	14.06	17.06
80	33.73	34.29	35.68
85	54.57	54.59	57.27

Ces nombres peuvent être calculés avec une grande approximation au moyen de l'équation d'une hyperbole à axes rectangulaires (Voyez la figure 9). O est l'origine des coordonnées ; en prenant l'abscisse x, comme on l'a dit plus haut, égale au sinus d'incidence de $r = 100$ rayons, l'ordonnée représente alors la lumière réfléchie, et l'équation de l'hyperbole pour des corps doués de la simple réfraction est $y = a + \frac{c^2}{r + b - x}$. M. Potter a trouvé les valeurs des constantes a, b et c : pour le crown-glass, $a = 2.7$, $b = 1.04$, $c = \sqrt{76}$; pour le verre de miroir, $a = 2.58$, $b = 1.13$,

$c = 9$; et pour le flint-glass, $a = 2.63$, $b = 1.44$, $c = 10$. Les valeurs de l'ordonnée y, pour les différentes incidences, ont été calculées avec ces données, dans la table suivante; et elles s'accordent, autant qu'on pouvait s'y attendre, avec celles obtenues par l'expérience.

INCIDENCE.	y pour le crown-glass.	y pour le verre de miroir.	y pour le flint-glass.
0°	3.452	3.380	3.615
10	3.608	3.546	3.819
20	3.837	3.790	4.117
30	4.189	4.164	4.574
40	4.767	4.778	5.320
50	5.810	5.882	6.656
60	7.964	8.155	9.369
70	13.448	13.891	16.015
80	32.396	33.155	36.422
85	56.202	56.204	57.559
90	75.776	74.261	72.074

M. Potter chercha aussi avec soin l'intensité de la réflexion sur la seconde surface. Il ramena l'intensité de la première réflexion à celle sur la seconde surface, en y faisant toutes les réflexions égales à la série $\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^4} +$, etc.; et, prenant pour la perte par l'absorption celle qu'il avait déterminée par expérience, il obtint des valeurs qui confirmèrent l'opinion que le pouvoir réfléchissant est le même pour les deux surfaces lorsque les déviations des rayons incidents et réfractés sont égales. Mais les erreurs de l'expérience pour les deux surfaces en même temps se combinant, dans le cas de la réflexion sur la seconde surface, les résultats obtenus étaient moins réguliers que ceux trouvés plus haut.

Le tableau suivant fera connaître la pesanteur spécifique

et le calorique spécifique à volume égal, ainsi que les index de réfraction et les pouvoirs réfléchissants pour la plus grande incidence dans le verre ou le métal employés dans les observations précédentes.

	PESANTEUR spécifique.	RÉFRACTION.	CALORIQUE spécifique.	RÉFLEXION à la plus grande incidence.
Flint-glass.	3.225	1.570	0.43	72.07
Verre de miroir.	2.511	1.517	0.39	74.26
Crown-glass.	2.541	1.524	0.38	75.77
Miroirs de métal.	8.9		0.67	63.91
Acier.	7.8		0.88	53.60?

L'on voit ici que la réflexion, lorsque les rayons sont à peu près parallèles à la surface réfléchissante, diminuent en raison du calorique spécifique de la matière employée. En partant de là, M. Potter proposa cette loi comme méritant d'être examinée plus attentivement: *Que, dans tout corps solide capable de recevoir un poli, le pouvoir réfléchissant, lorsqu'il n'est pas influencé par des causes étrangères, est une fonction de sa capacité pour la chaleur*. Si cette loi était établie sur des bases assez sûres, elle serait d'une grande importance pour connaître la relation qui existe, dans les substances solides, entre la lumière et la chaleur.

M. Potter a employé, depuis, une autre méthode photométrique pour les cas où la méthode qui suppose l'emploi des lampes devenait inapplicable. Il a nommé cette méthode, à cause du principe sur lequel repose la construction de l'instrument, *photométrie comparative*. Cette méthode est décrite dans le *Philosophical magazine* et dans le *Journal des sciences* pour septembre 1832.

Il appliqua d'abord cette méthode à la détermination de l'intensité relative de la lumière dans les anneaux de Newton

vus par lumière transmise. En plaçant les lentilles qui donnent les anneaux à l'extrémité d'un tube noirci à l'intérieur, et à environ 9 1/2 pouces de l'œil placé à l'autre extrémité du tube, M. Potter pouvait voir les anneaux transmis, sans avoir à craindre la lumière réfléchie. Il plaça au-delà des anneaux une fiole à faces plates, contenant une solution qui donnait une lumière rouge très pure, et compara l'intensité relative de la lumière dans un anneau obscur et dans un anneau clair, avec les intensités relatives des lumières réfléchies par deux morceaux de crown-glass. Il trouva ainsi les nombres suivants :

VERRES PRÉSENTANT		COMBIEN LES ANNEAUX		RAPPORT en prenant pour unité la lumière dans les anneaux obscurs.
les anneaux obscurs sous l'incidence de	les anneaux clairs sous l'incidence de	obscurs contiennent de rayons.	clairs contiennent de rayons.	
30°	70°	4.18	13.44	3.21
30	71	4.18	14.41	3.44
40	73	4.76	16.74	3.51
40	74	4.76	18.16	3.81

L'on n'a écrit dans la seconde colonne que les degrés, parce qu'il aurait été trop difficile de tenir exactement compte des minutes dans de pareilles expériences. La formule déduite des principes admis dans la théorie des ondulations donne pour ce phénomène un rapport de 1 à 1.1538, qui est assez différent du rapport de 1 à 3.5, comme l'indiquent les expériences ci-dessus.

Au moyen de son photomètre, M. Potter a été en état de comparer avec une grande approximation la réflexion d'un corps transparent avec celle du crown-glass : ainsi, un anneau réfléchi par le diamant, sous un angle d'incidence audessous de 10°, est égal à celui du crown-glass pour des angles

entre 63° et 64°. En nous servant de la formule de l'hyperbole donnée pour le crown-glass, nous trouvons que le diamant réfléchit à une incidence perpendiculaire environ 9.3 rayons sur 100 incidents, ce qui n'est cependant qu'environ la moitié de celle donnée pour la formule des ondulations $\left(\frac{\mu' - \mu}{\mu' + \mu}\right)^2$. Lorsque nous prenons la réfraction du diamant égale à 2.5, la formule indique que 18.36 rayons sur 100 incidents auraient été réfléchis.

Un autre diamant plus grand, qui appartient à sir David Brewster, réfléchissait sous des incidences de 2° à 3° autant de lumière que le crownglass sous 64° d'incidence; les résultats des observations diffèrent peu entre eux.

Les moyennes des résultats obtenus sur d'autres substances ont été consignées dans la table suivante.

	INCIDENCE.	INCIDENCE correspondante du crown-glass.	RAYONS réfléchis sur 100.
Mica.	5°	20°	3.83
Sélénite.	5	5	3.52
Spath d'Islande.	5	18	3.78
Un autre.	5	22	3.89
Quartz hyalin.	5	12	3.64
Améthyste.	5	20 ?	3.83 ?
Emeraude.	10	22 ?	3.89 ?

La seconde surface des quatre premières substances fut noircie pour empêcher la réfléxion des rayons. Ce procédé ne fut pas applicable aux deux dernières, dont la forme était très défavorable: aussi les résultats en sont moins certains.

Il était à désirer que l'on examinât si les substances qui ont un grand pouvoir réfractant donnent des valeurs qui s'accordent avec celles qu'on obtient par l'équation de l'hy-

perbole. M. Potter prit des mesures pour différents angles sur le diamant ; mais à cause de la petitesse des faces il ne fut pas en état de pousser ses recherches un peu loin ; et même, pour les angles les plus grands, il est probable que le manque d'un poli parfait a dû rendre ses résultats inexacts.

Après ces premiers essais, il polit avec grand soin une surface de verre d'antimoine bien plane, et il parvint aux résultats suivants, qu'il communiqua à la dernière réunion de l'Association britannique à Cambridge.

Les valeurs consignées dans le second tableau ont été prises dans un jour plus favorable à l'expérience que celles du premier.

INCIDENCE du verre d'antimoine.	INCIDENCE à laquelle le crown-glass donne une réflexion semblable.	RAYONS réfléchis par le verre d'antimoine sur 100 incidents.
10°	61° 48′	8.58
20	64 18	9.65
30	65 15	10.13
40	66 12	10.66
50	67 54	11.76
60	69 30	13.00
70	74 54	19.61
80	81 0	36.16
85	85 0	56.20
3°	59° 58′	7.95
10	61 10	8.35
30	63 48	9.41
40	64 54	9.94
50	66 27	10.81
60	69 24	12.92
70	74 18	18.63
80	80 45	35.17
85	85 6	56.77

Si nous faisons dans l'équation de l'hyperbole à axes rectangulaires $y = a + \frac{c^2}{r + b - x}$, les valeurs des constantes pour l'antimoine comme suit, $r = 100$, $a = 7.4$, $b = 1.25$, $c = 9$, nous trouverons les nombres de la table suivante :

ANGLE d'incidence.	RÉFLEXION selon la formule.	ANGLE d'incidence.	RÉFLEXION selon la formule.
0°	8.20	60°	12.93
10	8.36	70	18.52
20	8.60	80	36.65
30	8.98	85	57.07
40	9.59	90	72.20
50	10.68		

Ces valeurs s'accordent aussi bien ensemble que deux séries d'expériences pouvaient le faire désirer, et elles montrent que le verre d'antimoine suit les mêmes lois que le verre commun, et probablement que toutes les substances solides douées de la simple réfraction. Le maximum de l'angle de polarisation, pour le morceau d'antimoine mis en expérience, était très près de 65°, de manière que l'indice de réfraction doit être environ de 2.1 à 2.2.

---

25. *Sur les ombres brillantes* (numéro 697).

M. L. A. Necker a décrit un phénomène optique assez curieux que j'ai eu moi-même occasion d'observer avec ce savant, durant une excursion que nous fîmes ensemble dans les Alpes, en 1830. « Pour jouir de la vue de ce phénomène, l'observateur doit être placé au pied d'une colline interposée entre lui et la place où le soleil se lève ou se couche ; il est ainsi complétement dans l'ombre ; le bord supérieur de

la colline ou montagne est couvert de bois, ou d'arbres et de buissons détachés qui se projettent en noir sur un ciel parfaitement clair et brillant, sauf la place même à laquelle le soleil est sur le point de paraître ou vient de disparaître. Là, tous les arbres et les buissons qui bordent la sommité, dans leur totalité, branches, feuilles, troncs, etc., paraissent d'une blancheur vive et pure, et brillent d'une lumière éclatante, bien que projetés sur un fond qui est lui-même lumineux et brillant, comme l'est toujours la partie du ciel voisine du soleil. Les moindres détails des feuilles, des petits rameaux, etc., sont conservés dans toute leur délicatesse, et on dirait des arbres et des forêts faits de l'argent le plus pur, avec tout l'art de l'ouvrier le plus habile. Les hirondelles et autres oiseaux qui traversent en volant cette même région, paraissent comme des étincelles de la blancheur la plus éclatante. » (1)

M. Necker pense que l'étendue de la région éclairée varie en raison directe de la distance, et en même temps qu'il doit y avoir un espace angulaire constant, correspondant probablement à une zône large de quelques minutes de degrés mesurée autour du disque solaire, qui est la limite au dedans de laquelle se montre le phénomène : il explique ainsi comment l'étendue réelle qu'occupe le phénomène sur la terre varie avec la distance qui sépare la région éclairée de l'œil de l'observateur, et pourquoi le phénomène ne se voit pas dans une région basse.

M. Babinet, en rendant compte de l'observation précédente dans le *Nouveau bulletin des sciences* de la société philomatique de Paris, novembre 1832, l'explique de la manière suivante : « Si dans la partie *non efficace* d'une onde lumineuse on place un petit obstacle, ce petit obstacle, supprimant des

(1) Extrait d'une lettre à sir D. Brewster, *Philos. magaz.*, nov. 1832, et *Bibl. univ.*, déc. 1832. M. Necker décrit dans la même lettre quelques autres phénomènes optiques, tels que la coloration du mont Blanc au coucher du soleil.

rayons nécessaires à l'extinction ordinaire de toutes les parties non directes de l'onde, produit le même effet que si l'on faisait naître à la place de l'obstacle des rayons efficaces, ce qui reviendrait à supposer l'obstacle existant en clair sur un fond noir. Dans l'observation de M. Necker, le fond brillant provient du ciel éclairé, et il est indépendant de l'onde dont la dérivation rend l'obstacle brillant. »

L'observation suivante, que j'ai souvent répétée, non sans quelque danger pour mes yeux, me paraît se rapporter à la même classe que celle dont il vient d'être parlé. Si l'on interpose entre l'œil et le soleil une baguette opaque d'un centimètre d'épaisseur, la partie comprise dans la direction du soleil paraîtra amincie par l'effet de l'irradiation, et l'on verra deux échancrures très prononcées. Si l'on prend une baguette plus mince, la partie obscure comprise entre les deux échancrures diminuera, et l'on pourra même faire qu'elles se mettent en contact et que la partie obscure disparaisse entièrement; si l'on prend la baguette plus mince encore, alors les échancrures empiéteront l'une sur l'autre, et la partie où l'empiètement a lieu paraît plus lumineuse que le fond. Cette expérience doit être faite avec beaucoup de précautions et avec un œil seulement. Je n'ai guère pu déterminer d'observateurs à la répéter, à cause du danger qu'elle présente pour la vue.

---

26. *Couleurs produites par les surfaces rayées* (numéro 752).

—

On peut consulter sur les couleurs produites par les surfaces des métaux et des corps diaphanes, quand on les a rayées, un mémoire très intéressant inséré par Sir D. Brewster dans les *Transactions philosophiques* pour 1829; on en trouve un extrait dans le *Bulletin des sciences* de M. de Férussac, pour novembre

1830. M. Babinet a également présenté des recherches curieuses sur ces phénomènes dans les *Annales de chimie et de physique* pour 1829.

---

27. *Sur les corps diffringents* (numéro 756).

On doit à M. De Haldat un grand nombre d'expériences (1) dans lesquelles il a soumis les corps qui produisent la diffraction, et qu'il nomme *diffringents*, à l'action des agents les plus propres à la modifier. Ainsi, des fils ou des lames diffringentes ont été parcourus par des courants de l'électricité ordinaire, par de violentes décharges de batteries, par des courants électrochimiques assez énergiques pour les rougir et les fondre; l'auteur a employé des courants mus dans la même direction ou dans des directions opposées; il a reçu le trait de lumière sur les biseaux des lames diffringentes dont il avait armé un aimant très puissant, sans que les phénomènes de diffraction aient éprouvé aucune altération sensible. M. De Haldat conclut de toutes ces expériences que l'explication de la diffraction, dans l'hypothèse newtonnienne, fondée sur l'influence de la force attractive ou sur l'existence de certaines atmosphères attribuées aux corps, présente les plus grandes difficultés.

---

28. *Sur les ondulations excitées dans la rétine par l'action de points lumineux et de lignes* (numéro 765).

Sir D. Brewster a examiné une grande variété de cas dans lesquels la lumière affecte d'autres parties de la rétine que

---

(1) *Ann. de ch. et de ph.*, août 1829.

celles sur lesquelles elle tombe directement, soit en les rendant plus ou moins sensibles à la lumière et à certaines couleurs, soit en altérant les teintes qui y sont visibles, soit encore par l'excitement d'ondulations sur la rétine du côté de la partie éclairée. Ce qui suit est le résultat des expériences de sir D. Brewster sur les derniers phénomènes présentés par l'action de lignes et de points lumineux.

1. Si nous regardons par une étroite ouverture, d'environ $\frac{1}{50}$ de pouce, vers une partie éclairée du ciel ou vers la flamme d'une chandelle, nous verrons le fond lumineux couvert d'un grand nombre de lignes parallèles brisées, alternativement lumineuses et obscures. Ces lignes sont toujours parallèles à la fente étroite, et changent naturellement de place pendant que la fente tourne circulairement devant l'œil. A travers un certain nombre de fentes parallèles, comme à travers les dents d'un peigne, les lignes brisées parallèles sont vues plus distinctement; et, si l'on donne au peigne un mouvement oblique à la direction de ses dents, les lignes brisées deviennent plus distinctes encore, quoique moins droites que d'abord, et l'on voit de nouvelles lignes noires placées dans différentes directions, comme si c'étaient des portions détachées d'un nombre de ramifications obscures. Tous ces phénomènes se voient mieux en employant de la lumière homogène. Si l'on emploie deux systèmes de fentes étroites, et qu'on les croise sous différents angles, on voit deux systèmes de lignes brisées se croisant mutuellement sous les mêmes angles; et si, quand les lignes des deux systèmes sont parallèles, on donne à l'un d'eux un mouvement rapide et alternatif, perpendiculairement à la direction de ses fentes, les franges parallèles brisées s'aperçoivent avec une netteté particulière.

2. On peut voir des phénomènes analogues à ceux qui viennent d'être décrits, en regardant des lignes noires et parallèles, tracées sur du papier blanc, comme celles qui représentent la mer sur une carte gravée, ou en regardant le ciel

par les intervales lumineux laissés entre des fils parallèles. Si l'œil observe fixement et continuellement ces objets, les lignes noires perdent bientôt leur direction droite et leur parallélisme, et elles présentent des espaces lumineux circonscrits, à peu près comme les anneaux d'un certain nombre de chaînons. Quand ce changement a lieu, l'œil qui le voit éprouve un sentiment de malaise, effet qui se produit aussi dans l'œil fermé. Lorsque cet effet éblouissant a lieu, les espaces lumineux entre les lignes brisées deviennent colorés, les uns en jaune, les autres en bleu et en vert.

Les phénomènes produits dans ces deux expériences appartiennent naturellement à des *ondulations rectilignes propagées sur la rétine*; et l'interférence et le croisement des ondulations, par suite desquels les lignes noires se brisent en portions détachées et les couleurs se produisent, naissent du peu de fixité de la tête et de la main, qui cause un manque de parallélisme dans les ondulations successives.

3. L'action de points lumineux petits et éclatants sur la rétine produit des phénomènes très intéressants. Si l'on regarde le soleil par une petite ouverture située à une grande distance de l'œil, ou si l'on observe la petite image du soleil formée par une lentille convexe ou un miroir concave, ou vue sur une surface convexe, la lumière qui tombe sur la rétine ne forme pas une image nette et définie du point lumineux, mais elle envoie dans toutes les directions une infinité de rayons qui couvrent dans certains cas presque toute la rétine. Ces rayons sont extrêmement éclatants, et sont quelquefois accompagnés de couleurs bigarrées, d'une variété et d'une beauté remarquables. Le point éclatant propage autour de lui des ondulations circulaires, qui sont brisées et colorées par l'interférence, et qui, étant en mouvement constant du centre de la rétine dans toutes les directions, occasionent les irradiations qui ont été mentionnées.

4. Si l'on regarde par une étroite ouverture l'image éclatante qui vient d'être décrite, il se produit un effet très singulier.

Un tourbillon de rayons circulaires se montre de chaque côté du point brillant, et les rayons ont un mouvement rapide de tournoiement. Cette configuration remarquable des rayons est évidemment produite par l'union d'un système d'ondulations parallèles avec un système d'ondes circulaires ; les intersections des franges parallèles et des irradiations divergentes forment les rayons circulaires, comme dans le cas des caustiques ordinaires.

Les phénomènes précédents, poursuit l'auteur, quelle que soit leur véritable cause, montrent évidemment que la lumière qui tombe sur la rétine exerce une action, même sur les parties qui ne la reçoivent pas directement, et que la même action rend d'autres parties de la rétine insensibles à la lumière qui tombe actuellement sur elles.

D'après ce principe, l'auteur explique les expériences de M. G. Smith de Fochabers (1), dans lesquelles le même objet se montre, sous certaines conditions de vision, avec différentes couleurs dans les deux yeux, la couleur observée par un œil étant complémentaire de celle observée par l'autre. Il invoque également le même principe général des ondulations propagées sur la rétine pour l'explication de l'expérience remarquable faite sur l'œil, et qui fut indiquée pour la première fois par le docteur Purkinje de Breslau. (Voyez la note 9, page 418.)

M. G. Libri, dans une lettre au directeur de l'*Anthologie* (2), rend compte d'un phénomène qui semble appartenir à la classe de ceux décrits précédemment.

Si l'on trace, sur un mur blanc, une ligne noire et verti-

(1) *Edinburgh journ. of sc.*, t. 5, p. 52.

(2) 25 avril 1828.

cale de peu de largeur, et si l'on se place ensuite à une certaine distance de ce mur (distance qui peut varier pour un même observateur selon la largeur de la ligne, la quantité de lumière réfléchie par le mur, et d'autres circonstances); si, de plus, après avoir fermé un œil, on place un fil très mince près de l'autre, de manière qu'en regardant le mur et la ligne qui s'y trouve tracée, l'image du fil semble couper obliquement cette ligne, le fil paraîtra, au point d'intersection, être pour ainsi dire coupé en deux parties, dont l'une s'élèvera parallèlement à elle-même, et dont l'autre s'abaissera au contraire : ces parties laisseront entre leurs extrémités correspondantes un petit espace vide, qui sera justement le lieu que l'image vraie devrait occuper. On doit observer que la partie supérieure paraîtra toujours s'abaisser, et la partie inférieure paraîtra au contraire au-dessus de sa hauteur véritable. Si l'on diminue l'obliquité du fil, et qu'on détermine peu à peu sa projection à couper perpendiculairement la ligne tracée sur le mur, on verra graduellement se rapprocher les deux extrémités des images, puis se former un seul fil ; et ensuite se présenteront les mêmes apparences en sens inverse, lorsqu'en continuant à faire tourner le fil, on le rendra de nouveau oblique dans une position opposée à la première.

M. Péclet, professeur à l'école centrale de Paris, m'a communiqué quelques expériences inédites, analogues à celles du docteur Brewster, et d'où il était induit à conclure qu'il existe dans l'œil des particules opaques qui projettent une ombre sensible sur la rétine quand la lumière nous vient, dans certaines circonstances, par d'étroites ouvertures.

29. *Nouvelles recherches sur la polarisation* (numéro 779).

Dans ces derniers temps, il a paru plusieurs travaux remarquables sur la théorie de la polarisation. Outre ceux que nous aurons occasion de citer dans ces notes, nous croyons devoir indiquer les suivants:

Sur la loi de polarisation partielle de la lumière par réflexion, par sir D. Brewster, *Philosoph. trans.*, 1830, p. 69.

Sur la loi de polarisation de la lumière par réfraction, par sir D. Brewster, *Philosoph. trans.*, 1830, p. 133.

Action des secondes surfaces des plaques transparentes sur la lumière, par sir D. Brewster, *Philosoph. trans.*, 1830, p. 145.

Sur les phénomènes et les lois de la polarisation elliptique, due à l'action des métaux sur la lumière, par sir D. Brewster, *Philosoph. trans.*, 1830, p. 287.

Loi des modifications que la réflexion imprime à la lumière polarisée, par Fresnel, *Annales de chimie et de physique*, mars 1831.

Sur une nouvelle classe de phénomènes de polarisation, par M. L. Nobili, *Bibliot. univ.*, nov. 1830.

30. ***Sur la réfraction des rayons différemment colorés dans les cristaux à un et à deux axes optiques*** (numéro 813).

—

On ne s'était point encore occupé de déterminer, au moyen des raies noires dans le spectre solaire, la réfraction de la lumière colorée dans les cristaux doués de la double réfraction. M. Rudberg a entrepris cette tâche difficile, du moins pour quelques minéraux, et il est parvenu à des résultats que nous tâcherons d'indiquer sommairement (1).

Les raies noires dont M. Rudberg a mesuré la déviation sont les mêmes que celles qu'avait marquées Fraunhofer avec les lettres B, C, D, E, F, G, H.

Ses recherches se sont d'abord portées sur les *cristaux d'un axe optique*, et en particulier sur le cristal de roche et sur le spath calcaire.

Pour le *cristal de roche*, deux prismes furent taillés de manière que l'arête du prisme était parallèle à l'axe de cristallisation, et que par conséquent les deux rayons suivaient la loi de la réfraction simple. Comme les deux spectres se couvrent toujours en partie, M. Rudberg s'est servi, pour pouvoir observer chacun des spectres séparément, d'une plaque

(1) Voy. *Vitensk. acad. handl.* pour 1828; les *Ann. de phys.* de Poggendorf, 1829; les *Ann. de phys. et de chim.* de MM. Arago et Gay-Lussac, nov. 1831; et le *Philos. magaz.*, juillet et août 1832, avec les observations de sir D. Brewster.

de tourmaline taillée parallèlement à l'axe, et il la mettait parallèle ou perpendiculaire à cet axe du prisme pour observer la lumière extraordinaire ou ordinaire du spectre. Cela posé, il a obtenu les résultats suivants par deux séries de mesures dont les différences étaient à peu près insensibles.

LA RAIE.	INDICES DE RÉFRACTION DU SPECTRE extraordinaire.	ordinaire.	LE RAPPORT $\frac{n''}{n'}$.
H	1.56772	1.55817	1.00613
G	1.56365	1.55425	1.00605
F	1.55894	1.54965	1.00599
E	1.55631	1.54711	1.00594
D	1.55328	1.54418	1.00589
C	1.55085	1.54181	1.00586
B	1.54990	1.54090	1.00584

Malus avait trouvé, pour le rayon extraordinaire, l'indice = 1.55817, et pour le rayon ordinaire, l'indice = 1.54843, qui, étant tous les deux situés entre F et E, se correspondent aussi bien qu'on peut l'attendre, puisque de son temps, les points fixes ou les raies du spectre n'étaient pas connues.

Le rapport $\frac{n''}{n'}$ entre n', l'indice du rayon ordinaire, et n'', celui du rayon extraordinaire, va toujours en augmentant depuis l'extrémité rouge jusqu'à l'extrémité violette du spectre; et, en général, *la double réfraction est d'autant plus forte que la réfrangibilité individuelle de la couleur est plus grande*:

Pour le *spath calcaire*, deux prismes ont été taillés, ayant l'arête parallèle à l'axe de cristallisation Les résultats moyens des observations se trouvent dans le tableau suivant :

LA RAIE.	INDICES DE RÉFRACTION DU SPECTRE		LE RAPPORT $\frac{n''}{n'}$.
	extraordinaire.	ordinaire.	
H	1.68330	1.49780	1.12385
G	1.67617	1.49453	1.12154
F	1.66802	1.49075	1.11891
E	1.66360	1.48868	1.11750
D	1.65850	1.48635	1.11582
C	1.65452	1.48455	1.11449
B	1.65308	1.48391	1.11400

Les indices qu'a donnés Malus sont 1.6543 et 1.4833. On voit encore ici l'augmentation de la doube réfraction avec la réfrangiblité individuelle des couleurs.

En s'occupant de la réfraction dans les *cristaux à deux axes optiques*, M. Rudberg s'est particulièrement arrêté à l'examen de l'arragonite et de la topaze incolore ou blanche. On sait que, dans de pareils cristaux, deux axes de cristallisation sont situés dans le même plan que les axes optiques, et que le troisième est perpendiculaire à ce plan. Or, en appelant l'axe de cristallisation qui bissecte l'angle aigu des axes optiques, l'*axe* A; celui qui bissecte l'angle obtus, l'*axe* B; et enfin celui qui est perpendiculaire au plan des axes optiques, l'*axe* C; les valeurs moyennes des indices, pour l'*arragonite*, et pour chacun des trois spectres dont les plans de polarisation sont respectivement perpendiculaires aux trois axes de cristallisation, ont offert les valeurs suivantes :

LA RAIE.	SPECTRE DONT LE PLAN DE POLARISATION EST PERPENDICULAIRE A		
	l'axe A.	l'axe B.	l'axe C.
H	1.54226	1.71011	1.70509
G	1.53882	1.70318	1.69836
F	1.53479	1.69515	1.69053
E	1.53264	1.69084	1.68634
D	1.53013	1.68589	1.68157
C	1.52820	1.68203	1.67779
B	1.52749	1.68061	1.67631

En appelant n', n'' et n''', les indices de réfraction dans les spectres polarisés perpendiculairement aux axes A, C et B, et calculant les rapports $\frac{n''}{n'}$ et $\frac{n'''}{n''}$, on trouve :

LA RAIE.	LE RAPPORT $\frac{n''}{n'}$.	LE RAPPORT $\frac{n'''}{n''}$.
H	1.10883	1.00294
G	1.10681	1.00284
F	1.10449	1.00273
E	1.10322	1.00267
D	1.10154	1.00257
C	1.10066	1.00253
B	1.10024	1.00256

On voit que chaque couleur a dans l'arragonite une double réfraction d'autant plus forte qu'elle est plus réfrangible. Ce résultat est parfaitement d'accord avec celui qu'ont donné

précédemment les expériences faites avec le cristal de roche et le spath d'Islande.

Au moyen des valeurs précédentes des indices n', n'' et n''', on peut calculer *l'angle d'inclinaison des axes optiques*, car en appelant α cet angle, on a :

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{n'''^2 - n''^2}{n'''^2 - n'^2}.$$

Les angles calculés par cette formule sont :

LA RAIE.	INCLINAISON des axes optiques.	INCLINAISON apparente des axes optiques.
H	20° 25′ 6″	35° 10′ 54″
G	20 12 6	34 39 30
F	20 0 50	34 10 0
E	19 53 0	33 51 10
D	19 37 8	33 17 46
C	19 33 14	33 6 24
B	19 44 40	33 24 22

D'où l'on voit que, dans l'arragonite, l'*inclinaison des axes optiques diminue continuellement depuis la lumière violette jusqu'à la lumière rouge*. La valeur B semble bien faire exception, mais cela provient probablement de ce qu'il y a dans les indices de petites erreurs.

La valeur moyenne de l'inclinaison apparente des axes optiques monte à 34°, et diffère environ de 2° de l'inclinaison mesurée directement. Malgré la difficulté de faire cette mesure avec précision, la différence de 2° paraît cependant trop forte.

En s'occupant de la *topaze*, M. Rudberg a dû se servir, comme pour le quartz, d'une plaque de tourmaline, afin d'examiner séparément les spectres qui se couvrent toujours ;

et il a obtenu les résultats suivants, en calculant, comme précédemment, les indices de réfraction pour les rayons des spectres polarisés dans un sens perpendiculaire, respectivement aux axes A, B et C.

LA RAIE.	INDICES DE RÉFRACTION POUR LE SPECTRE POLARISÉ PERPENDICULAIREMENT A l'axe A.	l'axe B.	l'axe C.
H	1.63506	1.62539	1.62745
G	1.63123	1.62154	1.62365
F	1.62652	1.61701	1.61914
E	1.62408	1.61452	1.61668
D	1.62109	1.61161	1.61375
C	1.61880	1.60935	1.61144
B	1.61791	1.60840	1.61049

Si on désigne ici, comme pour l'arragonite, les indices des spectres A, C et B, par n', n'' et n''', on trouvera:

LA RAIE.	DE RAPPORT $\frac{n'}{n''}$.	LE RAPPORT $\frac{n'}{n'''}$.
H	1.00466	1.00595
G	1.00467	1.00597
F	1.00456	1.00588
E	1.00458	1.00592
D	1.00455	1.00588
C	1.00459	1.00587
B	1.00461	1.00591

Ces rapports diffèrent si peu entre eux, qu'on serait porté à regarder les différences comme n'étant que des erreurs

d'observation. Cependant ils paraissent augmenter un peu depuis le violet jusqu'au rouge ; et, par conséquent, ne pas contredire le résultat obtenu pour le spath d'Islande, le cristal de roche et l'arragonite.

L'inclinaison des axes optiques a présenté les valeurs suivantes :

LA RAIE.	INCLINAISON des axes optiques.
H	54° 54′ 0″
G	55 34 24
F	56 37 24
E	56 40 30
D	56 37 30
C	56 3 0
B	55 51 58

Abstraction faite des irrégularités dans ces valeurs vers l'extrémité rouge du spectre, M. Rudberg observe que l'*inclinaison des axes optiques va en diminuant avec la réfrangibilité des rayons*, tandis que c'est le contraire pour l'arragonite.

Quant à la valeur de l'inclinaison, sir D. Brewster l'a trouvée $=65°$, et M. Biot 64° 14′. Cette différence de plus de 8° paraît indiquer des erreurs dans la détermination des indices, si d'ailleurs l'inclinaison dans divers échantillons de la topaze incolore n'est pas différente, comme M. Brewster l'a reconnu pour les diverses espèces de topaze du Brésil. Il est à observer que tous les prismes avec lesquels M. Rudberg a fait ses observations provenaient de la même topaze.

Sir D. Brewster a fait observer depuis, dans le *Philosophical magazine* (1), tout en rendant justice au mérite et à la pré-

(1) Août 1832, p. 146.

cision des observations de M. Rudberg, que la plupart des résultats généraux auxquels ce physicien a été conduit avaient déjà été trouvés en Angleterre. Il remarque en particulier que la variation d'inclinaison des axes optiques pour les différentes couleurs du spectre, et l'accroissement de cet angle selon la réfrangibilité de la couleur dans plusieurs cristaux, tels que l'arragonite, et son décroissement selon la réfrangibilité dans d'autres, tels que la topaze, étaient déjà découverts par sir J. Herschel. Ce physicien n'examina pas à la vérité l'arragonite et la topaze, mais il observa le même phénomène dans le sulphate de baryte et le sel de Rochelle. Sir D. Brewster lui-même avait trouvé que tous les cristaux dans lesquels l'inclinaison des axes optiques augmente avec la réfrangibilité ont les extrémités *rouges* de leurs systèmes d'anneaux *intérieures* ou dirigées vers l'axe A; tandis que ceux dans lesquels l'inclinaison décroît avec la réfrangibilité ont les extrémités *rouges* de leurs anneaux *extérieures* ou dirigées vers l'axe B. Il avait déterminé de plus que l'arragonite a les extrémités rouges de ces anneaux intérieurement, et la topaze extérieurement. Cependant M. Rudberg a le mérite, comme l'observe sir D. Brewster (1), d'avoir fait connaître les valeurs précises de l'angle des axes optiques, et cela par rapport aux raies fixes du spectre.

M. Rudberg a inséré depuis, dans les *Annales* de M. Poggendorf (2), des recherches sur les variations que subit la double réfraction dans les cristaux par des changements de température, et ses résultats tendent à confirmer les observations de M. Mitscherlich sur le même sujet.

---

(1) Article OPTIQUE, dans l'*Encyclopédie d'Édimbourg*, vol. 15, p. 596.

(2) N° 10, 1832, p. 291.

31. *Appareils de polarisation* (numéro 825).

—

Plusieurs savants ont cherché à simplifier les appareils ou les procédés destinés à analyser la lumière polarisée. Nous signalerons particulièrement à l'attention des physiciens un mémoire de M. Airy, intitulé : *On a new analyser*, inséré dans les Transactions de la société philosophique de Cambridge pour 1832 ; un mémoire de M. Van Beck d'Utrecht, qui se trouve dans la 2e partie des Mémoires de l'institut des Pays-Bas ; ainsi qu'une description de l'appareil de polarisation de M. Norrenberg, que M. Hachette a insérée dans le *Nouveau Bulletin de la société philomatique* pour le mois de juin 1833.

32. *Sur la polarisation de la lumière par l'air serein* (numéro 858).

—

La plupart des traités élémentaires ne mentionnent pas le phénomène de la polarisation de la lumière par l'air serein : je n'en connais pas même un seul, écrit en français, où l'on ait essayé d'établir la loi d'après laquelle la polarisation s'opère en pareil cas. Cependant cette lacune peut conduire à de graves erreurs dans les expériences relatives à la lumière. J'ignore où se trouve le résultat de sir D. Brewster, dont il est parlé dans le texte, mais j'avais essayé, en 1825, d'indiquer la quantité de lumière polarisée que nous envoient les différentes

parties du ciel, quand il est dégagé de nuages (1). M. Arago m'a fait observer, depuis, que l'énoncé de la loi que j'avais cru pouvoir poser doit être rectifié : ainsi, en se regardant comme placé au centre d'une sphère dont le soleil occupe un des pôles, la quantité de lumière polarisée qui vient dans la direction de cet astre doit être considérée comme nulle ; elle augmente avec la distance au soleil, atteint un maximum, et décroît ensuite en se rapprochant du pôle opposé, jusque vers une limite où la quantité de lumière polarisée devient nulle ; et par delà cette limite, la polarisation se reproduit encore mais dans un sens opposé. Cette dernière circonstance, observée par M. Arago, est extrêmement curieuse. Depuis (et ceci a été confirmé par M. Arago), on a remarqué que cette limite ou point neutre ne correspond pas toujours au plan vertical passant par le soleil, mais est rejetée à droite ou à gauche quand le ciel est partiellement couvert de nuages.

---

33. *Sur les propriétés optiques des rayons colorés dans le borax* (numéro 922).

—

Sir J. Herschel a observé qu'il n'est pas toujours vrai de dire que tous les axes optiques pour les rayons différents en couleurs et en degrés de réfrangibilité *sont dans un même plan*, qui est la section principale du cristal. Il a trouvé que ce principe ne se vérifie pas dans le borax. Pour ce sel, le plan dans lequel se trouvent les axes des rayons rouges (ou la section principale pour les rayons rouges) diffère d'une

---

(1) *Corresp. math. et phys.*, t. 1, p. 275.

manière très sensible de celui pour les rayons violets, etc. L'expérience se fait facilement : prenez une lame de borax, taillée de manière à mettre en évidence une de ses séries d'anneaux; placez-la ensuite entre des tourmalines croisées, et ajustez-la dans un azimuth tel que le centre du système de lemniscates soit nettement traversé par une branche de la croix noire, et laisse un intervalle parfaitement obscur. Dans cette position, si c'est le nitre que l'on observe, l'apparence sera comme *a c b* dans la figure 10; les branches de la croix seront des lignes droites. Mais dans le borax, *quand la division des anneaux est parfaitement nette et noire, la croix prend une forme hyperbolique*. La raison en est que, dans le nitre, les axes pour le rouge, le jaune, etc., sont placés comme les points *a*, *b*, *c*, etc., sur une ligne droite qui coïncide avec la direction générale *a c b*; mais, dans le borax, ils sont disposés obliquement, comme les points a', b', c', dans la fig. 11, qui forment probablement des portions de lignes inconnues dépendant des surfaces d'élasticité de Fresnel. Sir J. Herschel n'a constaté cette affection remarquable que dans le borax, mais il ne doute pas qu'elle n'existe d'une manière sensible dans plusieurs autres cristaux.

En reproduisant dans ses *Annales* (1) la communication précédente, qui m'avait été faite par sir J. Herschel, M. Poggendorf ajoute la note suivante : « En passant par Darmstadt en juillet dernier, j'eus le plaisir de me convaincre que le profeseur Norrenberg (actuellement professeur de physique à l'université de Tubingue) avait déjà trouvé cette propriété remarquable du borax dont il vient d'être fait mention, sans avoir eu le moins du monde connaissance de l'observation de M. Herschel. Je crois ne rien ôter au mérite du dernier savant en remarquant ici que la non-coïncidence de la section principale pour les différents rayons colorés peut être

---

(1) N° 10, 1832, p. 308, et la *Corresp. math. de Bruxelles.*

déduite, dans un cas plus limité, des observations déjà faites par M. le professeur Mitscherlich. (*Annal.* de Pogg., t. 8, p. 520.) Ce physicien distingué avait trouvé que les axes optiques du gypse coïncident à environ 73° 1/2 R., puis se séparent encore par une température plus élevée dans un plan perpendiculaire à la section principale. Si, comme on peut s'y attendre, dans ce cristal, les axes optiques pour les différentes couleurs ne coïncident pas ensemble pour une seule et même température, alors doit se présenter le cas qu'un double axe, par exemple celui pour les rayons violets, se trouve encore dans le plan primitif, quand un autre, par exemple pour les rayons rouges, est déjà dans le plan perpendiculaire. L'observation de M. Herschel apprend cependant que les plans des différents axes doubles peuvent former non seulement un angle droit, mais encore des angles différents.

---

34. *Sur les phénomènes de la réfraction conique produits par la lumière en passant à travers un cristal à deux axes, et suivant la direction des axes* (1) [numéro 1019].

—

Il est bien connu que, lorsqu'un rayon de lumière arrive à la surface de certains cristaux, comme du spath d'Islande ou du quartz, il est généralement divisé en deux faisceaux, dont l'un est réfracté suivant la loi des sinus, tandis que la direction de l'autre est déterminée par une loi différente, dont la découverte est due à Huygens.

L'on supposa long-temps que l'on pouvait appliquer ces lois à toutes les substances douées de la double réfraction;

---

(1) *Philos. magaz.*, fév. 1833.

et avant les recherches de Fresnel, on croyait que le problème de la double réfraction était résolu dans toute sa généralité. En partant de l'hypothèse que l'élasticité du milieu vibrant dans le cristal est inégale dans trois directions rectangulaires, Fresnel avait vu que la surface de l'onde n'est ni une sphère ni un sphéroïde comme dans la loi de Huygens, mais une surface du 4me ordre, consistant en deux nappes dont les points de contact avec les plans tangents déterminent la direction des deux rayons. De cette construction il est résulté qu'en général aucun des rayons n'obéit à la loi de Snellius ni à celle de Huygens, mais qu'ils sont réfractés ensemble selon une nouvelle loi plus compliquée. De tels cristaux ont deux axes et sont nommés *biaxes*. Lorsque l'élasticité du milieu est égale dans deux des trois directions, l'équation de la surface des ondes peut être résolue par deux facteurs à la seconde puissance, lesquels donnent la sphère et le sphéroïde de la théorie de Huygens. Les deux axes optiques se réduisent dans ce cas à un seul ; la loi de Huygens rentre dans la solution générale, et appartient au cas des cristaux à un axe. Finalement, lorsque l'élasticité est égale dans les trois directions, la surface des ondes devient une sphère, la réfraction est simple et obéit à la loi ordinaire des sinus.

Il y a deux cas remarquables dans cette élégante et profonde théorie pour lesquels l'auteur semble néanmoins s'être trompé. Dans une communication faite, depuis peu, à l'académie royale d'Irlande, le professeur Hamilton a rempli la lacune qui restait dans la théorie de Fresnel, et a été conduit à des résultats remarquables par leur nouveauté et leur importance.

Pour comprendre ces résultats, il est nécessaire d'examiner pour un moment la forme des ondes. Leur équation polaire est

$$(a^2\cos^2\alpha+b^2\cos^2\beta+c^2\cos^2\gamma)r^4$$
$$-[a^2(b^2+c^2)\cos^2\alpha+b^2(a^2+c^2)\cos^2\beta+c^2(\alpha^2+b^2)\cos^2\gamma]r^2+a^2b^2c^2=0,$$

dans laquelle α, β, γ, représentent les angles faits par un rayon vecteur avec les trois axes des coordonnées, et a^2, b^2, c^2, les élasticités du milieu dans ces directions. Si nous faisons dans cette équation $\gamma=0$, pour obtenir la section de la surface par le plan des xy, le résultat peut être mis sous cette forme :

$$(r^2-c^2)[(a^2\cos^2\alpha+b^2\sin^2\alpha)r^2-a^2b^2]=0,$$

de manière que la surface des ondes coupe le plan des xy selon un cercle et une ellipse dont les équations sont

$$r=c, \quad (a^2\cos^2\alpha+b^2\sin^2\alpha)r^2=a^2b^2.$$

Si le rayon c du cercle est intermédiaire entre les demi-axes a et b de l'ellipse, les deux courbes se couperont en quatre points, et l'angle que le rayon vecteur, mené vers une *intersection*, fait avec l'axe des x est, après avoir éliminé r entre les deux équations :

$$\sin\alpha=\pm\frac{a}{c}\sqrt{\frac{c^2-b^2}{a^2-b^2}}.$$

Pour chacun des points ainsi déterminés, on peut mener deux tangentes à la section plane, et par suite deux plans tangents à la surface : par conséquent un simple rayon de lumière passant à travers le cristal à l'un de ces points sera, en sortant, divisé en deux parties dont les directions seront déterminées par chacun de ces plans tangents.

Telle paraissait être l'opinion de Fresnel pour ce cas. Cependant le professeur Hamilton a montré qu'il y avait une *intersection* à chacun de ces points, non seulement dans cette section particulière, mais dans toute section de la surface des ondes passant par la ligne dont la direction vient d'être déterminée, ou qu'il existe en effet *quatre intersections conoïdales* sur la surface générale des ondes, aux points d'intersection du cercle et de l'ellipse, de sorte qu'il doit y avoir une infinité de plans tangents à chacun de ces points; et par

conséquent un *simple rayon* allant d'un point situé dans le cristal vers une des directions mentionnées ci-dessus serait divisé en un *nombre infini de rayons émergents* formant un cône du 4me ordre.

Il est évident que le cercle et l'ellipse qui se coupent ainsi doivent avoir quatre tangentes communes. Fresnel a montré que les plans passant par ces tangentes et parallèlement aux moyens axes sont parallèles aux sections circulaires d'une surface courbe qu'il nomma la *surface d'élasticité*. Il semble avoir conclu que ces plans touchaient la surface des ondes seulement dans les deux points mentionnés; et par conséquent qu'un simple rayon partant d'un point en dehors d'un cristal à deux axes, et réfracté dans la direction de l'axe optique, doit être nécessairement divisé en deux parties dont les directions sont déterminées par les points de contact. Mais le professeur Hamilton a montré que les quatre plans en question ne touchent pas seulement la surface des ondes en deux points, mais chacun en un *nombre infini de points*, formant un petit *cervle de contact* dont le plan est parallèle à l'une des deux sections circulaires de la surface d'élasticité, et que par conséquent un *simple rayon* de lumière ordinaire partant d'un point extérieur, et réfracté dans la direction requise, doit, si la théorie est vraie, être divisé *dans* le cristal en un *nombre infini de rayons* qui forment une *surface conique*.

Il y a donc ici deux conséquences singulières et inattendues de la théorie des ondulations, qui non seulement ne s'accordent pas avec les phénomènes connus jusqu'ici, mais qui sont même en contradiction avec toutes les analogies tirées de l'expérience. Si elles étaient confirmées expérimentalement, elles fourniraient une preuve plus grande et plus convaincante de la bonté de la théorie; si elles étaient infirmées, au contraire, il deviendrait évident que la théorie devrait être abandonnée ou modifiée.

Etant naturellement curieux de soumettre la théorie des

ondes à cette épreuve délicate, et de connaître jusqu'à quel point ces nouveaux résultats de la théorie s'accordaient avec les phénomènes observés, le professeur Hamilton engagea M. le professeur H. Lloyd de Dublin à faire une série d'expériences sur cet objet; et ce savant fut assez heureux, en effet, pour s'assurer de l'exactitude de la première espèce de réfraction conique mentionnée précédemment, et pour reconnaître plus tard les phénomènes de la seconde espèce.

Pour les premières expériences, l'arragonite fut choisie de préférence, tant à cause de la grandeur du cône que la théorie indiquait pour ce minéral, que parce que ses trois élasticités ont été déterminées avec grand soin par le professeur Rudberg, et que les résultats de la théorie peuvent y être appliqués sans autre examen. Le morceau qui fut employé était remarquable par sa grandeur et sa pureté. Les faces parallèles avaient été coupées par M. Dollond perpendiculairement à la ligne qui bissectait l'angle des axes optiques. Si l'on suppose un rayon de lumière ordinaire traversant un pareil cristal, dans l'un ou l'autre sens, le long de la ligne qui unit les deux points d'*intersection* des ondes, il est évident qu'il doit émerger d'une manière symétrique des deux côtés : en conséquence, le rayon, passant le long de cette ligne et formant un cône de rayons divergents lors de son émersion à la seconde surface du cristal, doit être produit par un cône convergent incident à la première surface. La direction de l'axe optique avait d'abord été déterminée par l'observation des anneaux. Une lentille à court foyer fut éloignée à cet effet de toute la distance focale de la première surface, et placée dans une position telle que les rayons du centre du faisceau pouvaient, après la réfraction, passer le long de l'axe : en regardant alors à travers le cristal la lumière d'une lampe placée à une grande distance, on observait dans la direction indiquée un point plus lumineux que l'espace environnant, et entouré par quelque chose ressemblant à un rayonnement d'étoile. Craignant que cette apparence ne fût due à quelque

imperfection dans le cristal, M. Lloyd l'examina au moyen de la lumière polarisée, et trouva le système des anneaux dans la même direction : ceci fut confirmé encore par des observations nombreuses sur différentes parties du cristal.

Ce résultat est de quelque intérêt en lui-même, indépendamment de son rapport avec la théorie. L'on supposait jusqu'ici que le seul moyen de déterminer par l'expérience la direction des axes optiques dans les substances faiblement douées de la double réfraction était l'observation des anneaux qui apparaissent autour de ces axes lorsque la lumière incidente et émergente est polarisée. L'on voit ici que la lumière ordinaire ou non polarisée, dans le voisinage des axes optiques des cristaux à deux axes, subit des modifications telles que la direction apparente des axes peut être déterminée de la manière la plus simple.

Mais, pour examiner le cône émergent, il était nécessaire d'exclure la lumière qui passait à travers le cristal dans d'autres directions : à cet effet, une plaque mince, ayant une petite ouverture, fut adaptée à la surface du cristal près de l'œil, et l'ouverture fut placée de manière que la ligne qui la joignait au point lumineux de la première surface était autant que possible dans la direction de l'axe optique. Cet arrangement se vérifiait de la manière suivante :

Le phénomène qui se présentait, lorsqu'on regardait à travers l'ouverture et que l'ajustement était complet, était extrêmement curieux : on voyait un cercle lumineux avec un petit espace obscur autour du centre, et dans cet espace obscur (qui était aussi à peu près circulaire) il y avait deux points brillants séparés par une ligne noire et étroite bien prononcée (1). Le moindre déplacement de l'ouverture de la plaque produisait de grands changements dans les apparences : d'a-

---

(1) M. Lloyd a eu la complaisance de me laisser prendre une copie des formes qu'il observait avec trois ouvertures différentes. La figure 12 est

bord l'espace obscur du centre devenait beaucoup plus étendu, et un double cône s'y montrait; le cercle était réduit à environ le quart, et était séparé du cône par un intervalle sombre. Le cône disparaissait alors, et l'arc circulaire diminuait; et, lorsque l'obliquité de la ligne, par rapport à l'axe, croissait ensuite davantage, les deux portions lumineuses se transformaient graduellement dans les deux faisceaux dans lesquels se sépare un rayon unique en tout autre point du cristal.

Les mêmes expériences furent répétées en amenant la flamme d'une lampe jusqu'à la première surface du cristal : dans ce cas, la lentille était enlevée, et le cône incident de rayons était produit en couvrant la surface d'incidence d'une plaque mince à petite ouverture. Les résultats étaient parfaitement semblables à ceux obtenus dans le cas précédent.

Mais, pour soumettre cette théorie à une épreuve plus décisive, une petite ouverture linéaire fut substituée à l'ouverture circulaire dans la plaque placée près de la lampe; et cette plaque fut disposée de manière que le plan passant par la ligne de la première plaque et le point de la seconde fut le plan des axes optiques : dans ce cas, conformément à la théorie reçue, tous les rayons passant à travers les deux ouvertures devaient être doublement réfractés dans le plan des axes optiques, de manière qu'aucune partie de la ligne ne devait paraître augmenter de largeur quand on regardait par la seconde ouverture; tandis que, d'après les résultats du professeur Hamilton, les rayons passant dans les directions d'un axe optique devaient se réfracter dans tous les plans passant par cette ligne. Conformément à cette conclusion, M. Lloyd trouva, en regardant à travers la seconde ouverture, que la

---

celle qui se trouve mentionnée ici; la figure 13 s'observe avec une ouverture plus petite, et la figure 14 avec une ouverture plus pet[illegible] encore.

ligne lumineuse n'était pas élargie, excepté dans la direction d'un axe optique, et que, dans le voisinage de cette direction, ses limites cessaient d'être droites et se changeaient en une courbe ovale.

Cette expérience est importante parce qu'elle donne une vérification générale du principe; il était cependant intéressant d'observer le cône émergent d'une manière plus directe. Après plusieurs essais, M. Lloyd employa à cet effet la lumière solaire, et reçut les rayons émergents de l'ouverture pratiquée dans la seconde plaque, sur un écran de verre dépoli : il pouvait ainsi observer le phénomène à différentes distances, et avait l'avantage de l'amplifier. La lumière était suffisamment intense et l'apparence distincte, même lorsque la section plane du cône de rayons sur l'écran était de deux pouces de diamètre.

En examinant le cône émergent au moyen d'une plaque de tourmaline, on peut être surpris de voir qu'un seul rayon de la section du cône disparaisse pour une certaine position de l'axe de la tourmaline, et que le rayon qui disparaît se trouve sous un angle de 360 degrés, quand la tourmaline est tournée sous un angle de 180 : il paraîtrait de là que tous les rayons du cône sont polarisés dans des plans différents.

En examinant ce phénomène curieux plus attentivement, M. Lloyd découvrit cette loi remarquable, que « l'angle compris entre les plans de polarisation de deux rayons quelconques du cône est la moitié de l'angle compris entre les plans passant par ces rayons et l'axe ». Cette loi explique la disparition d'un seul rayon de la section du cône, le rayon opposé étant polarisé dans un plan à angle droit avec le plan de polarisation du premier. Il est aisé de voir qu'elle est une conséquence nécessaire de la théorie générale appliquée à ce cas particulier. Ceci cependant n'est qu'approximativement vrai, et repose sur l'hypothèse que l'action des deux axes du cristal est petite, hypothèse justifiée par les phénomènes de tous les cristaux examinés jusqu'ici.

Les phénomènes généraux étant observés, il restait à prendre des mesures, et à faire leur comparaison avec les résultats de la théorie. Pour cela, M. Lloyd détermina la grandeur d'une section du cône, à une grande distance du cristal, en observant, au moyen d'un petit télescope, les points pour lesquels l'ouverture cessait d'être visible au moyen de la lumière transmise. La distance fut exactement mesurée; l'angle s'obtenait au moyen d'une table de tangentes. Cet angle a été trouvé de 6° 14′ dans le plan de l'axe optique, et de 5° 46′ dans le plan perpendiculaire; la moyenne était exactement de 6°. Il plaça ensuite la flamme d'une bougie au centre de cette section, enleva la plaque de la seconde surface du cristal, et pratiqua une marque à une grande distance sur la ligne du rayon réfléchi. Mettant alors le centre d'un sextant de Halley à la place du cristal, il mesura la distance angulaire comprise entre la marque et la flamme : cet angle était de 31° 56′, et conséquemment l'angle d'émergence correspondant à l'axe du cône était de 15° 58′.

En prenant, d'après cela, les trois indices pour l'arragonite de 1,5326; 1,6863 et 1,6908, qui sont les indices pour le rayon moyen E, d'après la détermination de M. Rudberg, le professeur Hamilton a fait voir que la direction des rayons émergents dans le plan des axes optiques est donnée par les formules

$$\sin R_o = 1{,}6863 \sin I,$$
$$\sin R_e = 1{,}68708 \sin (I - 1^\circ\, 44'\, 48''),$$

dans lesquelles I est l'angle intérieur d'incidence, ou l'angle que le rayon, passant par le point d'*intersection* sur la surface, fait avec la normale à la surface d'émergence; et R_o, R_e, sont les angles correspondants de la réfraction à l'extérieur : mais, dans cet exemple, la normale à la surface d'émergence divise en deux parties l'angle des axes optiques; donc $I = 9^\circ\, 56'\, 27''$, et conséquemment $R_o = 16^\circ\, 55'\, 27''$ et

$R_e = 13° 54' 49''$. La différence de ces angles, ou 3° 0' 38", peut être prise pour l'angle du cône, et la demi-somme, ou 15° 25' 8", est l'angle moyen de l'émergence. L'angle 15° 58', trouvé plus haut, diffère de celui-ci d'environ 33', mais l'angle du cône observé est environ double de celui donné par la théorie.

M. Lloyd a mesuré aussi l'angle du cône, en le recevant à différentes distances sur un écran de verre dépoli, et en traçant le contour de la section sur cet écran; le diamètre de la section et la distance étant mesurés ensuite, on en déduisait l'angle. Trois mesures prises de cette manière ont donné pour la grandeur de cet angle : 6° 24', 5° 56', 6° 22'; et la moyenne, 6° 14', approche beaucoup de celle obtenue par la méthode précédente.

Supposant que les différences entre l'expérience et la théorie résultaient principalement de l'inclinaison très faible des rayons par rapport aux axes optiques, et de ce que ces rayons étaient transmis jusqu'à la seconde surface, à cause de la grandeur sensible de l'ouverture, M. Lloyd essaya de déterminer les effets produits par des ouvertures de grandeurs et de formes différentes.

Avec une grande ouverture l'on voyait deux cercles concentriques qui entouraient l'axe optique, et le cercle intérieur avait une clarté à peu près double de celle de l'anneau qui l'environnait. La lumière du cercle intérieur n'était pas polarisée, mais celle de l'anneau qui l'environnait était polarisée d'après la loi déjà mentionnée. Lorsque l'ouverture était diminuée, le diamètre du cercle intérieur diminuait aussi, et la grandeur de l'anneau extérieur restait à peu près la même, jusqu'à ce que le cercle se réduisît finalement à un point au centre du cercle extérieur. Lorsque l'on continuait à rétrécir l'ouverture, il apparaissait au centre un espace obscur qui augmentait lorsque l'ouverture diminuait, jusqu'à ce que finalement, avec une très petite ouverture, il fût possible de rendre cet espace environ les 3/4 de l'espace entier, ou à ré-

duire la largeur de l'anneau lumineux à environ 1/8 de son diamètre extérieur.

Avec cette ouverture ainsi diminuée, M. Lloyd observa l'apparence produite par une ligne de lumière tombant sur la première surface parallèlement au plan des axes optiques. Les courbes dilatées qui, d'après ce qu'on a fait connaître plus haut, entouraient chaque axe optique dans ce cas, étaient réduites à une largeur correspondante à celle de l'anneau dans l'expérience précédente, et étaient séparées par un grand espace obscur. Lorsque le plan passant par les deux ouvertures déviait un peu du plan des axes optiques, le phénomène subissait différentes transformations remarquables : les courbes prenaient dans tous les cas la forme d'une conchoïde, dont le pôle était la projection de l'axe optique, et l'asymptote la ligne sur la première surface.

Finalement, lorsque les ouvertures sur les deux surfaces étaient transposées, il n'y avait pas de changement opéré dans le phénomène, et tout se passait de la même manière par rapport aux surfaces d'incidence et d'émergence.

Il est aisé de rendre compte de ces diverses apparences. Lorsque l'ouverture de la seconde surface est grande, les rayons, se dirigeant vers sa circonférence en partant d'un point sur la première surface, sont sensiblement inclinés à l'axe optique que nous supposerons être dans la ligne qui joint le point avec le centre de l'ouverture : par conséquent, les rayons intérieurs et extérieurs dans lesquels chacun d'eux est divisé seront inclinés *en dehors*, et il est évident qu'il y aura un espace lumineux central pour lequel chaque point est éclairé par un rayon intérieur et un rayon extérieur. Cet espace a donc deux fois autant de clarté que celui qui l'entoure, et où chaque point est éclairé par un seul rayon ; et, comme les rayons qui se combinent pour le former sont polarisés dans des plans à angles droits, la lumière résultante n'est pas polarisée.

Lorsque l'ouverture diminue, l'inclinaison de ces rayons

intérieurs, les uns par rapport aux autres, décroît jusqu'à ce que finalement ils deviennent parallèles, et que l'espace central lumineux soit réduit à un point. Quand l'ouverture se rétrécit davantage, ces rayons s'inclinent *en dedans* et se croisent : il est évident alors qu'au-delà du point de jonction il y a un espace obscur qui n'est éclairé par aucun rayon. Comme dans ce cas il n'y a pas de rencontre de rayons polarisés différemment, toute la lumière est polarisée et obéit à la loi déjà mentionnée. Enfin, lorsque l'ouverture continue à diminuer, les rayons intérieurs d'un côté tendent à devenir parallèles aux rayons extérieurs de l'autre côté, et l'espace central obscur augmente et se rapproche de l'égalité avec le cône externe servant de limite : ainsi l'anneau lumineux diminue indéfiniment en largeur, et le cône approche d'une surface mathématique.

Il est aisé de voir que l'angle du véritable cône est à peu près la moitié de la somme des angles formant les limites intérieure et extérieure de l'anneau conique observé, et que, lorsqu'un espace éclairé apparaît au centre, comme dans le cas où l'ouverture est très grande, l'angle véritable est la moitié de la différence des angles des cônes intérieurs et extérieurs. Lorsque le cône est éclairé uniformément, et que l'espace central obscur est réduit à un point, le cône observé est double de celui qu'on cherche.

Ce dernier phénomène se rapproche beaucoup de celui qui a servi de base aux expériences d'après lesquelles les mesures données plus haut ont été prises, et par conséquent l'angle véritable étant dans ce cas la moitié de l'angle observé, il s'approche beaucoup de celui que donne la théorie.

Comme il devait y avoir un cône égal de rayons incidents sur la première surface du cristal, M. Lloyd prit d'autres mesures dans le but de déterminer son amplitude : à cet effet il plaça un micromètre assez grossier, consistant en deux plaques métalliques mobiles, immédiatement devant la lentille ; puis il rapprocha ces plaques jusqu'à ce qu'en regardant

à travers l'ouverture sur la seconde surface, il les vît toucher les bords opposés de l'image circulaire ; il fit de même pour le cercle intérieur de l'anneau, et la distance focale de la lentille fut mesurée avec soin : de cette manière il détermina les dimensions extrêmes de l'anneau conique, et calcula l'angle qu'il cherchait. La moyenne de trois mesures faites de cette manière donna $3^{o}\ 47'$ pour l'angle corrigé du cône.

On a fait observer que l'angle du cône a été calculé selon la théorie, d'après les trois indices de réfraction trouvés par M. Rudberg. Mais une très petite erreur dans la détermination de ces indices ou une très petite différence de leurs valeurs dans différents échantillons du même minéral peut produire une grande différence dans l'angle. D'une autre part, les effets de diffraction doivent modifier à un certain degré les résultats obtenus par l'expérience : ainsi, quoique les mesures n'aient pas été prises avec toutes les précautions possibles pour en assurer l'exactitude, l'on voit cependant que leur accord avec la théorie est aussi satisfaisant qu'on pouvait raisonnablement s'y attendre.

Nous avons vu plus haut que l'onde lumineuse est touchée en un nombre infini de points formant un petit cercle de contact, dans un plan parallèle à l'une des sections circulaires de la surface d'élasticité. Quand un rayon est incident à la surface extérieure du cristal, dans une direction telle qu'un rayon réfracté peut être normal au plan dont nous avons parlé, il se divise en un cône de rayons à l'intérieur du cristal, formé par des lignes joignant le centre de l'onde aux points de la circonférence du cercle de contact.

Comme les rayons qui composent ce cône doivent se réfracter à leur émergence dans une direction parallèle au rayon incident, ils formeront un petit cylindre de rayons, et la base du cylindre sera la section du cône formée par la seconde surface du cristal. Ce cylindre est toujours d'un très petit diamètre, et les expériences nécessaires pour constater

son existence et reconnaître sa grandeur exigent plus de précautions que celles décrites plus haut.

La lumière que M. Lloyd employa d'abord était donnée par une lampe placée à peu de distance ; et, afin d'obtenir un rayon incident aussi mince que possible, cette lumière passait par deux étroites ouvertures, dont l'une était pratiquée dans un écran placé près de la flamme, et l'autre, percée dans un mince feuillet de métal, était appliquée contre la première surface du cristal (1). En observant les deux rayons dans lesquels le rayon incident se partage en général, M. Lloyd tourna doucement le cristal de manière à altérer graduellement l'incidence. Après quelques essais, dans lesquels il était guidé en partie par les changements dans la position relative de ces rayons, il parvint enfin à obtenir une incidence sous laquelle les deux rayons s'épanouissaient en un cercle continu, dont le diamètre apparent pouvait être égal à l'intervalle qu'ils laissaient entre eux quand ils étaient près de leur position définitive.

La lumière émergente était alors reçue directement par l'œil armé d'une lentille. En répétant l'expérience avec de la lumière solaire, M. Lloyd reçut le cylindre émergent sur un petit écran de papier argenté, et il put voir qu'il n'y avait pas de différence sensible dans la grandeur de la section à différentes distances.

Quand l'ajustement était bien fait, la lumière de l'anneau entier était blanche, et partout de même intensité ; mais, pour une très faible déviation, deux quadrans opposés du cercle paraissaient plus lumineux que les deux autres, et les deux couples étaient de couleurs complémentaires.

M. Lloyd trouva que l'angle du cône était de 1° 50′, et qu'il ne différait que de 5′ de celui donné par la théorie. En

(1) *Philos. magaz.*, mars 1833.

examinant les rayons émergents avec une tourmaline, il les trouva polarisés conformément à la loi déjà indiquée pour le premier cas de la réfraction conique. Le résultat pour ce cas était prévu par la théorie ; mais, pour le premier cas, il avait été déduit de l'observation.

---

35. *Sur la polarisation circulaire dans les substnnces organiques* (numéro 1046).

—

M. Biot a présenté depuis peu à l'Académie des sciences de Paris plusieurs mémoires dans lesquels ce savant physicien a soumis à un examen profond le caractère chimique que fournit la polarisation circulaire pour la détermination des substances organiques. Dans ces mémoires (1), M. Biot expose d'abord les méthodes qu'il emploie pour étudier ces phénomènes, pour en prendre les mesures, les soumettre au calcul, et en tirer le *pouvoir rotatoire* moléculaire de chaque substance, désignant ainsi la déviation qu'elle imprimerait au plan de polarisation d'un rayon rouge si elle avait une épaisseur d'un millimètre et la même densité que l'eau. Ces méthodes sont appuyées de nombreux exemples, qui prouvent que le pouvoir ainsi défini reste constant dans tous les modes d'aggrégation que la substance peut prendre, soit qu'on l'emploie solide, liquide, ou même à l'état gazeux, mais sans qu'elle change de constitution moléculaire. De là passant aux applications, il poursuit l'investigation de ces phénomènes dans les différentes classes de substances, telles que les huiles essentielles, le naphte, le camphre naturel, le camphre artificiel, la gomme, les différentes espèces de

---

(1) *Nouvelles annales du muséum d'histoire naturelle*, tome 2.

sucre. D'après ses observations, tous les sucres cristallisables, tels que ceux des cannes, des betteraves, des panais, des navets, des carrottes, etc., tournent le plan dans le même sens, vers la droite, et selon une gradation dont le premier rang est occupé par le sucre de canne; au contraire la gomme tourne ce plan à gauche; et le jus de plusieurs sortes de fruits, tels que les poires, les pommes, les raisins, les groseilles, dont on ne tire qu'un sucre incristallisable, produit la même action que la gomme, dans tous les états par lesquels on les fait passer jusqu'à la solidification. C'est depuis ce point seulement que, par un changement brusque, ils peuvent réfléchir à droite. Les sucs de l'autre série au contraire la dévient toujours dans le même sens.

M. Biot a aussi fixé son attention sur une matière découverte par M. Raspail dans les graines de fécule. Cette substance, que M. Raspail considère comme la gomme la plus pure, diffère de la gomme ordinaire en ce qu'elle imprime au plan de polarisation une rotation en sens opposé, et du sucre de canne en ce qu'elle possède, sous le rapport du pouvoir de rotation, une supériorité qui lui a fait donner le nom de *dextrine* par M. Biot.

---

36. *Sur l'arragonite* (numéro 1105).

M. P. Erman a présenté dans les *Annales* de Poggendorf (1) des recherches intéressantes sur les figures *époptiques* que manifeste l'arragonite sans polarisation préalable.

---

(1) N° 10, 1832.

37. *Sur la double réfraction produite dans les molécules des corps par la simple pression* (numéro 1107).

—

Sir D. Brewster avait, en 1814, communiqué à la société royale de Londres l'expérience suivante : quand on presse entre deux verres à la chaleur de la main un mélange de cire et de résine à parties égales, la couche de matière est presque entièrement transparente par la lumière transmise, quoiqu'elle présente un blanc laiteux par la lumière réfléchie. Elle ne polarise pas la lumière quand elle tombe verticalement, mais elle jouit à un haut degré de cette propriété quand la lumière est oblique, et présente des segments d'anneaux colorés.

La double réfraction était si peu connue alors, que cette expérience n'attira pas l'attention. Celle de sir D. B. n'a été excitée qu'en retrouvant par hasard les verres employés et dont la couche résineuse n'avait pas perdu sa propriété depuis quinze ans. La ligne verticale suivant laquelle elle est privée de la polarisation est un seul axe de double réfraction, et les anneaux colorés sous l'incidence oblique sont produits par l'inclinaison du rayon réfracté à l'axe de double réfraction. En répétant l'expérience avec un grand nombre de plaques de verre et diverses proportions de cire et de résine, sir D. B. a obtenu les résultats suivants :

Quand la cire blanche est fondue et refroidie entre deux verres, elle forme un grand nombre de petits points qui possèdent chacun la double réfraction, mais dont les axes sont tournés dans toutes les directions possibles. La couche de cire étant extrêmement mince, les parties ne sont pas assez nombreuses pour réagir sur la lumière polarisée.

La résine fondue ne présente pas la structure cristalline, qu'elle se durcisse lentement ou par pression.

Le composé de cire et de résine à parties égales présente beaucoup de ténacité. Une couche mince fondue et refroidie entre deux verres offre la polarisation dans tous les sens comme la cire d'abeilles, les axes des particules élémentaires étant tournés dans toutes les directions. Il est très opalin, et un corps lumineux vu au travers paraît entouré d'une lumière nébuleuse. Cette transparence imparfaite provient évidemment de la réflexion et de la réfraction de rayons passant d'une molécule à une autre, occasionée par une différence dans le pouvoir réfringent des composants, ou par le contact imparfait des parties, ou par ces deux causes combinées.

Plusieurs gouttes du mélange fondu furent coulées sur une lame de verre épais pour former une grosse goutte. Avant qu'il fût refroidi on appliqua sur la goutte un plan de verre circulaire de 2|3 de pouce de diamètre environ, et on exerça une forte pression verticale sur le centre pour obtenir une lame mince : elle était presque entièrement transparente, comme si la pression avait placé les parties dans un contact optique.

Cette lame, exposée à la lumière polarisée, présentait un axe de double réfraction et offrait les couleurs polarisées aussi parfaitement que plusieurs cristaux du règne minéral. Quand, après avoir séparé les plans de verre, on détache quelques portions de la matière grasse, on trouve qu'elles agissent sur la lumière précisément comme des fragments de mica ou d'hydrate de magnésie à un axe, et présentent une force réfringente d'une intensité égale.

Cette expérience prouve bien que la pression développe la double réfraction de la lame de matière grasse, mais on ne voit pas si c'est l'effet immédiat de la pression ou si c'est la même force de double réfraction qui produit la polarisation dans tous les sens. Quand la résine se refroidit d'elle-même dans ce dernier état, les axes de double réfraction sont tour-

nés dans toutes les directions possibles, et l'on ne peut supposer qu'une pression dirigée dans une seule direction produise immédiatement l'arrangement de tous les axes dans des directions parallèles. La double réfraction de chaque partie de la lame a donc été développée par la force comprimante qui a dû la priver de la structure de double réfraction qu'elle possédait. La substitution d'une double structure de double réfraction à une autre peut s'effectuer facilement dans divers corps. La chaleur ou la pression peuvent même produire cet effet dans plusieurs cristaux réguliers, mais on ne peut détruire un axe dans un cristal à deux axes ni en produire un dans un cristal à un seul. Quand la structure de double réfraction est produite par l'endurcissement, on peut la détruire entièrement par la pression, et la remplacer par une autre, même d'un caractère opposé; et quand elle est produite par l'action de la vie, comme dans le cristallin des animaux, on peut la détruire entièrement par l'endurcissement et y substituer une nouvelle structure de double réfraction plus puissante que la première.

Ces faits conduisent à une explication simple de la cause et des phénomènes généraux de la double réfraction dans les cristaux réguliers. Cette propriété n'est pas inhérente aux molécules elles-mêmes: par exemple, les fragments de silex n'en jouissent pas dans leur état de séparation; dans le tabasheer, quelques opales et la silice qui a été fondue, il n'y a pas la plus légère trace de structure de double réfraction. Mais quand les parties de la silice en solution se réunissent en raison de leur attraction mutuelle ou de leur polarité, elles acquièrent immédiatement, au moment de leur réunion, la propriété de la double réfraction, et la conservent tant qu'elles restent dans le même état d'aggrégation. On peut concevoir facilement ce qui se passe: il existe en dissolution ou en fusion un grand nombre de molécules élastiques qui sont retenues à distance par le fluide dans un des cas, et par la chaleur dans l'autre; supposons que, par l'évaporation

ou le refroidissement, deux molécules soient amenées au contact par les forces ou les polarités qui produisent un arrangement cristallin et qu'elles adhèrent fortement; elles se comprimeront, et présenteront chacune un axe de double réfraction, dans les directions des lignes qui joignent leurs centres, comme si elles étaient comprimées par une force extérieure.

Il résulte des phénomènes de cristallisation et de clivage que les molécules des cristaux ont plusieurs axes d'attraction ou lignes suivant lesquelles la cohésion est plus forte, et dans la direction desquelles elles adhèrent plus ou moins. Guidé par les indications que donnent les hémitropies et supposant les molécules sphériques ou sphéroïdales, on en conclut qu'il y a trois axes qui sont à angles droits l'un par rapport à l'autre, et relativement à l'axe géométrique de la forme primitive. De cette manière les phénomènes de la double réfraction sont rapportés aux mêmes axes de la forme primitive, et peuvent être rigoureusement calculés. Dans les cristaux à un axe, les trois axes sont tels, que deux sont égaux et de même nom, tandis que le troisième, correspondant avec l'axe apparent, peut être de même nom ou de nom différent. Dans les cristaux à deux axes, les trois axes sont inégaux, et dans ceux qui ne jouissent pas de la double réfraction, les axes sont égaux et se détruisent.

Le rapport de ces deux classes de faits est trop remarquable, d'après sir D. B., pour être accidentel, quand il n'y aurait pas d'autres arguments qui tendraient à l'indiquer. Parmi les cristaux dont la forme primitive est le rhomboïde obtus, il y en a qui ont un axe de double réfraction négative, et seulement un ou deux qui ont un axe de double réfraction positive. La structure des premiers peut être produite par la compression provenant des attractions dans la direction de deux axes rectangles entre eux, qui dilatent les molécules dans la direction du troisième et le rendent un axe de double réfraction négative, égal en intensité aux deux autres mais

peut-on supposer l'existence d'un troisième axe d'attraction plus ou moins puissant que les deux autres, qui produira une dilatation non compensée, ou un seul axe de double réfraction négative, dans l'axe du rhomboïde? S'il est plus fort, la compression qu'il produira excédera la dilatation des deux angles et produira un axe de compression ou de double réfraction positive, comme dans le quartz et la dioptase.

Ces observations s'appliquent aux minéraux qui cristallisent sous forme pyramidale.

Après la rédaction de son mémoire, sir D. B. a eu connaissance de celui de M. Savart sur la structure des corps cristallisés, déterminée par les vibrations sonores. Le curieux résultat de ces expériences, que l'axe du spath calcaire, axe de double réfraction négative, est l'axe le moins élastique, tandis que l'axe du quartz, axe de double réfraction positive, est celui de la plus grande élasticité, s'accorde parfaitement avec sa manière de voir.

Les trois axes étant égaux, les trois compressions rectangulaires produites par l'aggrégation des molécules se détruisent réciproquement; le corps n'a pas de double réfraction, et donne des clivages également faciles; en effet, jusqu'ici tous les cristaux qui se clivent également dans trois directions rectangulaires ne jouissent pas de la double réfraction.

Si les trois axes d'attraction sont inégaux, les différences de densité qu'ils produisent dans les molécules se rapportent à deux angles de double réfraction, dont le plus fort sera négatif ou positif, suivant que la compression sera plus ou moins forte que la dilatation. Tous les cristaux appartenant au système prismatique, où le clivage indique que les parties adhèrent avec une force inégale dans trois directions, ont toujours deux ou trois axes inégaux de double réfraction, dont le plus fort est tantôt négatif, tantôt positif.

En admettant que les molécules des corps sont sphériques dans leur état d'isolement et au-delà de leur sphère d'ac-

tion mutuelle, cette forme doit changer en celle de sphéroïdes composés dans les cristaux à double réfraction; et les vues que sir D. B. expose à ce sujet sont, comme il le remarque, confirmées par les expériences de M. Mitscherlich sur l'influence que la chaleur exerce sur les cristaux à double réfraction. Les phénomènes que présentent les fluides sous l'influence de la chaleur et de la pression, et ceux des cristaux à double réfraction exposés à l'action des forces de compression ou de dilatation, s'accordent parfaitement avec ses vues : de sorte que, même sans l'expérience fondamentale que contient son mémoire, sir D. B. est convaincu que l'on ne pourrait s'empêcher de conclure que les forces de double réfraction ne résident pas dans les molécules elles-mêmes, mais résultent immédiatement des forces mécaniques d'après lesquelles les molécules forment des corps solides.

---

38. *Sur les pouvoirs réfringents de deux nouveaux fluides dans les minéraux* (numéro 1118).

—

Sir D. Brewster a fait connaître, dans les *Transactions* de la société royale d'Édimbourg, tome X, page 407, l'existence de deux nouveaux fluides dans les minéraux, et a déterminé les réfractions du premier dans l'améthiste. Il a donné la table suivante des pouvoirs réfringents moindres que ceux de l'eau :

Eau	1,3358
Cyanogène liquéfié par la pression	1,3160
Glace.	1,3085

Second nouveau fluide de la topaze dans une cavité remplie par l'autre nouveau fluide à 83° Fahr	1,2946
Nouveau fluide de l'améthiste à 83° Fahr . .	1,2106
Tabasheer blanc de Nagpore, espèce dure.	1,1825
Idem, autre espèce.	1,1454
Nouveau fluide expansible de la topaze dans la même cavité que le second fluide . . .	1,1311
Tabasheer transparent de Vellore, jaunâtre.	1,1111
Ether dilaté environ au tiers de son volume.	1,057

Sir D. Brewster n'a pas cherché à mesurer le pouvoir réfringent du nouveau fluide expansible après qu'il a rempli la cavité, ayant observé que l'angle de réflexion totale diminue quand le fluide se dilate. Il est parfaitement transparent à 60° F., paraît tout-à-fait opaque quand il remplit un tube, et noir par la chaleur. (*Bulletin des sciences math.*, juillet 1829.)

---

39. ***Observations sur la théorie des couleurs de Newton*** (numéro 1143).

—

Sir D. Brewster, à la seconde réunion de l'Association britannique qui a eu lieu à Oxford en 1832, a lu un mémoire sur la théorie de Newton concernant les couleurs des corps naturels, théorie qui repose sur les principes suivants :

1. Tout corps réfléchit les rayons de sa propre couleur en plus grande abondance que les autres rayons, et il prend sa couleur de cet excès dans la lumière réfléchie.

2. Les parties transparentes des corps, selon leurs différentes grosseurs, réfléchissent les rayons d'une couleur et transmettent ceux d'une autre, d'après le même mode que leurs lames minces ou aspérités réfléchissent et transmettent ces rayons.

L'auteur n'entre pas dans l'examen des postulats, des faits ou des raisonnements sur lesquels cette théorie repose; mais il procède d'abord par l'analyse d'un phénomène de couleur qu'il prend pour exemple, et il applique cette analyse à la détermination de l'origine de toutes les couleurs semblablement produites.

La couleur choisie à cet effet était le vert des végétaux, et ce choix était basé sur les motifs suivants :

1° Parce que la couleur *verte* des plantes est la plus répandue dans la nature;

2° Parce que c'est la couleur dont Newton a le plus distinctement décrit la nature et la composition.

3° Parce que sa vraie composition est presque identiquement la même dans toutes les variétés de plantes où elle se montre.

Après avoir déterminé l'exacte composition de cette couleur, l'auteur conclut que la couleur verte des plantes, soit qu'on l'examine dans son premier développement ou lorsque sa teinte commence à se faner, n'a aucune relation avec les couleurs des lames minces.

L'auteur a soumis au même mode d'analyse environ 150 milieux colorés, consistant en fluides extraits des pétales, des feuilles, des semences et des écorces d'arbres; de différentes substances employées dans la teinture; de minéraux, de sels artificiels et de différents gaz colorés; et dans tous ces cas, il obtient des résultats qui prouvent que leurs couleurs ne sont pas celles de lames minces.

Des expériences décrites dans ce mémoire, sir D. Brewster, conclut que la *seconde* proposition de la théorie de Newton sur les couleurs est incompatible avec les phénomènes ob-

servés ; et il en déduit l'inexactitude de la *première* proposition en établissant le fait qu'il a trouvé des milieux *rouges*, *jaunes*, *verts* et *bleus*, qui sont absolument incapables de réfléchir ou de transmettre certains rayons définis de la même couleur qu'eux.

Ce mémoire est terminé par un aperçu de ce que l'auteur regarde comme la vraie théorie des couleurs des corps naturels. Quand la lumière entre dans un corps, et se trouve réfléchie ou transmise vers l'œil, une certaine portion de différentes réfrangibilités est perdue dans ce corps; et la couleur qui se forme, naît évidemment d'une partie de la lumière interceptée, et se compose de tous les rayons qui ne sont pas perdus; ou, ce qui revient au même, la couleur du corps est celle qui recompose la lumière primitive, lorsqu'on la combine avec tous les rayons perdus. Il n'a pas été démontré rigoureusement que les rayons *perdus* se trouvent réfléchis ou arrêtés par une affinité spécifique pour les atomes matériels du corps. Dans quelques cas d'opalescence, ils sont ou entièrement ou partiellement réfléchis ; mais l'auteur regarde à peu près comme susceptible de démonstration que, dans tous les corps transparents, et dans cette grande variété de substances dans lesquelles on ne peut pas découvrir de teintes réfléchies, les rayons perdus sont retenus dans le corps par absorption.

---

40. *Sur les couleurs* (numéro 1145.)

—

M. Léopold Nobili a inséré dans la *Bibliothèque universelle de Genève* (1) un mémoire sur les couleurs en général, et

---

(1) Août et sept. 1830.

en particulier sur une nouvelle échelle chromatique déduite de la Métallochromie à l'usage des sciences et des arts. M. le comte Xavier Demaistre a également inséré dans la *Bibliothèque universelle* (1) un mémoire sur la cause des couleurs dans les corps naturels, dans lequel l'auteur regarde comme très probable que la propriété qui produit la réfraction dans les corps et celle qui produit l'absorption sont de même nature, et il pense qu'on trouvera de nouveaux rapports entre elles lorsqu'on étudiera plus soigneusement les phénomènes de l'absorption.

Le colonel Jackson a fait paraître aussi dans le même recueil des recherches sur les couleurs considérées dans les corps transparents, ainsi qu'un mémoire sur la transparence et la couleur de l'atmosphère et sur la teinte des objets vus dans l'éloignement (2).

---

41. *De l'action qu'exerce la lumière sur la précipitation du muriate de platine par l'eau de chaux* (numéro 1146).

Quand une dissolution de platine dans l'acide nitromuriatique, dont on a neutralisé l'excès d'acide par une addition de chaux, et que l'on a clarifiée par la filtration, est mélangée avec de l'eau de chaux, si l'on opère dans l'obscurité, on n'observe aucune précipitation un peu notable, quelque long que soit le temps pendant lequel dure l'expérience; on finit seulement par remarquer dans le liquide un sédiment qui se présente sous la forme d'un léger

(1) *Bibl. univ*., mai 1831.

(2) *Ibid.*, mai 1830 et fév. 1832.

nuage, après quoi toute espèce d'action cesse complétement d'avoir lieu. Mais si le mélange, soit qu'il ait été fraîchement préparé, soit qu'on l'ait clarifié en enlevant le sédiment dont nous avons parlé, est exposé aux rayons du soleil, il prend immédiatement une apparence laiteuse, et on observe la formation abondante d'un précipité blanc ou d'un jaune pâle. Si la solution de platine est en excès, ce précipité se dépose promptement et l'on peut facilement le recueillir. Le même phénomène peut avoir lieu, mais plus lentement, quand le mélange est exposé à la lumière des nuées.

L'action remarquable qui vient d'être décrite n'est exercée que par l'extrémité violette du spectre. Sir J. Herschel dit (1) avoir exposé aux rayons du soleil les plus vifs, pendant des jours entiers, des tubes remplis du mélange en question, et plongés dans de l'acide sulfurique teint en rouge par des feuilles de roses rouges; et il n'a pu observer que la lumière rouge qui pénétrait dans le liquide y déterminât aucune autre action que la formation de ce léger nuage qui est aussi produit dans l'obscurité. Mais aussitôt qu'on sort le tube qui contient le mélange hors du liquide rouge dans lequel il est plongé, et qu'on l'expose directement aux rayons du soleil, la précipitation ordinaire s'opère avec autant d'abondance que si le liquide était resté jusque alors dans une obscurité complète. Les liquides jaunes ont aussi, comme les rouges, la propriété d'empêcher toute action des rayons solaires.

Le précipité qui se forme est une combinaison d'oxide de platine et de chaux, dans laquelle l'oxide de platine semble jouer le rôle d'un acide.

M. Dœbereiner, dans le *Jahrbuch für Chemie und Physik* 1831, a présenté également des résultats très curieux sur

(1) *Philos. mag.*, juin 1832, et *Bibl. univ.*, oct. 1832.

l'influence chimique de la lumière et la formation de la *humboldtite* (neutre).

---

42. *Sur la propriété calorifique de la lumière* (numéro 1147).

M. Melloni a fait, dans ces derniers temps, une série de recherches curieuses sur la transmission des rayons de chaleur à travers les verres colorés et les cristaux, qui tendraient à montrer que la chaleur ne se comporte pas comme la lumière. Les verres verts, par exemple, sont les seuls *qui ont une coloration* pour la chaleur rayonnante; les autres verres colorés agissent sur les rayons de chaleur comme le feraient des milieux *diaphanes plus ou moins rembrunis*, relativement à la lumière; l'acide citrique, quoique incolore, se comporte à l'égard de la chaleur rayonnante comme un corps *coloré*; enfin, en suivant le parallèle entre les actions différentes de ces corps sur la lumière et sur la chaleur, on peut dire que, pour les rayons de chaleur, le verre est *rouge*, et que l'acide citrique est violet.

On croyait anciennement que la température des différentes parties du spectre solaire était proportionnelle à l'intensité de la lumière; et puisque le jaune constitue la bande la plus brillante des rayons colorés, on s'imaginait que là devait se trouver aussi la plus haute température. Des expériences de Rochon semblaient confirmer cette manière de voir; mais bientôt des physiciens soutinrent que le *maximum* de chaleur dans le spectre était sur le rouge; d'autres annoncèrent qu'il se trouvait tout près du rouge, dans la bande obscure qui le suit immédiatement. La première opinion, basée sur des expériences de M. Bérard, était fort répandue

en France ; la dernière, appuyée sur les observations d'Herschel, avait été généralement adoptée en Angleterre et en Italie.

De nouvelles recherches entreprises en 1828 par Seebeck prouvèrent que toutes ces opinions pouvaient être vraies, car le *maximum* de température dans le spectre solaire change de place avec la composition de la substance qui forme le prisme. D'après Seebeck, on le trouve sur le jaune, sur l'orangé, sur le rouge ou l'espace obscur tout près de la limite rouge, selon que le prisme est formé avec de l'eau, de l'acide sulfurique, du verre ordinaire ou du flint-glass anglais. Les physiciens qui avaient trouvé des résultats différents pouvaient avoir bien observé chacun de leur côté, s'ils s'étaient servis de prismes composés avec des matières différentes ; seulement on avait eu grand tort de tirer des conséquences générales de chaque cas particulier. Mais l'erreur était en quelque sorte justifiée par l'idée fausse que l'on s'était formée sur l'action invariable des substances diaphanes incolores pour toutes sortes de rayons calorifiques. Aussi les faits annoncés par Seebeck étaient-ils restés isolés dans la science avant les recherches de M. Melloni. Maintenant on peut les expliquer avec la plus grande facilité. Rappelons d'abord : 1° que, dans le spectre ordinaire fourni par un prisme de verre, le *maximum* de chaleur se trouve sur le rouge ; 2° que les rayons solaires, en traversant une masse d'eau, souffrent des pertes d'autant plus grandes que leur réfrangibilité est moindre.

Cela posé, voici le raisonnement de l'auteur : la chaleur solaire qui se présente à la face antérieure du prisme d'eau comprend des rayons fournis de toutes sortes de réfrangibilités. Or, le rayon qui possède le même indice de réfraction que la lumière rouge souffre, en traversant le prisme, une perte proportionnellement plus forte que le rayon doué de la réfrangibilité de la lumière orangée, et celui-ci perd moins, dans la traversée, que la chaleur du jaune. Ces rapports

croissants dans les déperditions des rayons moins réfrangibles tendent évidemment à faire marcher le *maximum* du rouge au violet : il pourra donc s'arrêter sur le jaune.

En supposant l'action de l'acide sulfurique analogue et moins énergique que celle de l'eau, on comprendra de même pourquoi, dans le cas du prisme d'acide, le *maximum* se fixe sur l'orangé.

Enfin le verre lui-même, dont les prismes ordinaires sont composés, doit opérer de la même manière et produire sur chaque rayon une perte inversement proportionnelle à son degré de réfrangibilité. Donc, si l'on employait dans la construction du prisme une substance *moins active* que le verre commun, les pertes seraient affaiblies en plus grande proportion pour les rayons moins réfrangibles : ceux-ci gagneraient donc sur les rayons plus réfrangibles, et le *maximum* marcherait dans la direction opposée à la précédente, c'est-à-dire du violet au rouge. C'est précisément ce qu'ont obtenu Herschel, Davy et Seebeck, en opérant sur leurs prismes de flint-glass.

Comparons ces effets aux nombres qui représentent les transmissions calorifiques : nous trouverons que le *maximum* de chaleur, en partant du jaune, où il se trouve placé pour le prisme d'eau, s'en éloigne *toujours dans le même sens* à mesure que l'on construit les prismes avec des substances plus diathermanes. Il sort déjà un peu du spectre lorsqu'on substitue le flint au crown glass. En admettant l'exactitude d'une telle théorie, la ligne de plus grande chaleur devra donc se dégager tout-à-fait des couleurs, et se porter dans l'espace obscur sur une bande très éloignée de la limite rouge, lorsqu'on se servira du sel gemme, substance qui est bien plus diathermane relativement au flint que le flint par rapport au crown glass.

Cette vérification importante a été faite par l'auteur sur les spectres donnés par cinq prismes de sel gemme d'origines différentes. Elle a complétement réussi : car dans tous les

cas le *maximum* s'est trouvé dans l'espace obscur, à une distance de la dernière bande lumineuse égale à celle qui sépare en sens contraire le vert-bleu de la limite rouge. (*L'Institut*, n° 25, première année.)

---

43. *Sur la propriété magnétique de la lumière solaire* (numéro 1147).

—

Un fait, sur l'exactitude duquel on avait conservé quelque doute, c'est la vertu magnétique des rayons solaires. La propriété magnétisante du rayon violet, découverte par Morichini, avait été confirmée, après avoir été long-temps contestée, par madame Somerville en Angleterre (1), et par M. Zantedeschi en Italie (2). M. Christie, en faisant osciller des aiguilles aimantées tantôt à l'ombre, tantôt au soleil, ou dans des rayons colorés, avait conclu de ses expériences que les rayons solaires possèdent une influence magnétique (3). Enfin M. Baumgærtner à Vienne avait reconnu que la lumière blanche directe du soleil peut aimanter l'acier quand l'aiguille soumise à son action présente des places alternativement brillantes et oxidées (4).

Cependant plusieurs physiciens, et notamment Configliachi à Pavie, et M. Bérard à Montpellier, n'avaient pu réussir à obtenir les mêmes résultats, et on pouvait toujours craindre que les traces d'aimantation observées dans quelques cas ne

---

(1) *Ann. de ch. et de ph.*, t. 31, p. 393; *Corresp. math.*, t. 2, p. 161.

(2) *Bibl. univ.*, t. 41, p. 64.

(3) *Bibl. univ.*, t. 34, p. 191, et t. 41, p. 52.

(4) *Ann. de ch et de ph.*, t. 33, p. 333.

provinssent de l'action du magnétisme terrestre sur l'aiguille réchauffée par les rayons solaires. MM. Ries et Moser ont fait voir que ces craintes étaient fondées : en prenant toutes les précautions possibles pour éviter l'action magnétisante du globe, ils n'ont pu obtenir aucune aimantation en exposant pendant un temps plus ou moins long une aiguille à l'action soit des rayons violets, soit des rayons blancs du soleil. Leurs expériences nombreuses, faites avec beaucoup de soin, nous paraissent avoir décidé dans un sens négatif la question du magnétisme de la lumière solaire (1).

Nous croyons qu'il doit en être de même des propriétés électriques qu'ont cru reconnaître dans cette lumière quelques physiciens, et en particulier M. Barlocci de Rome (2). Ce savant, après avoir étudié l'influence magnétique de la lumière solaire, qu'il croit être parvenu à démontrer par diverses expériences, cherche à prouver, en se servant, comme d'électroscope, d'une grenouille fraîchement préparée, et en faisant communiquer avec les muscles de l'animal un disque placé dans les rayons rouges du spectre, et avec ses nerfs un disque placé dans les rayons violets, que la contraction qu'éprouve la grenouille est due à l'électricité qui résulte de l'action de ces rayons. Mais la plus légère différence de température et tant d'autres causes peuvent occasioner un développement d'électricité, qu'il est bien peu probable que, dans les expériences dont il s'agit, ce soit l'action directe de la lumière solaire qui lui donne naissance. D'ailleurs j'ajouterai qu'en prenant les précautions nécessaires pour éviter l'action des causes étrangères, je n'ai jamais pu réussir à trouver dans les rayons solaires la plus légère trace d'électricité. (M. A. Delarive, *Bibl. univ.*, juillet 1833.)

---

(1) *Ann. de ch. et de ph.*, t. 42, p. 304.
(2) *Bibl. univ.*, t. 42, p. 11.

—

44. *Sur la propriété que possède l'électricité de communiquer aux corps la phosphorescence et la coloration* (numéro 1151).

Dans le n° 2 du Journal de l'institution royale, M. T. Pearsall a présenté une suite d'expériences faites sur la propriété que possède l'électricité de communiquer aux corps la phosphorescence et la coloration (1). Ce physicien part de l'idée que les couleurs des corps proviennent en général de leur structure particulière, qui les rend capables de décomposer la lumière et de réfléchir certains rayons particuliers ; et il croit, d'après ses expériences, que, lorsqu'une substance, telle que du spath fluor calciné par exemple, qui n'est pas phosphorescente, est exposée à l'action de décharges électriques, il en résulte des vibrations entre les particules, qui, se renouvelant à chaque décharge, modifient graduellement la structure du corps et lui impriment un état particulier. Il se demande si l'action de la chaleur ne consisterait pas à permettre au corps de revenir à son état primitif de structure, et si ce n'est point à ces vibrations qui ont lieu dans les atomes de la matière, lorsqu'il y a changement de structure, que l'on doit attribuer la lumière produite dans ces phénomènes : il peut y avoir, dit-il, indépendamment de la chaleur et de l'électricité, d'autres causes qui contribuent à opérer ces changements alternatifs de structure.

(1) Voyez aussi la *Bibl. univ.*, mars 1831.

45. *Sur la loi du carré du cosinus, relative à l'intensité de la lumière polarisée transmise par un cristal doué de la double réfraction, par M. Arago.*

—

(Ce précis d'une communication faite par M. Arago à l'Académie des sciences, dans sa séance du 5 août 1833, et qui se trouve mentionnée à la page 369, a été rédigé par M. Babinet.)

L'énoncé complet de la loi que M. Arago s'est proposé de vérifier par l'expérience est celui-ci :

« Si l'on fait passer perpendiculairement un rayon de lumière polarisée au travers d'une plaque cristallisée dont la section principale fait un angle quelconque avec le plan de polarisation du rayon incident, la quantité de cette lumière qui passe à l'état de rayon ordinaire est proportionnelle au carré du cosinus de l'angle que fait la section principale du cristal avec le plan de polarisation du rayon incident ; le reste forme le rayon extraordinaire. »

Avant d'exposer le procédé d'expérience qui permettra de démontrer comme loi physique ce théorème d'optique, M. Arago rappelle et définit expérimentalement les principales propriétés de la lumière polarisée.

1° La lumière polarisée obtenue par la double réfraction, par la réflexion, par les réfractions multiples, par l'absorption dans certains cristaux, est celle qui ne donne qu'un seul rayon (le rayon ordinaire) quand elle traverse perpendiculairement un cristal rhomboïde de spath d'Islande, dont la section principale coïncide avec le plan de polarisation de cette lumière ; tandis que, dans la même circonstance, la lumière naturelle, celle du soleil par exemple, celle des étoiles, celle

d'une bougie, donnent deux faisceaux distincts d'égale intensité, l'un qui suit la réfraction ordinaire, l'autre la réfraction extraordinaire. On sait que l'on désigne sous le nom de section principale le plan mené perpendiculairement à la face d'entrée du cristal par l'axe du rhomboïde qui caractérise la forme cristallographique du spath d'Islande.

Réciproquement on reconnaît qu'un rayon est polarisé, lorsque, dans certaines positions du cristal de spath, ce rayon refuse de se séparer en deux ; et si, de plus, il passe tout entier en suivant la réfraction ordinaire, la position actuelle de la section principale du cristal indique le plan de polarisation du rayon.

2° Si la lumière polarisée traverse une plaque de spath d'Islande dont la section principale soit perpendiculaire à son plan de polarisation, le rayon ordinaire est alors nul, et toute la lumière passe à l'état de rayon extraordinaire.

3° Si la section principale du cristal fait un angle de 45°, moitié de l'angle droit, avec le plan de polarisation de la lumière incidente, alors celle-ci fournit deux rayons d'égale intensité; qui sont l'un et l'autre moitié de la lumière incidente.

4° La lumière peut être partiellement polarisée, et alors on peut la considérer comme un mélange de lumière naturelle ou neutre, et de lumière polarisée. La partie non polarisée fournit aux deux réfractions ordinaire et extraordinaire des quantités égales ; et, quant à la partie polarisée, suivant que l'angle de la section principale du cristal avec son plan de polarisation est zéro, 90° ou 45°, cette lumière polarisée s'ajoute tout entière au rayon ordinaire dans le premier cas, tout entière au rayon extraordinaire dans le second cas, et enfin, dans la dernière hypothèse, se partage également entre les deux réfractions.

5° Un autre caractère non moins important de la lumière polarisée, dont on doit la découverte à M. Arago, et dont il a su tirer parti pour un grand nombre de recherches opti-

ques, est ce qu'on appelle la polarisation colorée ou polarisation chromatique : il consiste en ce que, si l'on fait passer un rayon polarisé au travers d'une lame doublement réfringente, d'une épaisseur et d'une position convenables, les deux rayons ordinaire et extraordinaire que donne ensuite ce rayon, traversant le spath comme ci-dessus, sont alors teints des plus vives couleurs, lesquelles de plus jouissent de l'importante propriété d'être complémentaires, c'est-à-dire que la réunion de ces deux faisceaux colorés reproduit une lumière tout-à-fait incolore; on exprime encore cette propriété en disant que deux teintes complémentaires se neutralisent réciproquement : par exemple, avec le rouge et le vert complémentaires on reproduit du blanc.

Ajoutons que, si le cristal que traverse le rayon avant le rhomboïde est une plaque de quartz ou cristal de roche, taillée perpendiculairement à l'axe du prisme à six pans, qui est sa forme la plus ordinaire, et d'environ cinq millimètres d'épaisseur, la lumière polarisée qui aura suivi l'axe de ce cristal et traversé ensuite le spath biréfringent sera colorée de teintes complémentaires très riches, l'une par exemple d'un rouge vif, l'autre d'un vert très beau.

6° Dans les deux cas du numéro précédent, si la lumière, au lieu d'être complétement polarisée, ne l'est que partiellement, on observe encore une coloration par des teintes complémentaires; mais celles-ci sont d'autant moins vives que la proportion de lumière polarisée est plus petite dans le rayon soumis à l'expérience; en sorte que cette propriété fournit un moyen, qu'aucun autre ne peut remplacer, pour s'assurer qu'une lumière donnée est complétement *neutre,* c'est-à-dire ne contient aucune portion de lumière polarisée : car, s'il en est ainsi, cette lumière, transmise d'abord au travers d'une plaque de quartz de cinq millimètres d'épaisseur, et ensuite au travers d'un spath, ne donne aucune trace de coloration aux deux faisceaux dans lesquels elle se divise.

7° L'expérience prouve que, si l'on réunit deux faisceaux

d'égale intensité, et polarisés dans deux plans à angle droit, la lumière ainsi obtenue est complétement analogue à la lumière neutre. Ceci fournit un moyen de dépolariser un faisceau de lumière, soit complétement, soit partiellement polarisé. En effet, si on lui fait traverser un cristal biréfringent dont la section principale fasse un angle de 45° avec son plan de polarisation, il se résout en deux faisceaux d'égale intensité; et comme d'ailleurs l'expérience montre que les deux faisceaux de la double réfraction sont polarisés complétement, et que de plus leurs plans de polarisation sont à angle droit, il s'ensuit que la lumière polarisée divisée en deux faisceaux égaux et polarisés à angle droit, ou, comme on dit, polarisés en sens contraire, sera analogue à la lumière neutre, c'est-à-dire complétement dépolarisée.

Il est facile de voir que l'on arrivera au même résultat pour la lumière partiellement polarisée : en effet, la partie non polarisée fournissant toujours deux images égales et polarisées en sens contraire, si de plus la section principale du spath analysant est placée à 45° du plan de polarisation de la partie polarisée, de manière à rendre aussi égales les deux parties dans lesquelles la portion polarisée se divise, on obtiendra en définitive deux faisceaux égaux et polarisés en sens contraire, c'est-à-dire de la lumière dépolarisée ou neutre.

Observons que ce procédé peut être extrêmement utile pour ramener des rayons fractionnés par la double réfraction, et par suite polarisés, à l'état de lumière neutre et dégagée des propriétés de l'état de polarisation qui pourraient nuire ultérieurement au succès de l'expérience.

La position de la section principale d'un cristal qui donne les deux faisceaux ordinaire et extraordinaire égaux étant à 45° du plan de polarisation du rayon, on obtiendra, par la dépolarisation complète, un moyen précieux de trouver le plan de polarisation de la portion polarisée d'un rayon qui ne l'est que partiellement. Il suffira de chercher la position

de la section principale du cristal qui le dépolarise complétement : le plan de polarisation cherché sera à 45° de la section principale du cristal dans sa position actuelle.

L'égalité des deux faisceaux, quand la section principale du cristal biréfringent fait un angle de 45° avec le plan de polarisation de la lumière incidente, vérifie la loi du carré du cosinus pour ce cas : en effet, prenant pour unité la lumière incidente, et, d'après cette loi, le rayon ordinaire égal au carré du cosinus de 45° $\left(\text{lequel cosinus carré est égal à } \frac{1}{2}\right)$, le reste de la lumière ou le faisceau extraordinaire serait égal à l'unité moins $\frac{1}{2}$, ou $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire égal au rayon ordinaire, ainsi que l'expérience le donne. M. Arago, qui a fait cet essai, a trouvé qu'en effet les deux rayons se neutralisent alors complétement, ce qui lui a fait conclure leur égalité, et par suite *la loi* du cosinus dans ce cas.

Il est à remarquer que par ce procédé d'exploration on s'assure de l'égalité de deux faisceaux lumineux, sans avoir besoin de les séparer, et que la polarisation porte avec elle un caractère tel, qu'en permettant d'agir sur deux faisceaux confondus, on éloigne en même temps toute erreur provenant de l'inégale sensibilité de l'œil dans les deux parties différentes de la rétine, qui autrement seraient soumises à l'action des deux faisceaux distincts.

8° L'induction qui conduit à cette loi du carré du cosinus indiquée mais non démontrée par Malus est assez facile à suivre. Un rayon polarisé donne pour rayon ordinaire, en traversant une lame biréfringente dont la section principale fait avec le plan de polarisation des angles 0°, 45°, 90°, des quantités 1, $\frac{1}{2}$, 0; tandis que le rayon extraordinaire a les valeurs complémentaires 0, $\frac{1}{2}$, 1. Ces trois valeurs, 1, $\frac{1}{2}$, 0, du rayon ordinaire, sont précisément celles du carré du cosinus de

l'angle égal à 0°, 45°, 90°, que font entre eux les deux plans indiqués. Fresnel a aussi déduit cette loi théoriquement de ses idées sur la nature de la vibration lumineuse, qu'il admet transversale à la direction du rayon lumineux; mais personne avant M. Arago n'a essayé d'en trouver une démonstration expérimentale, et qui ne fût contestée par aucun de ceux-là mêmes qui n'adopteraient pas tel ou tel système ou théorie d'où l'on pourrait déduire cette loi physique.

M. Arago signale l'importance de pareilles démonstrations physiques, qui établissent pour toujours des lois de la nature (comme par exemple la loi des sinus de Descartes dans la réfraction des milieux non cristallisés), et servent d'appui aux théories, au lieu d'emprunter de celles-ci une certitude toujours sujette à vérification, et constituent de véritables acquisitions pour la science, puisque rien ne peut détruire une loi vérifiée par les faits, quel que soit d'ailleurs le genre d'induction ou de théorie qui ait conduit à reconnaître ou même à soupçonner cette loi.

M. Arago signale encore l'importance pratique de la loi du carré du cosinus dans la photométrie, cette branche de la physique qui doit tant (et l'on peut même dire tout) aux travaux de M. Arago. En effet la difficulté des problèmes de photométrie consiste presque toujours en ces deux éléments qui établissent la comparaison de deux lumières données: 1° fractionner la lumière la plus intense d'une quantité bien connue pour la rendre égale à la plus faible; 2° s'assurer, par un procédé exempt d'erreur et assez sensible, de l'égalité établie. Or, qui ne voit qu'au moyen de la non-coloration de la lame de quartz, on s'assure de l'égalité des deux faisceaux mélangés polarisés à angle droit, d'une part, et que, de l'autre, on conclut la fraction de l'un des deux faisceaux qui a été employé à neutraliser le second, par la loi du carré du cosinus de l'angle des plans déjà plusieurs fois spécifiés. Observons encore que ce fractionnement peut être employé utilement même dans le cas où la polarisation

chromatique ne serait pas appelée à décider de l'égalité des deux lumières à comparer. En effet on peut toujours dépolariser le rayon fractionné par la double réfraction, en lui faisant traverser une lame biréfringente assez mince pour ne point le diviser en deux faisceaux distincts, et lui rendre dès lors toutes les propriétés de la lumière directe ou naturelle.

Par exemple, en prenant pour point de comparaison la lumière d'un objet céleste successivement fractionnée de quantités connues, on pourrait suivre par des égalités successives l'invasion croissante de l'ombre de Jupiter sur le disque d'un de ses satellites au moment de l'éclipse de celui-ci ; un fractionnement commode et non sujet à objection ne pourrait s'obtenir autrement.

M. Arago signale encore l'intensité comparative de la lumière des étoiles comme facile à obtenir par ce procédé : car, avant ou après avoir ramené les deux astres dans deux parties voisines du champ d'une lunette, on fractionnera la lumière du plus fort (préalablement polarisée) d'une quantité connue qui la rende égale à l'étoile la plus faible.

Après avoir fait sentir l'importance de cette loi dans un grand nombre de recherches qui ne sauraient être tentées qu'en s'appuyant sur les données qu'elle fournit à la pratique, M. Arago passe à l'exposition du procédé qu'il a imaginé pour vérifier cette loi pour des angles divers qui se reproduisent à la volonté de l'expérimentateur, depuis la coïncidence du plan de polarisation avec le plan de la section principale jusqu'à l'écart le plus grand de ces plans, celui où l'un des deux est perpendiculaire à l'autre.

Pour comprendre la marche de ce procédé, il faut d'abord savoir que M. Arago a démontré que, si on fait réfléchir la lumière par une plaque de verre, par exemple, la quantité absolue de lumière polarisée qui se trouve dans le rayon réfléchi est précisément égale à celle qui se trouve dans le rayon transmis; seulement celle-ci est polarisée en sens contraire. Il suffit du reste, pour s'assurer de cette loi, de rece-

voir à la fois le rayon réfléchi et le rayon transmis, et de voir si leur réunion forme de la lumière neutre. Or tel est le fait observé par M. Arago: donc la quantité de lumière polarisée suivant le plan de réflexion, et comprise dans le rayon réfléchi, est égale à la partie polarisée en sens contraire qui existe dans la lumière transmise, puisque ces deux quantités de lumière se neutralisent réciproquement.

M. Arago conclut de là un moyen de connaître, sinon en valeur absolue, au moins relativement, la quantité proportionnelle de lumière polarisée que contiennent comparativement deux rayons partiellement polarisés.

Eclaircissons ceci par un exemple. Supposons un rayon de lumière naturelle qui traverse sous une incidence donnée une plaque de verre à faces parallèles, et qui fournit ainsi un faisceau transmis et un faisceau réfléchi qu'on peut faire se surpasser mutuellement dans des rapports connus ou être égaux suivant l'incidence. Les procédés photométriques de M. Arago permettent de rendre le rayon réfléchi égal au quart, au tiers, à la moitié, aux deux tiers, ou enfin à une fraction quelconque du rayon incident. Arrêtons-nous au cas où le rayon transmis est double du rayon réfléchi, ce dernier étant égal au tiers de la lumière totale. Alors, comme la quantité absolue de lumière polarisée dans l'un et dans l'autre est la même, il est évident que la *quantité proportionnelle* de lumière polarisée sera, dans le rayon transmis, moitié de la proportion contenue dans le rayon réfléchi. En d'autres termes, dans le rayon réfléchi, le rapport de la portion polarisée à la lumière totale sera double du rapport de la portion polarisée au rayon total dans le rayon transmis, quelle que soit d'ailleurs la valeur absolue de la quantité de lumière polarisée dans l'un et dans l'autre rayon.

Maintenant on sait par expérience que, si l'on place sur le trajet d'un rayon partiellement polarisé une ou plusieurs plaques de verre inclinées convenablement, on ramène

ce rayon à l'état neutre, et que cet effet a lieu quelle que soit l'intensité du rayon partiellement polarisé. La même pile de plaques, sous des inclinaisons plus avantageuses, neutralise des proportions plus considérables de lumière polarisée dans le faisceau partiellement polarisé. Ainsi, dans l'exemple, choisi plus haut, d'un rayon réfléchi qui, comparé au rayon transmis, contient une proportion double de lumière polarisée, il est évident que pour dépolariser le rayon réfléchi il faudrait employer une pile de glaces plus nombreuses ou la même pile sous une incidence plus favorable. Cette neutralisation, par une pile donnée, sous une certaine incidence, est tellement liée à la proportion de lumière polarisée que contient le rayon partiellement polarisé, qu'en augmentant ou diminuant l'inclinaison de la pile de glaces la neutralisation cesserait de suite d'avoir lieu.

Réciproquement, si l'on a une série d'inclinaisons de la même pile qui neutralisent des proportions connues de lumière polarisée contenues dans le rayon incident, on pourra se servir utilement de cette pile sous ces diverses inclinaisons pour reconnaître, par une *première* inclinaison où elle neutralise un *premier* rayon partiellement polarisé, et par une *seconde* inclinaison où elle neutralise un *second* rayon aussi partiellement polarisé, le rapport des proportions de la lumière polarisée que contiennent respectivement ces deux rayons. Par exemple, dans le cas d'une lame de verre qui réfléchit un rayon égal à la moitié de celui qu'elle transmet, et où par conséquent le rayon réfléchi contient une proportion double de lumière polarisée, si l'on note les deux inclinaisons de la pile qui successivement neutralisent ces deux rayons, on sera sûr que pour deux autres rayons quelconques, obtenus par un tout autre procédé, les proportions respectives de lumière polarisée seront les mêmes que dans le cas présent, si les inclinaisons de la pile neutralisante sont aussi les mêmes.

Tout ce qui précède étant admis, voici l'esprit de la méthode imaginée par M. Arago pour la vérification de la loi du carré du cosinus.

Transmettez sous l'incidence perpendiculaire un rayon complétement polarisé au travers d'une plaque biréfringente, dont la section principale fasse un angle connu avec le plan de polarisation du rayon, et qui ne sépare point les deux réfractions en deux faisceaux distincts, soit parce que la lame sera peu épaisse, soit parce que les faces seront taillées parallèles à l'axe. Si le rayon polarisé se partage suivant les deux réfractions d'après la loi admise, le carré du cosinus de l'angle indiqué donnera un premier nombre, qui mesurera la lumière ordinaire polarisée suivant la section principale, tandis que l'unité moins le même cosinus carré donnera un autre nombre mesurant la lumière extraordinaire. La proportion de lumière polarisée dans ce cas, sur un total égal à l'unité, sera donc représentée par la différence de ces deux nombres, puisque tout le reste se neutralisera réciproquement.

Sans rien changer à cette dispositon, qui donne, comme on voit, un faisceau partiellement polarisé dont la proportion peut se calculer d'après la loi du cosinus carré, mettez sur le trajet du rayon une pile de plaques, et notez l'inclinaison de la pile où elle neutralise ce rayon.

Reprenez ensuite la première partie de l'expérience; et, changeant l'angle du plan de polarisation du rayon incident avec la section principale du cristal, obtenez un nouveau rayon partiellement polarisé, mais dans une proportion différente, et calculez de nouveau la proportion de lumière polarisée par la loi du carré du cosinus.

Enfin neutralisez de même ce second faisceau partiellement polarisé par la même pile, dont vous noterez l'inclinaison au moment où elle neutralise le nouveau faisceau transmis.

Ces deux inclinaisons de la pile correspondent à des quan-

tités proportionnelles de lumière polarisée différentes dans les deux cas, et dont le rapport vous sera connu par ce qui a été dit précédemment, lequel rapport devra être le même que celui des deux nombres obtenus par la loi du carré du cosinus.

Pour fixer les idées par un exemple, supposons connues, comme plus haut, les deux inclinaisons d'une même pile de plaques qui neutralisent dans un rayon polarisé partiellement des proportions relatives 1 et 2 de lumière polarisée, et admettons que sous ces deux inclinaisons la pile tournée convenablement ait produit la neutralisation quand les angles de la section principale du cristal placé sur la route du rayon primitivement polarisé avec le plan de polarisation de ce rayon étaient a et b. On en conclut que dans ces deux cas les proportions de lumière polarisée comprises successivement dans le faisceau transmis sont respectivement comme les nombres 1 et 2.

Mais, d'autre part, dans le premier cas, la lumière ordinaire est mesurée par le nombre qui exprime le carré du cosinus de a, et la lumière extraordinaire par l'unité moins ce nombre. Cette dernière quantité retranchée du carré du cosinus donne le nombre qui indique la proportion même de lumière polarisée, puisque la lumière totale est égale à l'unité. Le même calcul pour l'angle b donnera un nombre analogue, et si la loi du carré du cosinus est vraie, le premier de ces nombres sera la moitié du second.

FIN.

TABLE

DES

MATIÈRES DU SUPPLÉMENT.

TABLE GENERALE

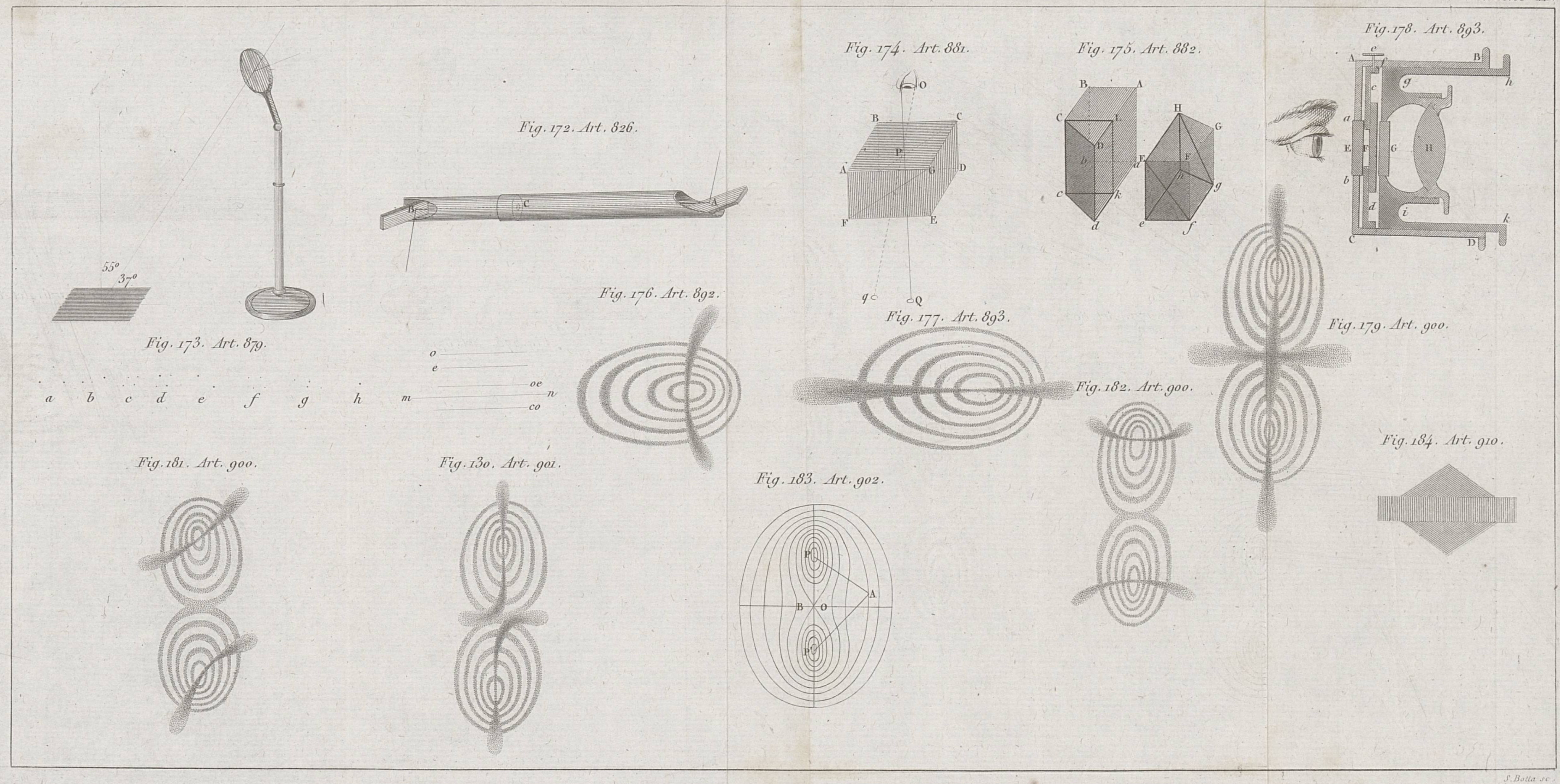
DES MATIÈRES

PAR ORDRE ALPHABÉTIQUE.

N. B. Les nombres indiquent les articles ; ceux précédés de la lettre *n.* indiquent les notes.

—

—


Fig. 172. Art. 826.
Fig. 173. Art. 879.
Fig. 174. Art. 881.
Fig. 175. Art. 882.
Fig. 176. Art. 892.
Fig. 177. Art. 893.
Fig. 178. Art. 893.
Fig. 179. Art. 900.
Fig. 130. Art. 901.
Fig. 181. Art. 900.
Fig. 182. Art. 900.
Fig. 183. Art. 902.
Fig. 184. Art. 910.
55°
37°
a b c d e f g h m
o
e
oe
n
co

S. Botta sc.

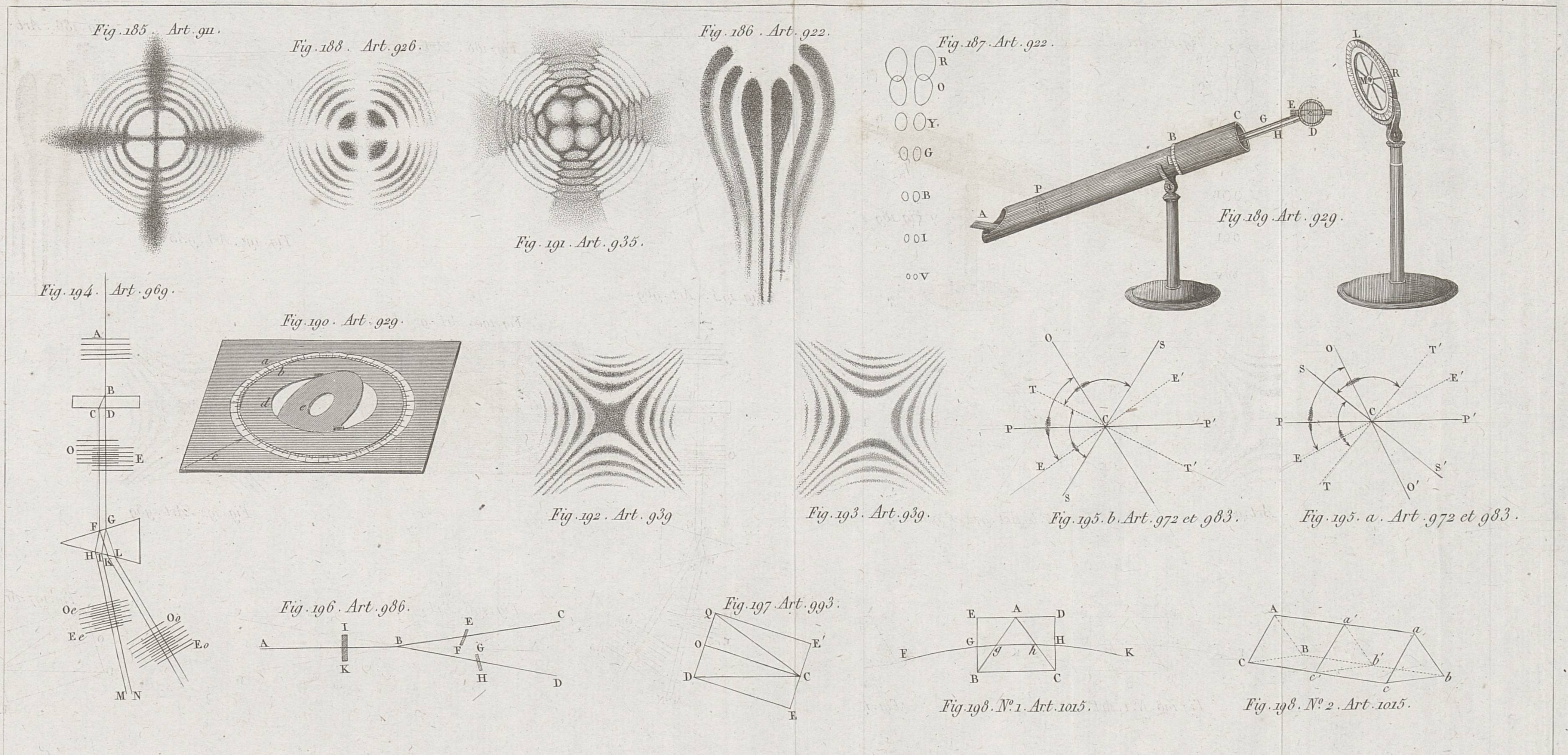


Fig. 185. Art. 911.

Fig. 188. Art. 926.

Fig. 191. Art. 935.

Fig. 186. Art. 922.

Fig. 187. Art. 922.

Fig. 189. Art. 929.

Fig. 194. Art. 969.

Fig. 190. Art. 929.

Fig. 192. Art. 939.

Fig. 193. Art. 939.

Fig. 195. b. Art. 972 et 983.

Fig. 195. a. Art. 972 et 983.

Fig. 196. Art. 986.

Fig. 197. Art. 993.

Fig. 198. N.° 1. Art. 1015.

Fig. 198. N.° 2. Art. 1015.

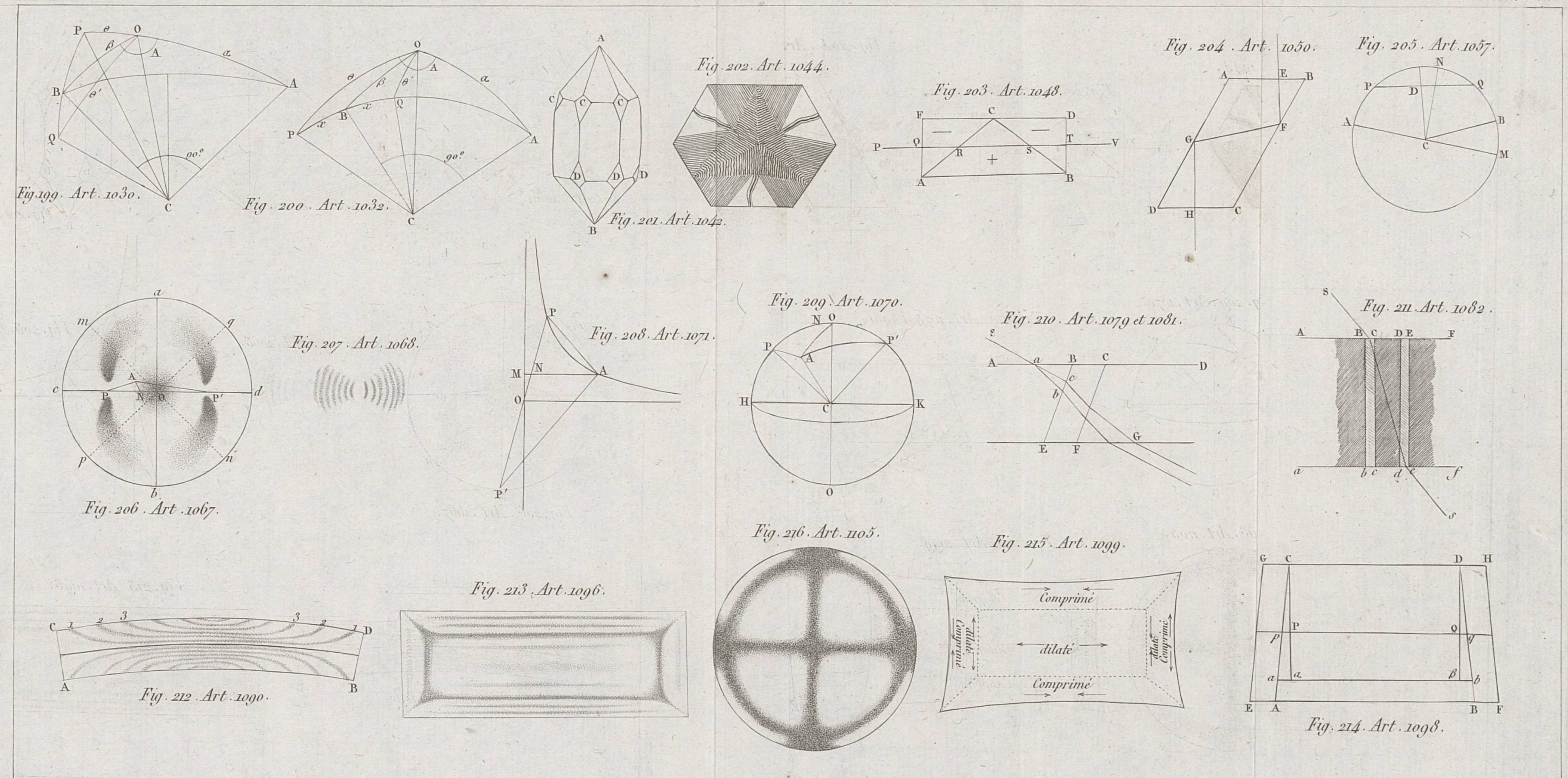

Fig. 199. Art. 1030.
Fig. 200. Art. 1032.
Fig. 201. Art. 1042.
Fig. 202. Art. 1044.
Fig. 203. Art. 1048.
Fig. 204. Art. 1050.
Fig. 205. Art. 1057.
Fig. 206. Art. 1067.
Fig. 207. Art. 1068.
Fig. 208. Art. 1071.
Fig. 209. Art. 1070.
Fig. 210. Art. 1079 et 1081.
Fig. 211. Art. 1082.
Fig. 212. Art. 1090.
Fig. 213. Art. 1096.
Fig. 214. Art. 1098.
Fig. 215. Art. 1099.
Comprimé
dilaté
Comprimé
dilaté
Comprimé
Comprimé
Fig. 216. Art. 1105.

Fig. 217. Art. 1105.

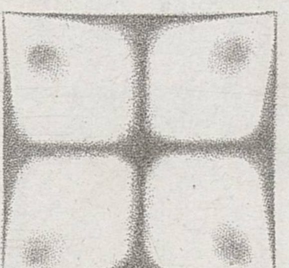


Fig. 221. Art. 1105.

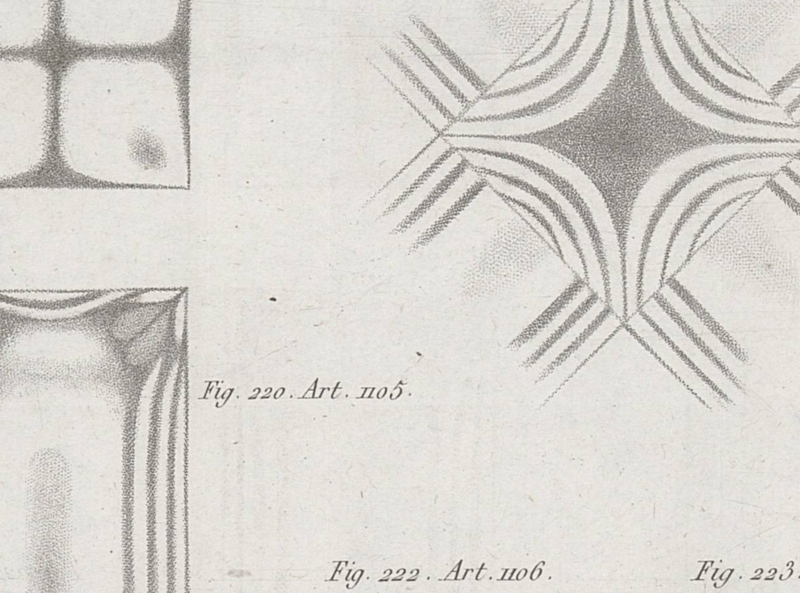


Fig. 219. Art. 1105.

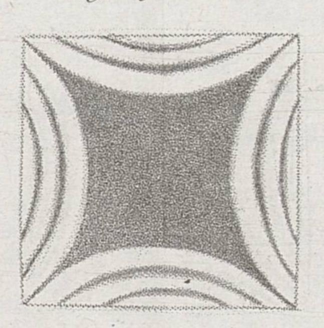


Fig. 218. Art. 1105.

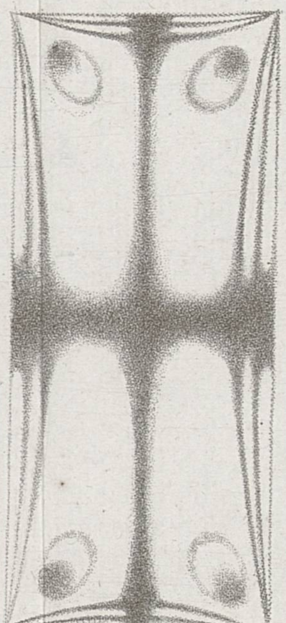


Fig. 220. Art. 1105.

Fig. 222. Art. 1106.

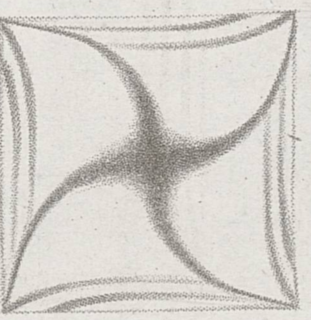


Fig. 223. Art. 1130.

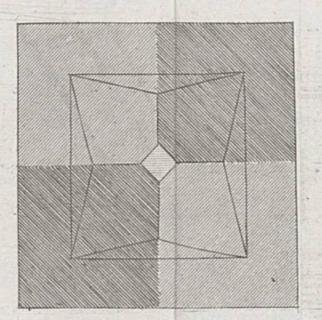
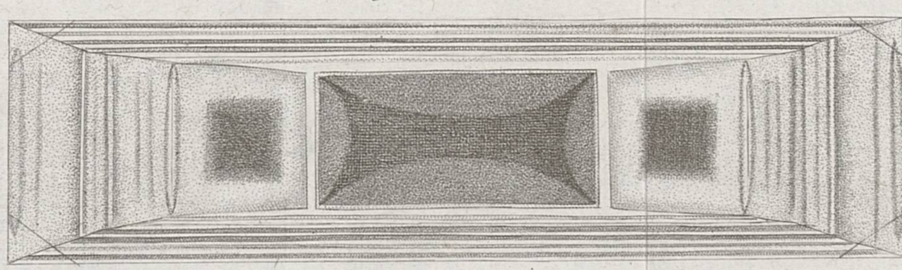
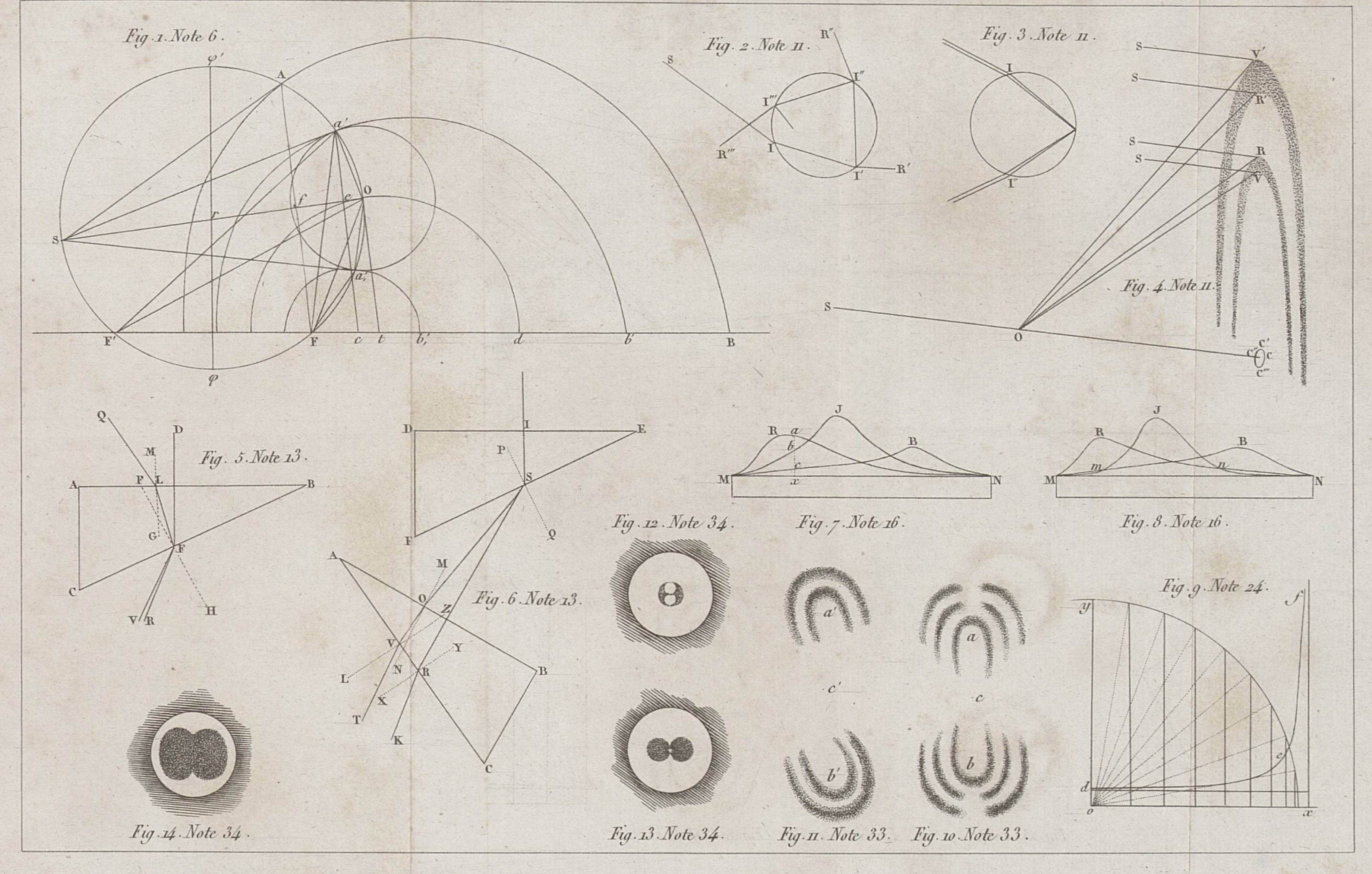
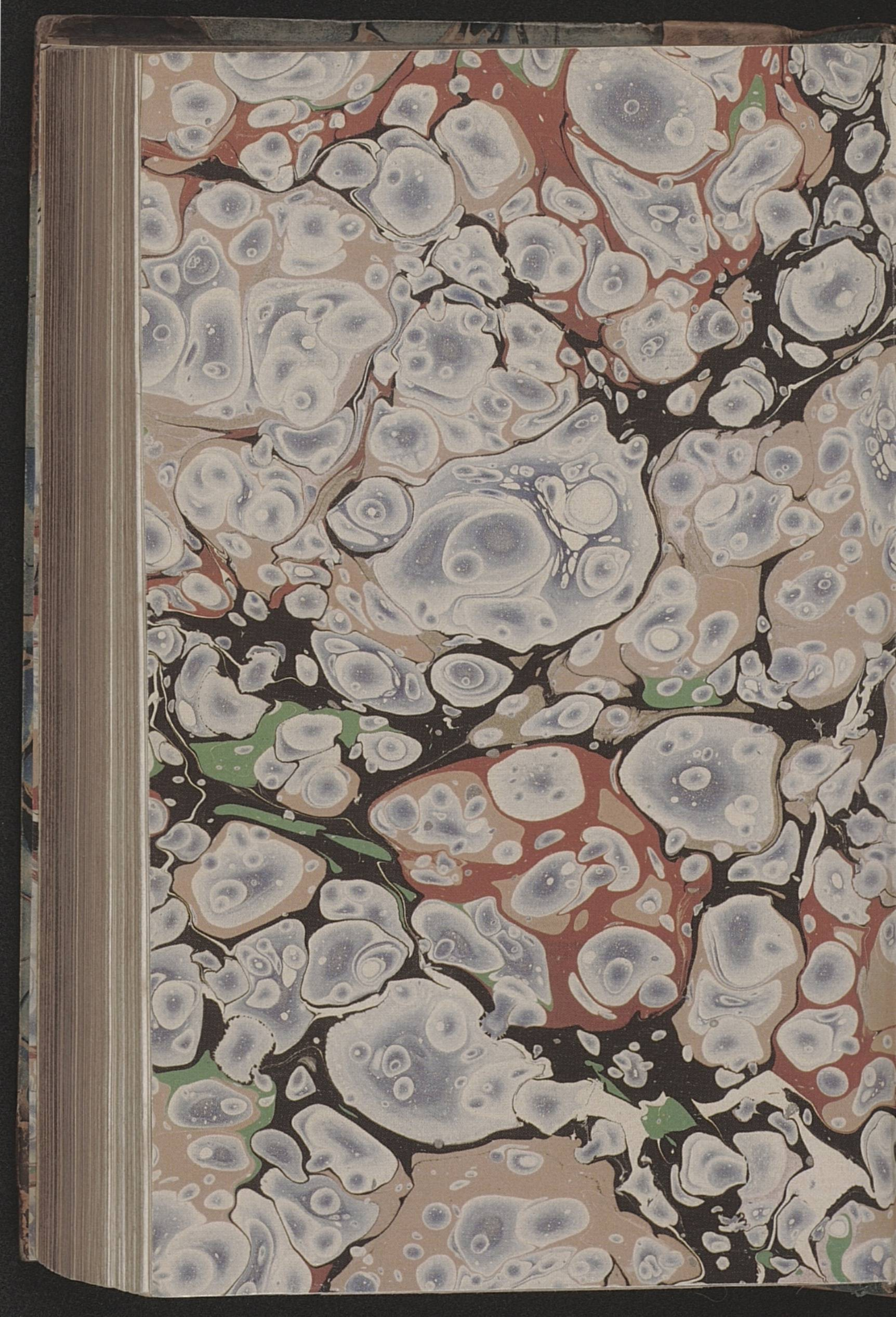
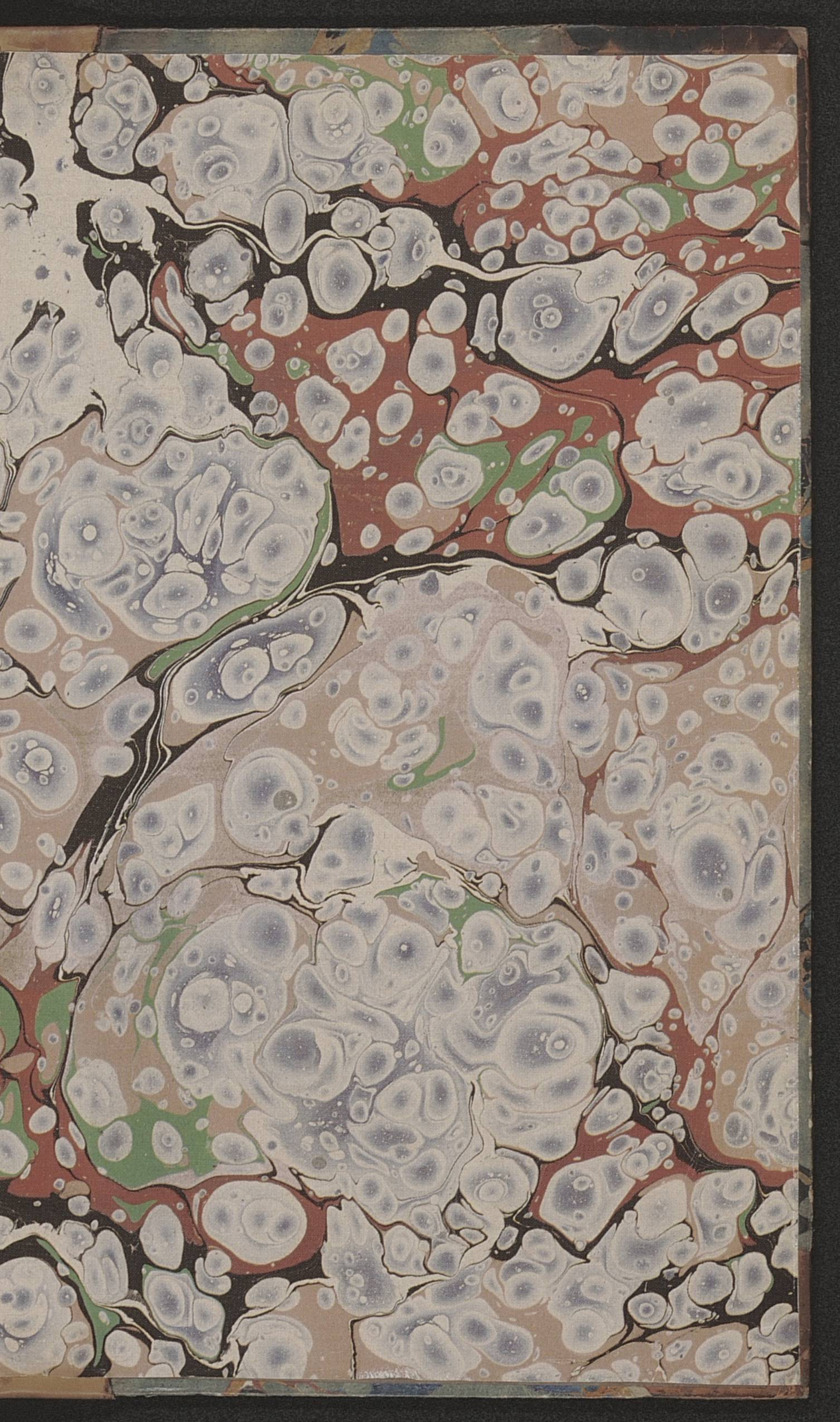


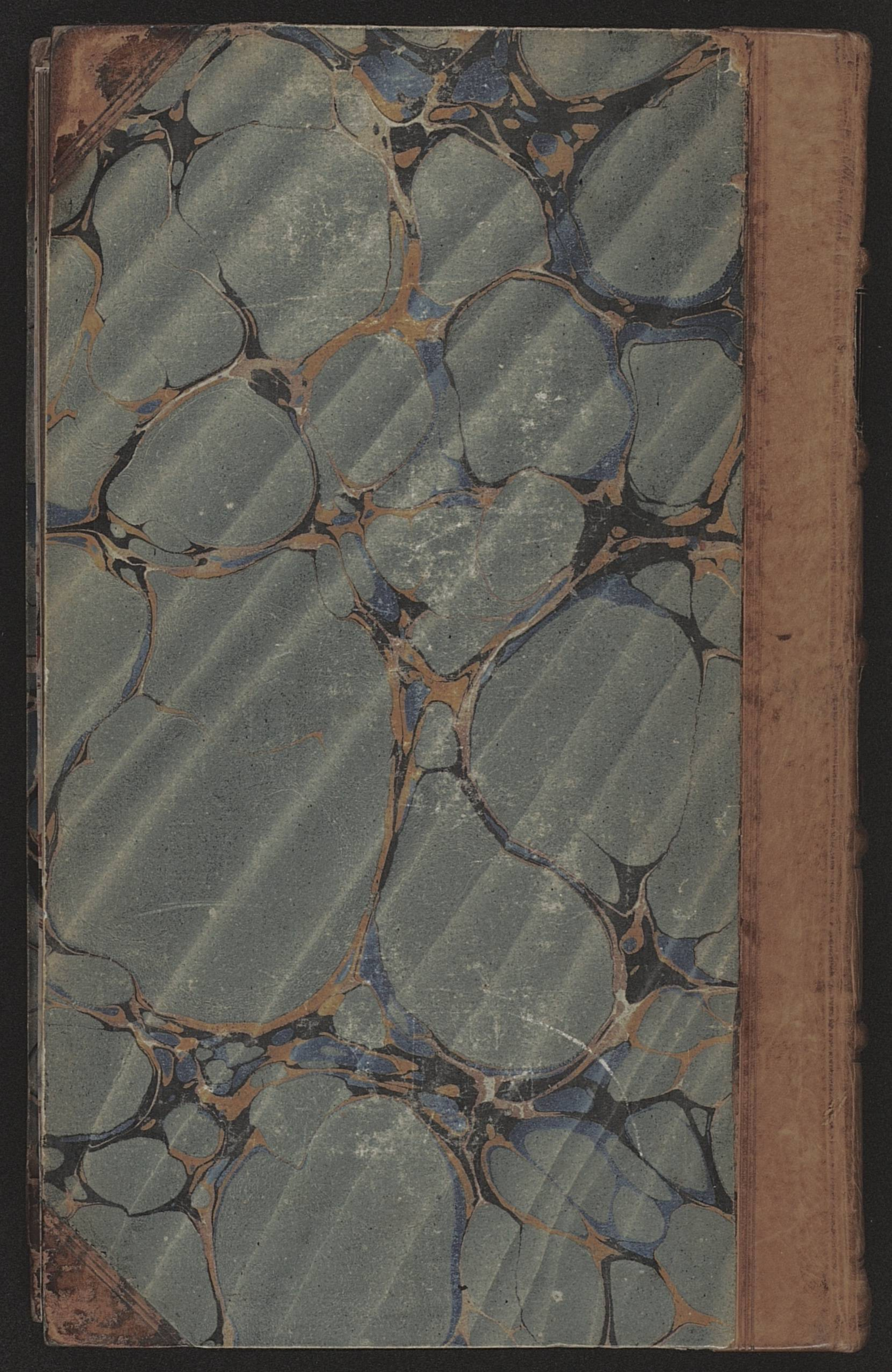
Fig. 224. Art. 1131.




Fig. 1. Note 6.
Fig. 2. Note 11.
Fig. 3. Note 11.
Fig. 4. Note 11.
Fig. 5. Note 13.
Fig. 6. Note 13.
Fig. 7. Note 16.
Fig. 8. Note 16.
Fig. 9. Note 24.
Fig. 10. Note 33.
Fig. 11. Note 33.
Fig. 12. Note 34.
Fig. 13. Note 34.
Fig. 14. Note 34.








TRAITÉ
DE LA
LUMIÈRE
HERSCHEL.
TOM. II.



inches | centimeters

Golden Thread

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11 (A)	12	13	14	15
L*	39.12	65.43	49.87	44.26	55.56	70.82	63.51	39.92	52.24	97.06	92.02	87.34	82.14	72.06	62.15
a*	13.24	18.11	-4.34	-13.80	9.82	-33.43	34.26	11.81	48.55	-0.40	-0.60	-0.75	-1.06	-1.19	-1.07
b*	15.07	18.72	-22.29	22.85	-24.49	-0.35	59.60	-46.07	18.51	1.13	0.23	0.21	0.43	0.28	0.19
Density										0.04	0.09	0.15	0.22	0.36	0.51

	16 (M)	17	18 (B)	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
L*	49.25	38.62	28.86	16.19	8.29	3.44	31.41	72.46	72.95	29.37	54.91	43.96	82.74	52.79	50.87
a*	-0.16	-0.18	0.54	-0.05	-0.81	-0.23	20.98	-24.45	16.83	13.06	-38.91	52.00	3.45	50.88	-27.17
b*	0.01	-0.04	0.60	0.73	0.19	0.49	-19.43	55.93	68.80	-49.49	30.77	30.01	81.29	-12.72	-29.46
Density	0.75	0.98	1.24	1.67	2.04	2.42									

D50 Illuminant, 2 degree observer

Density ⟶

Colors by Munsell Color Services Lab

Don Williams